



FUNDAÇÃO
GETULIO VARGAS

EESP
Escola de Economia
de São Paulo

ESCOLA DE ECONOMIA DE SÃO PAULO FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

PROCESSO SELETIVO 2007/1.º SEMESTRE

CADERNO 1

Respostas da 2.ª Fase

Raciocínio Matemático

RESOLUÇÃO

RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

01. Em uma pesquisa de mercado feita com 250 entrevistados, todos responderam o seguinte questionário:

I. Assinale sua faixa etária:

- menos de 18 anos.
- 18 a 20 anos.
- mais de 20 e menos de 22 anos.
- 22 anos ou mais.

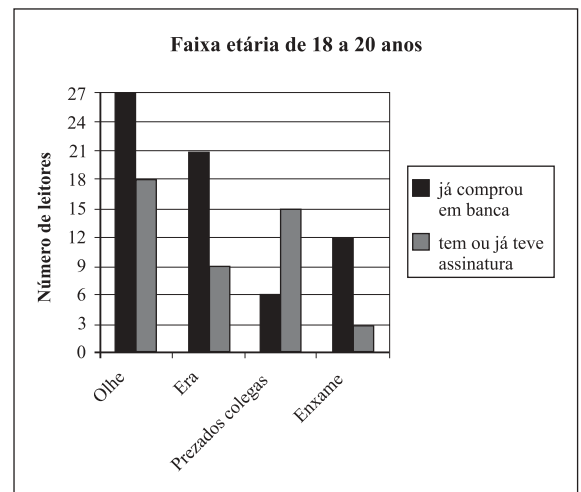
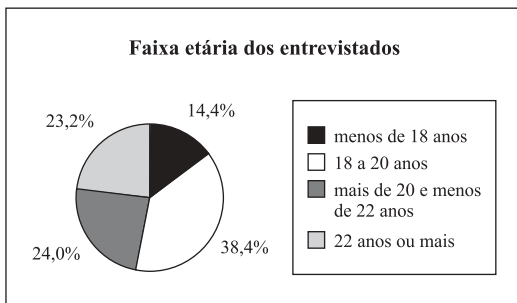
II. Assinale a(s) revista(s) que você já comprou em banca de revistas.

- Revista Olhe.
- Revista Era.
- Revista Prezados Colegas.
- Revista Enxame.

III. Assinale a(s) revista(s) que você tem ou já teve assinatura em seu nome.

- Revista Olhe.
- Revista Era.
- Revista Prezados Colegas.
- Revista Enxame.

Sabendo-se que todos os entrevistados assinalaram apenas uma opção na pergunta I, os gráficos a seguir mostram alguns dos resultados obtidos por essa pesquisa:



a) Dentre os entrevistados de 18 a 20 anos, calcule a porcentagem máxima de pessoas que poderiam ter respondido às perguntas II e III da seguinte forma:

Pergunta II

- Revista Olhe
- Revista Era
- Revista Prezados Colegas
- Revista Enxame

Pergunta III

- Revista Olhe
- Revista Era
- Revista Prezados Colegas
- Revista Enxame

RESPOSTA:

a) $0,384 \cdot 250 = 96$ entrevistados entre 18 e 20 anos

O número máximo de respostas como a da pergunta II é 12, e o número máximo de resposta como a da pergunta III é 9. Portanto, no máximo, 9 pessoas podem ter respondido as perguntas II e III, conforme indicado.

Como essas 9 pessoas têm entre 18 e 20 anos, então:

$$P = \frac{9}{96} = 9,375\%$$

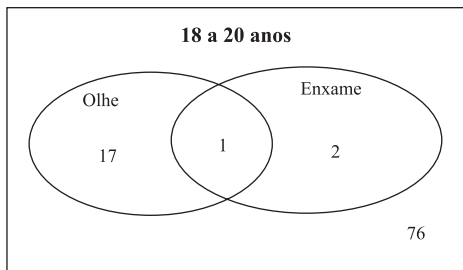
b) Para este item, admita que apenas 1 entrevistado de 18 a 20 anos tenha marcado tanto a revista Olhe quanto a Enxame na pergunta III.

O organizador da pesquisa pretende sortear dois dos entrevistados na faixa etária de 18 a 20 anos para dar um brinde. Um deles irá receber uma assinatura da revista Olhe, e o outro, uma assinatura da revista Enxame.

Calcule a probabilidade de que nenhum dos dois sorteados receba uma assinatura de revista que assine ou já tenha sido assinante (o cálculo pode ser deixado na forma de fração).

RESPOSTA:

b)



$$\text{Casos possíveis} = A_{96,2} = \frac{96!}{94!} = 9120$$

$$\text{Casos favoráveis} = A_{76,2} + 76 \cdot 17 + 2 \cdot 76 + 2 \cdot 17 = 7178$$

$$P = \frac{7178}{9120} = \frac{3589}{4560} \approx 78,7\%$$

02. Observe atentamente o padrão indicado na tabela a seguir.

COLUNAS

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|-----|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | ... |
| L | 1 | ↑ | ↗ | → | ↘ | ↓ | ↙ | ← | ↖ | ↑ | ↗ | → | ↘ | ... |
| I | 2 | → | ↘ | ↓ | ↙ | ← | ↖ | ↑ | ↗ | → | ↘ | ↓ | ↙ | ... |
| N | 3 | ↓ | ↙ | ← | ↖ | ↑ | ↗ | → | ↘ | ↓ | ↙ | ← | ↖ | ... |
| H | 4 | ← | ↖ | ↑ | ↗ | → | ↘ | ↓ | ↙ | ← | ↖ | ↑ | ↗ | ... |
| A | 5 | ↑ | ↗ | → | ↘ | ↓ | ↙ | ← | ↖ | ↑ | ↗ | → | ↘ | ... |
| S | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | |

a) Desenhe qual será a seta localizada no cruzamento da linha 975 com a coluna 1238, justificando o raciocínio usado.

RESPOSTA:

a)

De acordo com a numeração das colunas, temos:

- ↑ = {1, 9, 17,...} → resto 1 na divisão por 8
- ↗ = {2, 10, 18,...} → resto 2 na divisão por 8
- = {3, 11, 19,...} → resto 3 na divisão por 8
- ↘ = {4, 12, 20,...} → resto 4 na divisão por 8
- ↓ = {5, 13, 21,...} → resto 5 na divisão por 8
- ↙ = {6, 14, 22,...} → resto 6 na divisão por 8
- ← = {7, 15, 23,...} → resto 7 na divisão por 8
- ↖ = {8, 16, 24,...} → resto 0 na divisão por 8

Como 1 238 dividido por 8 deixa resto 6, a coluna inicia com ↙ na primeira linha. Dessa forma, analisando as linhas dessa coluna, teremos:

- ↙ = {1, 5, 9,...} → resto 1 na divisão por 4
- ↖ = {2, 6, 10,...} → resto 2 na divisão por 4
- ↗ = {3, 7, 11,...} → resto 3 na divisão por 4
- ↘ = {4, 8, 12,...} → resto 0 na divisão por 4

Como o resto da divisão de 975 por 4 é 3, então, a figura procurada é ↗

- b) Admitindo-se que a tabela tenha 23 linhas por 500 colunas, calcule o total de símbolos iguais a \uparrow nas três últimas linhas dessa tabela.

RESPOSTA:

b)

Na linha 21, a seta \uparrow aparece nas seguintes colunas:

$$\uparrow = \{1, 9, 17, \dots, 497\} \rightarrow \text{P.A. com } r = 8$$

$$497 = 1 + (n - 1) \cdot 8 \rightarrow n = 63. \text{ Portanto, temos } 63 \text{ setas } \uparrow \text{ na primeira linha.}$$

Na linha 22, o símbolo \uparrow aparece nas seguintes colunas:

$$\uparrow = \{7, 15, 23, \dots, 495\} \rightarrow \text{P.A. com } r = 8$$

$$495 = 7 + (n - 1) \cdot 8 \rightarrow n = 62. \text{ Portanto, temos } 62 \text{ setas } \uparrow \text{ nessa linha.}$$

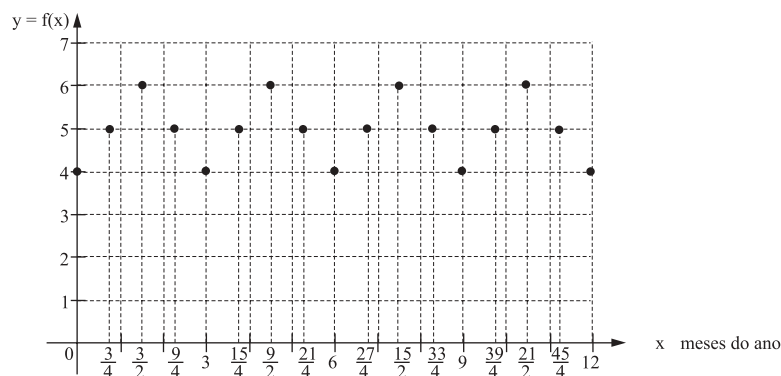
Na linha 23, o símbolo \uparrow aparece nas seguintes colunas:

$$\uparrow = \{5, 13, 21, \dots, 495\} \rightarrow \text{P.A. com } r = 8$$

$$493 = 5 + (n - 1) \cdot 8 \rightarrow n = 62. \text{ Portanto, temos } 62 \text{ setas } \uparrow \text{ nessa linha.}$$

$$\text{Total de símbolos } \uparrow = 63 + 62 + 62 = 187$$

03. O gráfico indica a relação entre y e x, ao longo de 12 meses de um ano:



- a) Admita que a função $f(x) = 5 + \sin\left(\frac{2\pi}{3}x - \frac{\pi}{2}\right)$ modele a relação de dependência entre y e x indicada com os pontos do gráfico.

Determine, através dessa função, o valor de $f(x)$ ao final do primeiro quarto do mês de abril.

RESPOSTA:

Ao final do primeiro quarto de mês de abril temos $x = 3 + \frac{1}{4}$, ou seja, $x = \frac{13}{4}$.

$$\text{Portanto, temos: } f\left(\frac{13}{4}\right) = 5 + \sin\left(\frac{2p}{3} \cdot \frac{13}{4} - \frac{p}{2}\right)$$

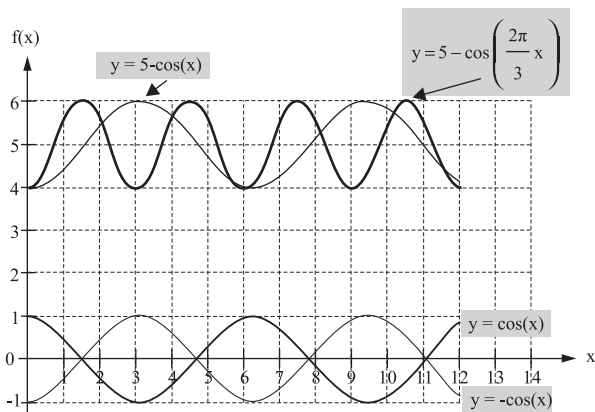
$$f\left(\frac{13}{4}\right) = 5 + \sin\left(\frac{5p}{3}\right)$$

$$f\left(\frac{13}{4}\right) = 5 - \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow f\left(\frac{13}{4}\right) = \frac{10 - \sqrt{3}}{2}$$

- b) Determine possíveis valores dos parâmetros reais a, b e c de forma que a representação gráfica da função $g(x) = a + b \cdot \cos(c \cdot x)$ passe por todos os pontos indicados.

RESPOSTA:

b)



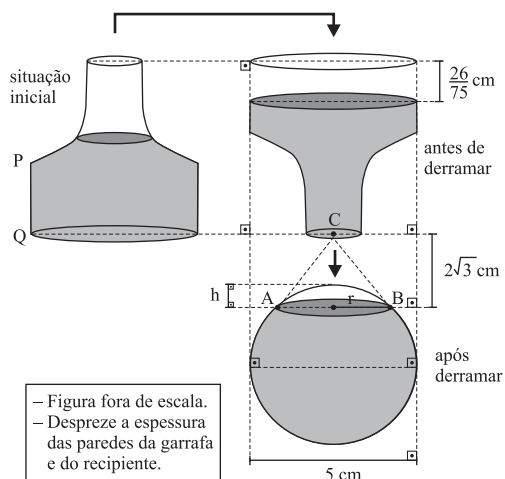
Para determinar o período da função procurada, temos:

$$p = \frac{2\pi}{|k|} \rightarrow 3 = \frac{2\pi}{|k|} \rightarrow k = \pm \frac{2\pi}{3}$$

Portanto, a função procurada é $f(x) = 5 - \cos\left(\frac{2\pi}{3}x\right)$ ou $f(x) = 5 - \cos\left(-\frac{2\pi}{3}x\right)$

04. Uma garrafa de base e boca circulares está parcialmente cheia de água.

Com a boca tampada, a garrafa foi virada para baixo e, em seguida, a água foi derramada, sem desperdício, no interior de um recipiente esférico de volume igual ao da garrafa, como mostra a seqüência de figuras:



a) Sendo PQ a geratriz de um cilindro circular reto, calcule o volume de água contida na garrafa na situação inicial, em cm^3 .

RESPOSTA:

a)

$$V_{\text{ar}} = \pi \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot \frac{26}{75}$$

$$V_{\text{ar}} = \frac{13\pi}{6} \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{líquido}} = V_{\text{esfera}} - V_{\text{ar}}$$

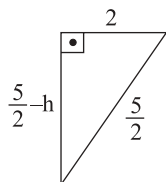
$$V_{\text{líquido}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3 - \frac{13\pi}{6} \rightarrow V_{\text{líquido}} = \frac{56\pi}{3} \text{ cm}^3$$

b) Sendo C o centro da circunferência da boca da garrafa, AB o diâmetro do círculo determinado pelo nível de água na esfera, e ABC um triângulo equilátero, calcule a altura h da calota de ar na esfera, em cm.

RESPOSTA:

b)

$$2\sqrt{3} = \frac{L_{\Delta ABC} \cdot \sqrt{3}}{2} \rightarrow L_{\Delta ABC} = 4 \text{ cm}$$



$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2} - h\right)^2 + 2^2 \rightarrow h^2 - 5h + 4 = 0, \text{ com } h < \frac{5}{2} \rightarrow h = 1 \text{ cm}$$