

M.01

Determine o conjunto de todos os números reais x para os quais vale a desigualdade

$$|\log_{16}(1-x^2) - \log_4(1+x)| < \frac{1}{2}$$

Resolução

a) Condição de existência:

$$\begin{cases} 1-x^2 > 0 \\ 1+x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 1$$

$$\text{b) } |\log_{16}(1-x^2) - \log_4(1+x)| < \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} < \log_{16}(1-x^2) - \log_4(1+x) < \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} < \frac{\log_4(1-x^2)}{2} - \log_4(1+x) < \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -1 < \log_4(1-x^2) - \log_4(1+x)^2 < 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -1 < \log_4 \left[\frac{1-x^2}{(1+x)^2} \right] < 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -1 < \log_4 \left(\frac{1-x}{1+x} \right) < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4} < \frac{1-x}{1+x} < 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-x}{1+x} < 4 \\ \frac{1-x}{1+x} > \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x < 4+4x \\ 4-4x > 1+x \end{cases} \Leftrightarrow$$

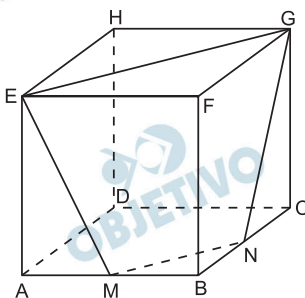
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x > -3 \\ 5x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{5} \\ x < \frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{5} < x < \frac{3}{5}$$

$$\text{De (a) e (b), temos: } V = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid -\frac{3}{5} < x < \frac{3}{5} \right\}$$

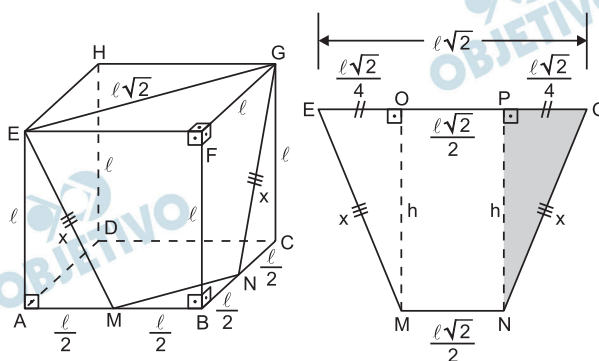
$$\text{Resposta: } V = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid -\frac{3}{5} < x < \frac{3}{5} \right\}$$

M.02

Na figura abaixo, o cubo de vértices A, B, C, D, E, F, G, H tem lado ℓ . Os pontos M e N são pontos médios das arestas \overline{AB} e \overline{BC} , respectivamente. Calcule a área da superfície do tronco de pirâmide de vértices M, B, N, E, F, G.



Resolução



Seja x a medida dos lados transversos do trapézio isósceles MNGE e h , a sua altura.

$$1^\circ) x^2 = \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + \ell^2 \Rightarrow x = \frac{\ell\sqrt{5}}{2}$$

$$2^\circ) h^2 = x^2 - \left(\frac{\ell\sqrt{2}}{4}\right)^2$$

Assim:

$$h^2 = \left(\frac{\ell\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\ell\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{18\ell^2}{16} \Rightarrow h = \frac{3\sqrt{2}\ell}{4}$$

A área total S do tronco de pirâmide MBNGEF é igual à soma das áreas de suas cinco faces, ou seja:

$$S = S_{EFG} + S_{BNM} + S_{BNGF} + S_{BMEF} + S_{MNGE} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{\ell^2}{2} + \frac{\left(\frac{\ell}{2}\right)^2}{2} + \frac{3\ell^2}{4} + \frac{3\ell^2}{4} +$$

$$+ \left(\ell\sqrt{2} + \frac{\ell\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \frac{3\sqrt{2}\ell}{8} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{\ell^2}{2} + \frac{\ell^2}{8} + \frac{3\ell^2}{4} + \frac{3\ell^2}{4} + \frac{9\ell^2}{8} \Leftrightarrow S = \frac{13\ell^2}{4}$$

Resposta: $\frac{13\ell^2}{4}$



M.03

Para a prova de um concurso vestibular, foram elaboradas 14 questões, sendo 7 de Português, 4 de Geografia e 3 de Matemática. Diferentes versões da prova poderão ser produzidas, permutando-se livremente essas 14 questões.

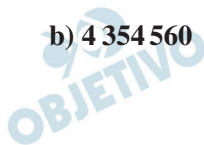
- Quantas versões distintas da prova poderão ser produzidas?
- A instituição responsável pelo vestibular definiu as versões classe A da prova como sendo aquelas que seguem o seguinte padrão: as 7 primeiras questões são de Português, a última deve ser uma questão de Matemática e, ainda mais: duas questões de Matemática não podem aparecer em posições consecutivas. Quantas versões classe A distintas da prova poderão ser produzidas?
- Dado que um candidato vai receber uma prova que começa com 7 questões de Português, qual é a probabilidade de que ele receba uma versão classe A?

Resolução

- As 14 questões podem permutar entre si de P_{14} formas diferentes. Desta forma, existem $14!$ versões diferentes de provas.
- Existem $P_7 = 7!$ maneiras diferentes de colocar as questões de português no início da prova, 3 formas de escolher a última questão da prova entre as questões de matemática e 4 formas de escolher a penúltima questão, entre as questões de geografia.
 - Quanto às demais questões, existem $P_5 - P_2 \cdot P_4 = 5! - 2 \cdot 4! = 72$ formas de montar as questões centrais, sem que duas questões de matemática estejam juntas.
 - Desta forma, existem $7! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 72 = 864 \cdot 7! = 4\,354\,560$ provas do tipo A.
- Existem $7! \cdot 7!$ provas cujas primeiras sete questões são de português. Escolhida, ao acaso, uma dessas provas, a probabilidade dela ser da versão classe A é

$$\frac{864 \cdot 7!}{7! \cdot 7!} = \frac{864}{5\,040} = \frac{6}{35}$$

Respostas: a) $14!$ b) $4\,354\,560$ c) $\frac{6}{35}$



M.04

- a) Sendo i a unidade imaginária, determine as partes real e imaginária do número complexo

$$z_0 = \frac{1}{1+i} - \frac{1}{2i} + i$$

- b) Determine um polinômio de grau 2, com coeficientes inteiros, que tenha z_0 como raiz.
c) Determine os números complexos w tais que $z_0 \cdot w$ tenha módulo igual a $5\sqrt{2}$ e tais que as partes real e imaginária de $z_0 \cdot w$ sejam iguais.
d) No plano complexo, determine o número complexo z_1 que é o simétrico de z_0 com relação à reta de equação $y - x = 0$.

Resolução

Se $z_0 = \frac{1}{1+i} - \frac{1}{2i} + i$, então:

- a) A parte real de z_0 é $\frac{1}{2}$ e o coeficiente da parte imaginária é 1, pois:

$$1) \frac{1}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i} = \frac{1-i}{1-i^2} = \frac{1-i}{2}$$

$$2) \frac{1}{2i} \cdot \frac{i}{i} = \frac{i}{2i^2} = -\frac{i}{2}$$

- 3) De (1) e (2), tem-se:

$$z_0 = \frac{1-i}{2} - \left(-\frac{i}{2}\right) + i \Leftrightarrow z_0 = \frac{1}{2} + i$$

- b) Um polinômio do 2º grau de coeficientes inteiros que tem z_0 como raiz pode ser $P(z) = 4z^2 - 4z + 5$, pois:

- 1) se $z_0 = \frac{1}{2} + i$ é raiz, então $\bar{z}_0 = \frac{1}{2} - i$ é raiz também.

Os polinômios do 2º grau que têm z_0 como raiz são da forma $P(z) = a_0(z - z_0)(z - \bar{z}_0)$

Portanto:

$$P(z) = a_0 \left(z - \left(\frac{1}{2} + i \right) \right) \left(z - \left(\frac{1}{2} - i \right) \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(z) = a_0 \left(z^2 - z + \frac{5}{4} \right)$$

- 2) Se os coeficientes de $P(z)$ são inteiros, então a_0 é múltiplo (não nulo) de 4.

Para $a_0 = 4$, tem-se: $P(z) = 4z^2 - 4z + 5$

c) Se $w = a + bi$, então:

$$1) z_0 \cdot w = \left(\frac{1}{2} + i \right) (a + bi) =$$

$$= \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}bi + ai + bi^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z_0 \cdot w = \frac{1}{2}a - b + \left(\frac{1}{2}b + a \right)i$$

2) Se a parte real de $z_0 \cdot w$ é igual à parte imaginária, então $\frac{1}{2}a - b = \frac{1}{2}b + a \Leftrightarrow a = -3b$

3) Para $a = -3b$, tem-se $z_0 \cdot w = -\frac{5b}{2} - \frac{5b}{2}i$

$$4) |z_0 \cdot w| = 5\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(-\frac{5b}{2}\right)^2 + \left(-\frac{5b}{2}\right)^2} = 5\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = +2 \text{ ou } b = -2$$

5) Para $b = +2 \Rightarrow a = -6$ e para $b = -2 \Rightarrow a = +6$

Logo, os números complexos w são:

$$w_1 = -6 + 2i \text{ e } w_2 = 6 - 2i$$

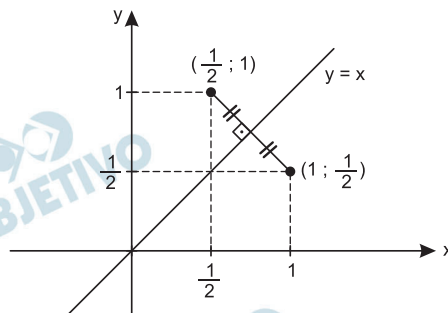
d) Sendo $z_0 = \frac{1}{2} + i$, cujo afixo é o ponto

$\left(\frac{1}{2}; 1\right)$, então o simétrico de z_0 em relação à reta

$y = x$ (bissetriz dos quadrados ímpares) é o

número complexo $z_1 = 1 + \frac{1}{2}i$, cujo afixo é o

ponto $\left(1; \frac{1}{2}\right)$.



Respostas: a) $\operatorname{Re}(z_0) = \frac{1}{2}$; $\operatorname{Im}(z_0) = 1$

b) Um polinômio é $P(z) = 4z^2 - 4z + 5$

c) $w_1 = -6 + 2i$; $w_2 = 6 - 2i$

d) $z_1 = 1 + \frac{1}{2}i$

M.05

As raízes da equação do terceiro grau

$$x^3 - 14x^2 + kx - 64 = 0$$

são todas reais e formam uma progressão geométrica.

Determine

- a) as raízes da equação; b) o valor de k.

Resolução

Se $\left\{ \frac{a}{q}; a; aq \right\}$ for o conjunto verdade da equação

$x^3 - 14x^2 + kx - 64 = 0$, então:

1) $\frac{a}{q} \cdot a \cdot aq = 64 \Leftrightarrow a^3 = 64 \Leftrightarrow a = 4$

2) Já que 4 é uma das raízes, temos:

$$4^3 - 14 \cdot 4^2 + k \cdot 4 - 64 = 0 \Leftrightarrow k = 56$$

3) O polinômio $x^3 - 14x^2 + 56x - 64$ é divisível por $x - 4$ e, portanto:

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & -14 & 56 & -64 & 4 \\ 1 & -10 & 16 & 0 & \end{array} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 14x^2 + 56x - 64 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)(x^2 - 10x + 16) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x - 4 = 0 \text{ ou } x^2 - 10x + 16 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = 2 \text{ ou } x = 8$$

Respostas: a) $\{2; 4; 8\}$ b) $k = 56$

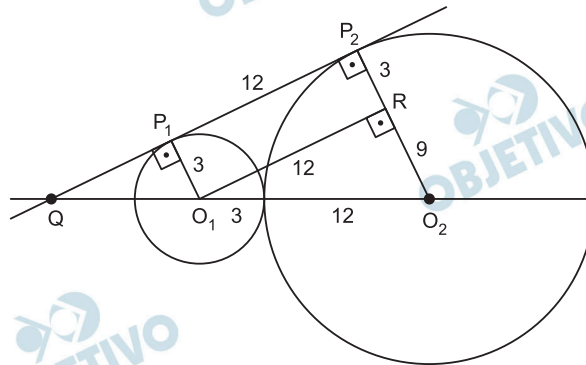
M.06

As circunferências C_1 e C_2 estão centradas em O_1 e O_2 , têm raios $r_1 = 3$ e $r_2 = 12$, respectivamente, e tangenciam-se externamente. Uma reta t é tangente a C_1 no ponto P_1 , tangente a C_2 no ponto P_2 e intercepta a reta $\overleftrightarrow{O_1O_2}$ no ponto Q . Sendo assim, determine

- o comprimento P_1P_2 ;
- a área do quadrilátero $O_1O_2P_2P_1$;
- a área do triângulo QO_2P_2 .

Resolução

Supondo $P_1 \neq P_2$, o enunciado sugere a figura seguinte:



- a) 1) No triângulo O_1O_2R , retângulo, da figura, temos:

$$O_1O_2 = r_1 + r_2 = 3 + 12 = 15$$

$$RO_2 = r_2 - r_1 = 12 - 3 = 9$$

$$O_1O_2^2 = RO_1^2 + RO_2^2 \Rightarrow 15^2 = RO_1^2 + 9^2 \Leftrightarrow RO_1 = 12$$

- 2) No retângulo $O_1RP_2P_1$, temos: $P_1P_2 = RO_1 = 12$

- b) O quadrilátero $O_1O_2P_2P_1$ é um trapézio de base maior $O_2P_2 = 12$, base menor $O_1P_1 = 3$, altura $RO_1 = 12$ e área igual a

$$\frac{(12 + 3) \cdot 12}{2} = 90 \text{ unidades de área.}$$

- c) A área $S_{O_1O_2R}$ do triângulo O_1O_2R é tal que

$$S_{O_1O_2R} = \frac{9 \cdot 12}{2} = 54$$

A área $S_{QO_2P_2}$ do triângulo QO_2P_2 é tal que

$$\frac{S_{QO_2P_2}}{S_{O_1O_2R}} = \left(\frac{P_2O_2}{RO_2} \right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{S_{QO_2P_2}}{54} = \left(\frac{12}{9} \right)^2 \Leftrightarrow S_{QO_2P_2} = 96$$

Respostas: a) 12 b) 90 c) 96

F.01

Um forno solar simples foi construído com uma caixa de isopor, forrada internamente com papel alumínio e fechada com uma tampa de vidro de 40 cm x 50 cm. Dentro desse forno, foi colocada uma pequena panela contendo 1 xícara de arroz e 300 ml de água à temperatura ambiente de 25°C. Suponha que os raios solares incidam perpendicularmente à tampa de vidro e que toda a energia incidente na tampa do forno a atravesse e seja absorvida pela água. Para essas condições, calcule:

- a) A potência solar total P absorvida pela água.
- b) A energia E necessária para aquecer o conteúdo da panela até 100°C.
- c) O tempo total T necessário para aquecer o conteúdo da panela até 100°C e evaporar 1/3 da água nessa temperatura (cozer o arroz).

NOTE E ADOTE

Potência solar incidente na superfície da Terra: 1kW/m^2

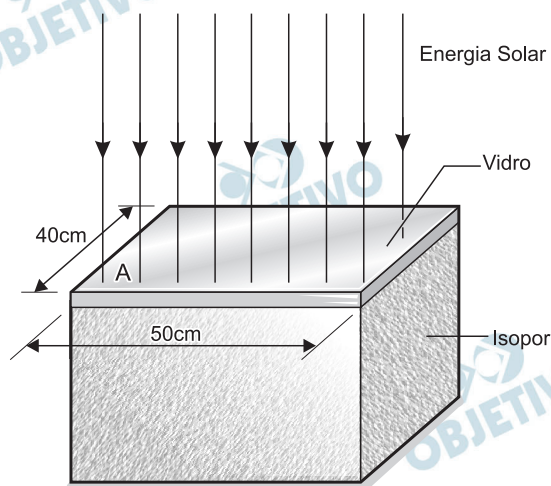
Densidade da água: 1g/cm^3

Calor específico da água: $4\text{J/(g}^\circ\text{C)}$

Calor latente de evaporação da água: 2200J/g

Desconsidere as capacidades caloríficas do arroz e da panela.

Resolução



$$I = 1,0\text{kW/m}^2 = 1,0 \cdot 10^3\text{W/m}^2$$

$$A = 0,50 \cdot 0,40 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$A = 0,20\text{m}^2$$

$$\text{a) } I_{\text{solar}} = \frac{P}{A}$$

$$1,0 \cdot 10^3 = \frac{P}{0,20} \Rightarrow P = 2,0 \cdot 10^2\text{W}$$

- b) Como apenas a água absorve calor, temos:

$$E = (m c \Delta\theta)_{\text{H}_2\text{O}} \Rightarrow E = 300 \cdot 4,0 \cdot (100 - 25) \text{ (J)}$$

$$\text{Da qual: } E = 9,0 \cdot 10^4\text{J}$$

$$c) E_{\text{total}} = E + E' \Rightarrow E_{\text{total}} = E + \frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{3} \cdot L_v$$

$$E_{\text{total}} = 9,0 \cdot 10^4 + \frac{300}{3} \cdot 2200 \text{ (J)}$$

$$E_{\text{total}} = 3,1 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$P = \frac{E_{\text{total}}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{E_{\text{total}}}{P} = \frac{3,1 \cdot 10^5}{2,0 \cdot 10^2} \text{ (s)}$$

$$\Delta t = 1,55 \cdot 10^3 \text{ s}$$

Respostas: a) $2,0 \cdot 10^2 \text{ W}$

b) $9,0 \cdot 10^4 \text{ J}$

c) $1,55 \cdot 10^3 \text{ s}$

F.02

Num espetáculo de circo, um homem deita-se no chão do picadeiro e sobre seu peito é colocada uma tábua, de 30cm x 30cm, na qual foram cravados 400 pregos, de mesmo tamanho, que atravessam a tábua. No clímax do espetáculo, um saco com 20 kg de areia é solto, a partir do repouso, de 5 m de altura em relação à tábua, e cai sobre ela. Suponha que as pontas de todos os pregos estejam igualmente em contato com o peito do homem. Determine:

- A velocidade do saco de areia ao tocar a tábua de pregos.
- A força média total aplicada no peito do homem se o saco de areia parar 0,05 s após seu contato com a tábua.
- A pressão, em N/cm^2 , exercida no peito do homem por cada prego, cuja ponta tem 4 mm^2 de área.

NOTE E ADOTE

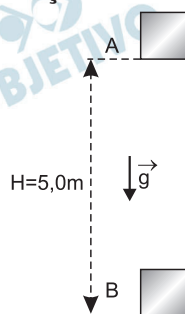
Aceleração da gravidade no local: $g = 10 \text{ m/s}^2$

Despreze o peso da tábua com os pregos.

Não tente reproduzir esse número de circo!

Resolução

a)



Conservação da energia mecânica:

$$E_B = E_A$$

(referência em B)

$$\frac{m V^2}{2} = m g H$$

$$V = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5,0} \text{ (m/s)}$$

$$V = 10 \text{ m/s}$$

- b) Pela lei da ação e reação, a força total aplicada no peito do homem tem a mesma intensidade da força média aplicada no saco.

Teorema do impulso aplicado ao saco:

$$\vec{I}_{\text{saco}} = \Delta \vec{Q}_{\text{saco}}$$

$$-(F_m - P) \Delta t = m \Delta V \quad (\downarrow \oplus)$$

$$-(F_m - 200) 0,05 = 20 (0 - 10)$$

$$F_m - 200 = 4000$$

$$F_m = 4200\text{N}$$

- c) A força média total de 4200N é distribuída em 400 pregos e, portanto, a força média em cada prego tem intensidade f_m dada por:

$$f_m = \frac{F_m}{400} = \frac{4200\text{N}}{400}$$

$$f_m = 10,5\text{N}$$

A pressão exercida por cada prego é dada por:

$$p = \frac{f_m}{A}$$

$$p = \frac{10,5\text{N}}{4 \cdot 10^{-2}\text{cm}^2}$$

$$p = 262,5 \text{ N/cm}^2$$

- Respostas: a) $V = 10\text{m/s}$
b) $F = 4200\text{N}$
c) $p = 262,5 \text{ N/cm}^2$

F.03

Trens de alta velocidade, chamados trens-bala, deverão estar em funcionamento no Brasil nos próximos anos. Características típicas desses trens são: velocidade máxima de 300 km/h, massa total (incluindo 500 passageiros) de 500 t e potência máxima dos motores elétricos igual a 8 MW. Nesses trens, as máquinas elétricas que atuam como motores também podem ser usadas como geradores, freando o movimento (freios regenerativos). Nas ferrovias, as curvas têm raio de curvatura de, no mínimo, 5 km. Considerando um trem e uma ferrovia com essas características, determine:

- a) O tempo necessário para o trem atingir a velocidade de 288 km/h, a partir do repouso, supondo que os motores forneçam a potência máxima o tempo todo.
- b) A força máxima na direção horizontal, entre cada roda e o trilho, numa curva horizontal percorrida a 288 km/h, supondo que o trem tenha 80 rodas e que as forças entre cada uma delas e o trilho tenham a mesma intensidade.

- c) A aceleração do trem quando, na velocidade de 288 km/h, as máquinas elétricas são acionadas como geradores de 8 MW de potência, freando o movimento.

NOTE E ADOTE

$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$$

Desconsidere o fato de que, ao partir, os motores demoram alguns segundos para atingir sua potência máxima.

Resolução

- a) 1) Utilizando-se o teorema da energia cinética, desprezando-se o efeito de forças dissipativas e considerando-se que o movimento ocorra em linha reta em um plano horizontal, temos:

$$\tau_{\text{motor}} = \Delta E_{\text{cin}} = \frac{m V^2}{2}$$

$$\tau_{\text{motor}} = \frac{500 \cdot 10^3}{2} \cdot \left(\frac{288}{3,6} \right)^2 \text{ (J)}$$

$$\tau_{\text{motor}} = 2,5 \cdot 10^5 \cdot 64 \cdot 10^2 \text{ (J)}$$

$$\tau_{\text{motor}} = 16 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$2) \text{Pot}_{\text{motor}} = \frac{\tau_{\text{motor}}}{\Delta t}$$

$$8,0 \cdot 10^6 = \frac{16 \cdot 10^8}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 2,0 \cdot 10^2 \text{ s}$$

- b) A força horizontal aplicada pelos trilhos fará o papel de resultante centrípeta:

$$F_h = F_{\text{cp}} = \frac{m V^2}{R}$$

$$F_h = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot (80)^2}{5,0 \cdot 10^3} \text{ (N)}$$

$$F_h = 64 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$F_h = 6,4 \cdot 10^5 \text{ N}$$

Esta força total horizontal é aplicada nas 80 rodas e, portanto, a força horizontal, em cada roda, é dada por:

$$F_1 = \frac{F_h}{80} = \frac{640}{80} \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$F_1 = 8,0 \cdot 10^3 \text{ N} = 8,0 \text{ kN}$$

Nota: Estamos admitindo que todas as rodas estejam na curva.

c) Da expressão da potência instantânea, temos:

$$\text{Pot} = F V$$

$$8,0 \cdot 10^6 = F \cdot 80$$

$$F = 1,0 \cdot 10^5 \text{N}$$

No instante T em que a velocidade tem módulo 80m/s, o trem começa a frear com uma força de intensidade $F = 1,0 \cdot 10^5 \text{N}$.

Neste instante T, a aceleração tangencial do trem terá módulo a dado por:

2.^a Lei de Newton:

$$F = m a$$

$$1,0 \cdot 10^5 = 500 \cdot 10^3 a_t$$

$$a_t = 0,20 \text{ m/s}^2$$

Se o trem estiver no instante T em trajetória retilínea a sua aceleração só terá a componente tangencial com módulo $a_t = 0,20 \text{ m/s}^2$; contudo, se neste instante T o trem estiver no trecho curvo de raio $R = 5,0 \cdot 10^3 \text{m}$ ele terá uma aceleração centrípeta com módulo dado por:

$$a_{cp} = \frac{V^2}{R} = \frac{(80)^2}{5,0 \cdot 10^3} (\text{m/s}^2) = 1,28 \text{m/s}^2$$

Neste caso a aceleração vetorial terá módulo a dado por $a^2 = a_t^2 + a_{cp}^2 = 1,68$.

$$a \approx 1,3 \text{m/s}^2$$

Respostas: a) $\Delta t = 2,0 \cdot 10^2 \text{s}$

b) $F_1 = 8,0 \cdot 10^3 \text{N}$

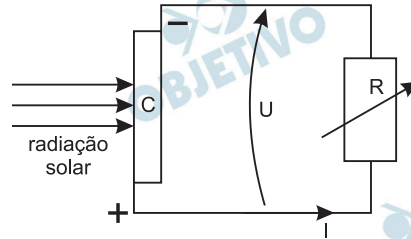
c) $a_t = 2,0 \cdot 10^{-1} \text{ m/s}^2$

$a_{cp} = 1,28 \text{ m/s}^2$

$a \approx 1,3 \text{ m/s}^2$

F.04

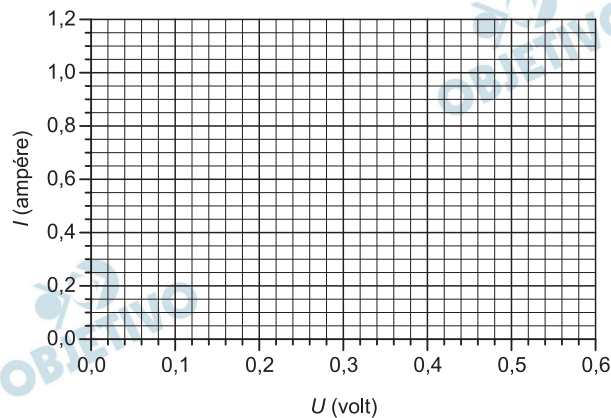
A conversão de energia solar em energia elétrica pode ser feita com a utilização de painéis constituídos por células fotovoltaicas que, quando expostas à radiação solar, geram uma diferença de potencial U entre suas faces. Para caracterizar uma dessas células (C) de 20 cm^2 de área, sobre a qual incide 1 kW/m^2 de radiação solar, foi realizada a medida da diferença de potencial U e da corrente I , variando-se o valor da resistência R , conforme o circuito esquematizado na figura abaixo.



Os resultados obtidos estão apresentados na tabela.

U (volt)	I (ampère)
0,10	1,0
0,20	1,0
0,30	1,0
0,40	0,98
0,50	0,90
0,52	0,80
0,54	0,75
0,56	0,62
0,58	0,40
0,60	0,00

- a) Faça o gráfico da curva $I \times U$ na figura impressa na folha de respostas.



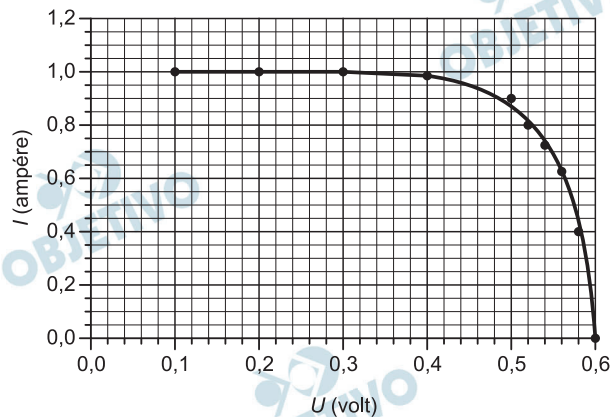
- b) Determine o valor da potência máxima P_m que essa célula fornece e o valor da resistência R nessa condição.
 c) Determine a eficiência da célula C para $U = 0,3 \text{ V}$.

NOTE E ADOTE

$$\text{Eficiência} = \frac{P_{\text{fornecida}}}{P_{\text{incidente}}}$$

Resolução

a)



b) Com a tabela fornecida, podemos determinar a potência no circuito para cada par de valores de tensão elétrica e intensidade de corrente, assim:

U (V)	I (A)	P = I . U (W)
0,10	1,0	0,10
0,20	1,0	0,20
0,30	1,0	0,30
0,40	0,98	0,39
0,50	0,90	0,45
0,52	0,80	0,41
0,54	0,75	0,40
0,56	0,62	0,34
0,58	0,40	0,23
0,60	0,00	0,00

O maior produto da tensão elétrica pela intensidade de corrente elétrica fornece a potência máxima.

$$P_{\text{máx}} = (i U)_{\text{máx}}$$

$$P_{\text{máx}} = 0,90 \cdot 0,50 \text{ (W)}$$

$$P_{\text{máx}} = 0,45 \text{ W}$$

Sendo o resistor não ôhmico, podemos, nessas condições, calcular a resistência elétrica aparente R.

$$U = R \cdot i$$

$$0,50 = R \cdot 0,90$$

$$R \approx 0,56 \Omega$$

c) Determinemos, inicialmente, a potência incidente (P_i):

$$1,0 \text{ kW} \text{ ————— } 1,0 \text{ m}^2$$
$$P_i \text{ ————— } 20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$P_i = 20 \cdot 10^{-4} \text{ kW}$$

$$P_i = 2,0 \text{ W}$$

Para $U = 0,30 \text{ V}$, temos $i = 1,0 \text{ A}$ e dessa maneira a potência fornecida será dada por:

$$P_f = i U$$

$$P_f = 1,0 \cdot 0,30 \text{ (W)}$$

$$P_f = 0,30 \text{ W}$$

Da expressão fornecida para o cálculo da eficiência, vem:

$$\varepsilon = \frac{P_f}{P_i} = \frac{0,30}{2,0}$$

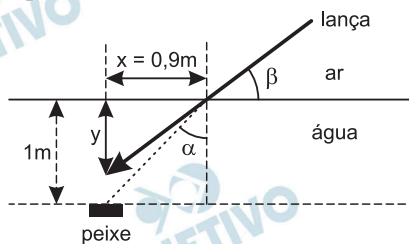
$$\varepsilon = 0,15 \quad (15\%)$$

Respostas: a) Gráfico b) 0,45W e 0,56Ω
c) 0,15 ou 15%

F.05

Um jovem pesca em uma lagoa de água transparente, utilizando, para isto, uma lança. Ao enxergar um peixe, ele atira sua lança na direção em que o observa. O jovem está fora da água e o peixe está 1 m abaixo da superfície. A lança atinge a água a uma distância $x = 90$ cm da direção vertical em que o peixe se encontra, como ilustra a figura abaixo. Para essas condições, determine:

- O ângulo α , de incidência na superfície da água, da luz refletida pelo peixe.
- O ângulo β que a lança faz com a superfície da água.
- A distância y , da superfície da água, em que o jovem enxerga o peixe.



NOTE E ADOTE

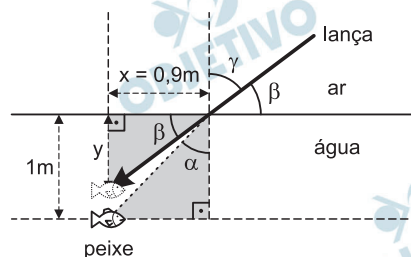
Índice de refração do ar = 1

Índice de refração da água = 1,3

Lei de Snell: $v_1/v_2 = \text{sen } \theta_1/\text{sen } \theta_2$

Ângulo θ	$\text{sen } \theta$	$\text{tg } \theta$
30°	0,50	0,58
40°	0,64	0,84
42°	0,67	0,90
53°	0,80	1,33
60°	0,87	1,73

Resolução



- a) No triângulo retângulo com um dos vértices no peixe:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{0,9}{1} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 0,9$$

Da tabela: $\alpha = 42^\circ$

- b) Lei de Snell: $n_{\text{Ar}} \operatorname{sen} \gamma = n_{\text{água}} \operatorname{sen} \alpha$

$$1 \cdot \operatorname{sen} \gamma = 1,3 \cdot 0,67 \Rightarrow \operatorname{sen} \gamma = 0,87$$

Da tabela: $\gamma = 60^\circ$

Porém: $\beta + \gamma = 90^\circ \Rightarrow \beta + 60^\circ = 90^\circ$

Da qual: $\beta = 30^\circ$

- c) Da figura: $\operatorname{tg} \beta = \frac{y}{x} \Rightarrow \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{y}{0,9}$

$$0,58 = \frac{y}{0,9} \Rightarrow y = 0,52\text{m}$$

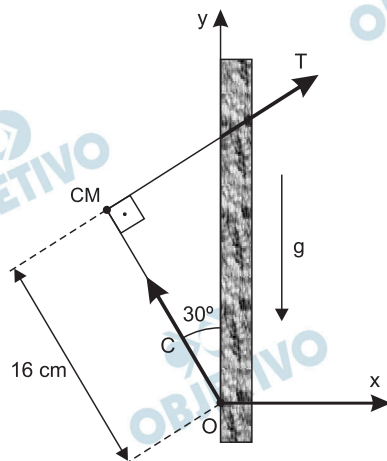
Respostas: a) $\alpha = 42^\circ$; b) $\beta = 30^\circ$; c) $y = 0,52\text{m}$

F.06

Para manter-se equilibrado em um tronco de árvore vertical, um pica-pau agarrase pelos pés, puxando-se contra o tronco, e apoia sobre ele sua cauda, constituída de penas muito rígidas, conforme figura ao lado. No esquema impresso na folha de respostas estão indicadas as direções das forças nos pés (T) e na cauda (C) do pica-pau – que passam pelo seu centro de massa (CM) – e a distância da extremidade da cauda ao CM do pica-pau, que tem 1 N de peso (P).

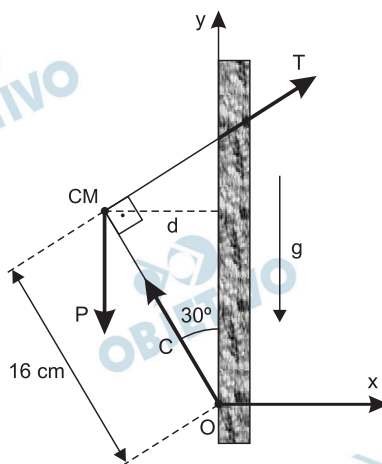


- a) Calcule os momentos das forças P e C em relação ao ponto O indicado no esquema impresso na folha de respostas.



- b) Escreva a expressão para o momento da força T em relação ao ponto O e determine o módulo dessa força.
 c) Determine o módulo da força C na cauda do pica-pau.

Resolução



- a) 1) O momento da força C , em relação ao ponto O , é nulo porque sua linha de ação passa por O .

2) Da figura: $\text{sen } 30^\circ = \frac{d}{16} = \frac{1}{2}$

$d = 8,0\text{cm}$

- 3) O momento de P (peso) em relação ao ponto O tem módulo dado por:

$|M_P| = P \cdot d$

$|M_P| = 1,0 \cdot 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ (N.m)}$

$|M_P| = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}$

O momento é uma grandeza vetorial e o momento da força P é normal ao plano do papel e sentido saindo do papel.

- b) 1) O somatório dos momentos em relação ponto O deve ser nulo e, portanto:

$$M_T + M_P + M_C = 0$$

$$M_T = -M_P$$

$$|M_T| = |M_P| = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}$$

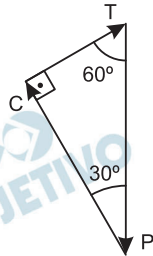
O momento da força T é normal ao plano do papel e sentido entrando no papel.

$$2) |M_T| = T \cdot d_T$$

$$8,0 \cdot 10^{-2} = T \cdot 16 \cdot 10^{-2}$$

$$T = 0,50 \text{ N}$$

- c) A força resultante deve ser nula:



Da figura:

$$\cos 30^\circ = \frac{C}{P} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$C = P \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$C = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ N} \approx 0,87 \text{ N}$$

Respostas: a) $|M_C| = 0$

$$|M_P| = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}$$

direção: normal ao plano do papel
sentido: saindo do papel

$$b) T = 5,0 \cdot 10^{-1} \text{ N}$$

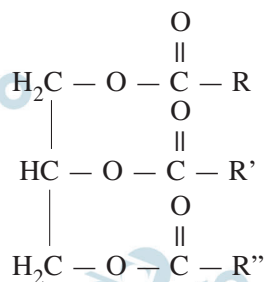
$$|M_T| = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}$$

direção: normal ao plano do papel
sentido: entrando no papel

$$c) C = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ N} \approx 8,7 \cdot 10^{-1} \text{ N}$$

Q.01

Os componentes principais dos óleos vegetais são os triglicerídeos, que possuem a seguinte fórmula genérica:



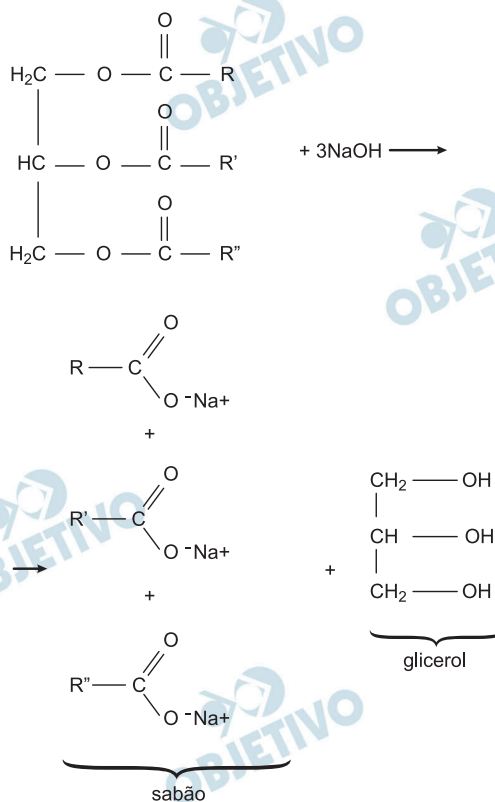
Nessa fórmula, os grupos R, R' e R'' representam longas cadeias de carbono, com ou sem ligações duplas.

A partir dos óleos vegetais, pode-se preparar sabão ou biodiesel, por hidrólise alcalina ou transesterificação, respectivamente. Para preparar sabão, tratam-se os triglicerídeos com hidróxido de sódio aquoso e, para preparar biodiesel, com metanol ou etanol.

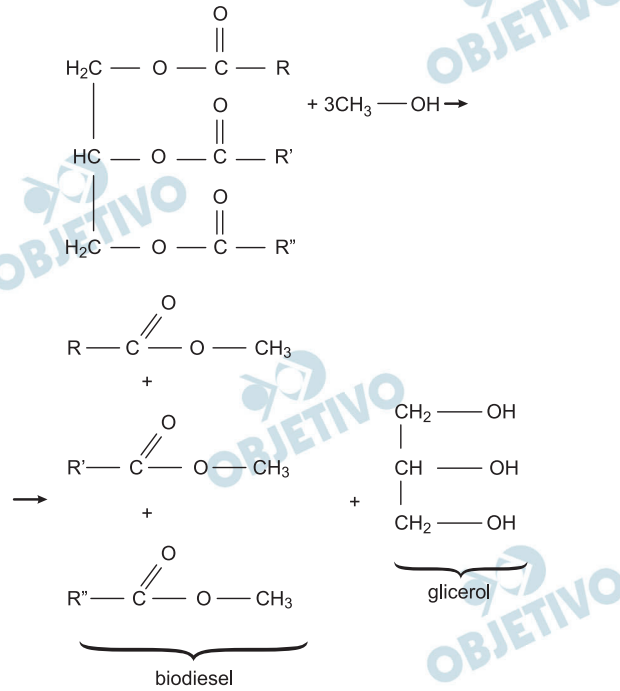
- Escreva a equação química que representa a transformação de triglicerídeos em sabão.
- Escreva uma equação química que representa a transformação de triglicerídeos em biodiesel.

Resolução

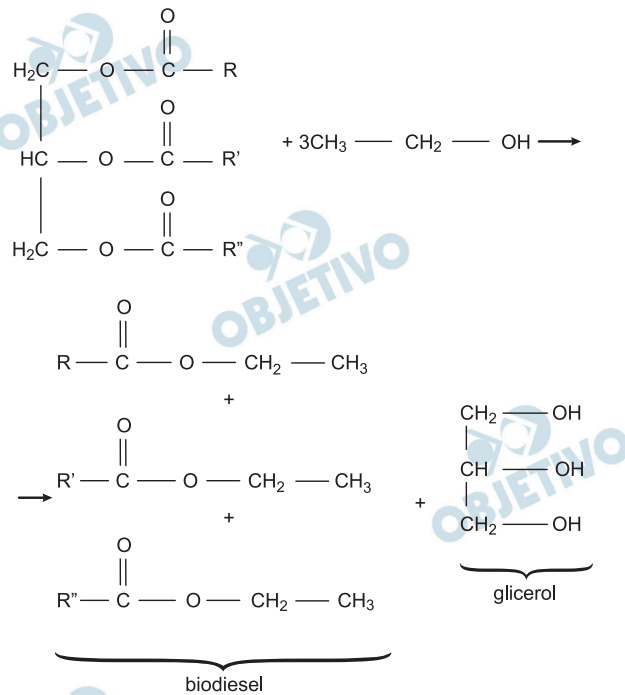
- A equação química da reação de hidrólise alcalina do triglicerídeo (reação de saponificação) está a seguir:



b) A reação do triglicerídeo com o metanol (reação de transesterificação) está representada a seguir:



Utilizando etanol:



Q.02

Monóxido de carbono é um gás inodoro, incolor e muito tóxico. Um método para determinar sua concentração no ar consiste em fazê-lo reagir, completamente, com pentóxido de di-iodo, a temperaturas entre 160°C e 180°C. Nesse processo, o monóxido de carbono é oxidado, formando-se também uma substância simples. Medindo-se a massa dessa substância simples, é possível calcular a concentração de monóxido de carbono no ar.

- a) Escreva a equação química balanceada da reação entre pentóxido de di-iodo e monóxido de carbono.

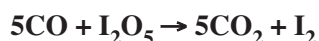
O pentóxido de di-iodo é um sólido que absorve água rapidamente, em condições ambientes, transformando-se num ácido monoprótico.

- b) Escreva a equação química balanceada da reação entre pentóxido de di-iodo e água. Se o ácido monoprótico mencionado for aquecido a temperaturas acima de 200°C, sofrerá decomposição, regenerando o pentóxido de di-iodo e a água.
- c) Determine a porcentagem da massa inicial desse ácido que se transforma em água por aquecimento acima de 200°C. Mostre os cálculos.

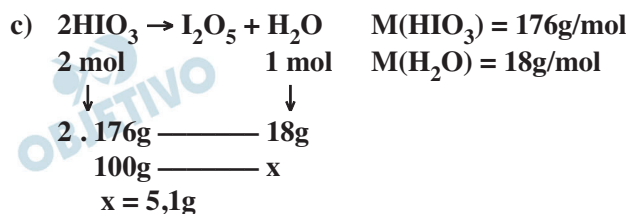
	massa molar g mol ⁻¹
H	1
O	16
I	127

Resolução

- a) A oxidação do CO produz CO₂ e a substância simples produzida corresponde ao iodo diatômico (I₂).



- b) $\text{I}_2\text{O}_5 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{HIO}_3$
(ácido monoprótico)



Porcentagem: 5,1 %

Q.03

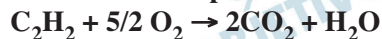
Maçaricos são queimadores de gás utilizados para produzir chamas de elevadas temperaturas, como as requeridas para soldar metais. Um gás combustível, muito utilizado em maçaricos, é o acetileno, C_2H_2 , sendo que a sua combustão pode ser promovida com ar atmosférico ou com oxigênio puro.

- Escreva a equação química balanceada da combustão completa do acetileno com oxigênio puro.
- Em uma oficina de solda, existem dois cilindros idênticos, um deles contendo oxigênio puro (cilindro A) e o outro, ar atmosférico (cilindro B). Sabendo que, no interior dos dois cilindros, as condições de pressão e temperatura são as mesmas, qual dos dois cilindros contém a maior massa gasosa? Explique.
- A temperatura da chama do maçarico é maior quando se utiliza a mistura de oxigênio e acetileno do que quando se usa a mistura de ar atmosférico e acetileno, mesmo estando os reagentes em proporção estequiométrica nos dois casos. Considerando as substâncias gasosas que recebem o calor liberado na combustão, em cada caso, explique essa diferença de temperatura.

	massa molar $g\ mol^{-1}$
O_2	32
N_2	28

Resolução

- a) **Combustão completa do acetileno:**



- b) **O cilindro que tem maior massa é o que contém oxigênio puro, pois a massa molar do O_2 (32g/mol) é maior que a massa molar média do ar (28,8g/mol).**

Cálculo da massa molar média do ar:

Admitindo no ar 80% em mol de N_2 e 20% em mol de O_2 , temos:

$$\bar{M}_{ar} = \frac{(80 \cdot 28 + 20 \cdot 32)g/mol}{100}$$

$$\bar{M}_{ar} = 28,8g/mol$$

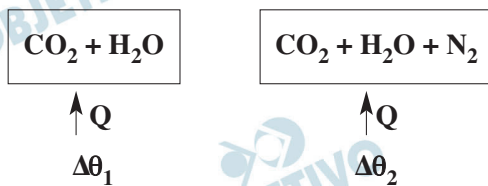
Outra explicação:

Pelo Princípio de Avogadro, temos o mesmo número de moléculas nos dois cilindros. No cilindro contendo ar, existem moléculas de N_2 , que têm menor massa que as moléculas de O_2 .

- c) **Como os reagentes acetileno e oxigênio estão na mesma proporção estequiométrica, o calor liberado será o mesmo nos dois casos (O_2 puro e O_2 no ar), para uma mesma massa de acetileno queimada.**

Considerando o calor liberado na queima do acetileno com O_2 puro, uma parte será absorvida pelos produtos da reação (CO_2 e H_2O).

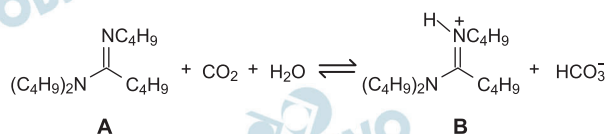
O calor liberado na queima do acetileno com o ar também será absorvido pelo gás nitrogênio, que não participou da queima, portanto, a temperatura do sistema será menor do que a que ocorre na queima do acetileno com O_2 puro.



Concluimos: $\Delta\theta_1 > \Delta\theta_2$

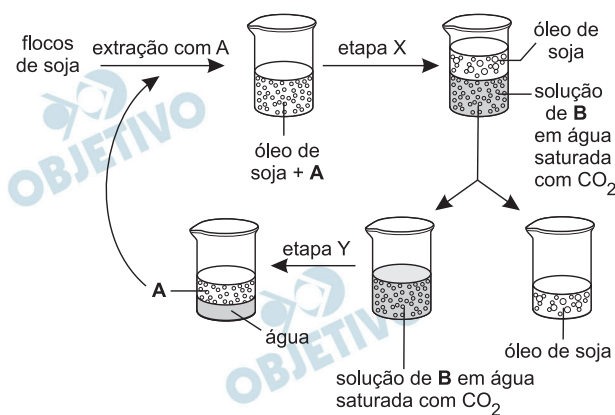
Q.04

Recentemente, foi preparado um composto A que é insolúvel em água. No entanto, quando misturado com água saturada de gás carbônico, forma-se uma solução que contém o íon B. Quando a solução resultante é aquecida, o gás carbônico é eliminado, e se formam duas camadas, uma de água e outra de composto A. Essas transformações reversíveis podem ser representadas pela seguinte equação química:



O composto A está sendo testado em um novo processo de extração do óleo de soja. No processo atual, utiliza-se hexano para extrair o óleo dos flocos de soja, formando uma solução. Em seguida, o hexano é separado do óleo de soja por destilação.

O novo processo, utilizando o composto A em vez de hexano, pode ser representado pelo seguinte esquema:



- a) Descreva o que deve ser feito nas etapas X e Y para se obter o resultado mostrado no esquema.
- b) Explique por que, no processo de extração do óleo de soja, é vantajoso evitar a destilação do solvente hexano.

Resolução

- a) Na etapa X, foi adicionada água saturada de CO_2 . Podemos verificar, pelo esquema, que flocos de soja foram extraídos com o composto A, formando uma solução (mistura homogênea) e, com a adição de água saturada de CO_2 (etapa X), o equilíbrio da reação citada é deslocado para a direita, formando íons solúveis em água e que não se misturam com o óleo, o que configura um sistema bifásico.

Na etapa Y, o sistema foi aquecido, provocando o desprendimento de CO_2 .

A solução de B (íons) com água saturada de CO_2 , sendo aquecida (etapa Y), desloca o equilíbrio da reação para a esquerda, eliminando o CO_2 e formando a substância A insolúvel em água (sistema bifásico).

- b) No processo de destilação do solvente hexano, energia é consumida para provocar a vaporização do hexano.

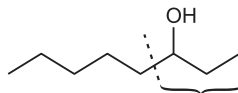
Algumas desvantagens desse processo em relação ao novo sugerido podem ser: maior consumo de energia, presença de traços de hexano no óleo de soja, emissão de solvente volátil tóxico para o ar (contribui para o efeito estufa, para o *smog* fotoquímico e é cancerígeno).

No processo sugerido, toda substância A é reaproveitada (evitando perda de material), obedecendo de forma mais adequada à química verde.

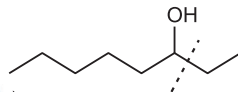
Q.05

A espectrometria de massas é uma técnica muito utilizada para a identificação de compostos. Nesse tipo de análise, um feixe de elétrons de alta energia provoca a quebra de ligações químicas, gerando fragmentos das moléculas da amostra, os quais são registrados como linhas verticais em um gráfico, chamado espectro de massas. Nesse gráfico, em abscissas, são representadas as massas molares dos fragmentos formados e, em ordenadas, as abundâncias desses fragmentos.

Quando álcoois secundários são analisados por espectrometria de massas, resultam várias quebras de ligações, sendo a principal a que ocorre entre o átomo de carbono ligado ao grupo OH e o átomo de carbono vizinho. Para o 3-octanol, por exemplo, há duas possibilidades para essa quebra, como mostrado abaixo. Forma-se, em maior abundância, o fragmento no qual o grupo OH está ligado à cadeia carbônica mais curta.



massa molar do fragmento mais abundante = 59 g mol^{-1}

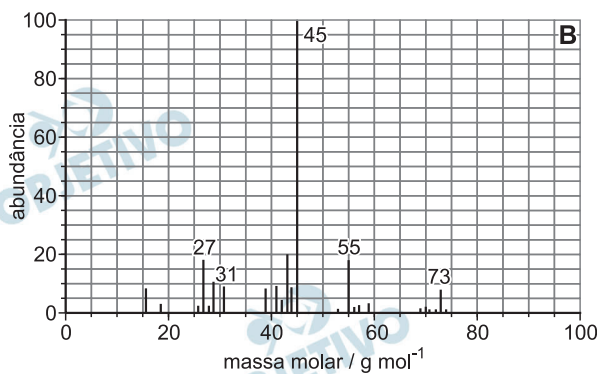
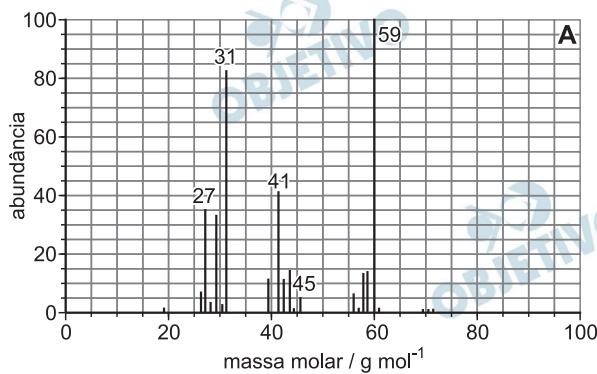


massa molar do fragmento menos abundante = 101 g mol^{-1}

A reação de hidratação do *cis*-2-penteno produz dois álcoois secundários que podem ser identificados por seus espectros de massas (A e B), os quais estão apresentados abaixo.

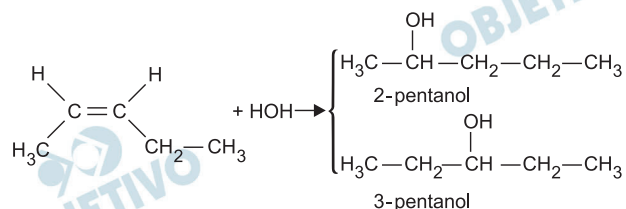
- Escreva a equação química que representa a reação de hidratação do *cis*-2-penteno, mostrando os dois álcoois secundários que se formam.
- Atribua, a cada espectro de massas, a fórmula estrutural do álcool correspondente. Indique, em cada caso, a ligação que foi rompida para gerar o fragmento mais abundante.

	massa molar g mol^{-1}
H	1
C	12
O	16



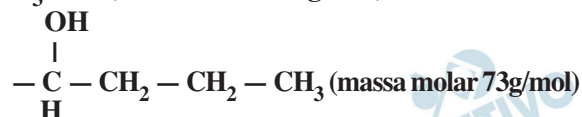
Resolução

a) Equação da reação de hidratação do cis-2-penteno:

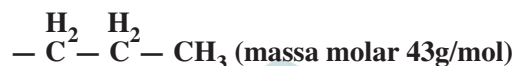
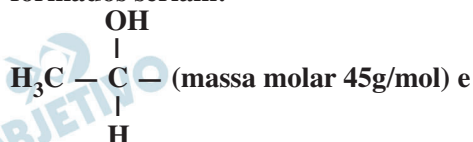


b) Admitindo apenas a quebra da ligação entre o átomo de carbono que apresenta o grupo OH e o átomo de carbono vizinho, temos:

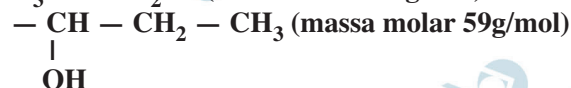
I) No caso do 2-pentanol, a quebra da ligação entre o primeiro e o segundo átomo de carbono produziu os seguintes fragmentos:



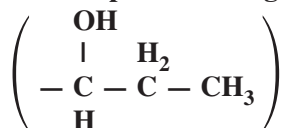
No caso da quebra da ligação entre o segundo e o terceiro átomo de carbono, os fragmentos formados seriam:



II) No caso do 3-pentanol, a quebra da ligação citada produziria somente os fragmentos:

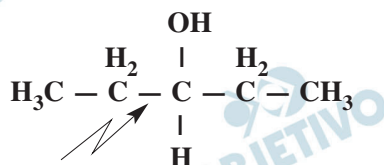


Observando o gráfico A, o fragmento de maior abundância (100) apresenta massa molar igual a 59g/mol, o que corresponde ao fragmento:



que aparece apenas na quebra da ligação do 3-pentanol.

A ligação rompida foi entre os átomos de carbono 2 e 3:

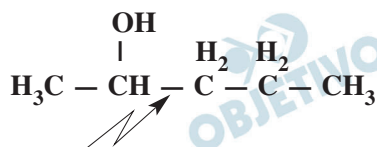


No gráfico B, o fragmento de maior abundância (100) apresenta massa molar 45g/mol, que



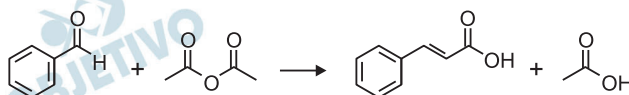
originado na quebra da ligação dos átomos de carbono presentes no 2-pentanol.

A ligação rompida é aquela entre os átomos de carbono 2 e 3:



Q.06

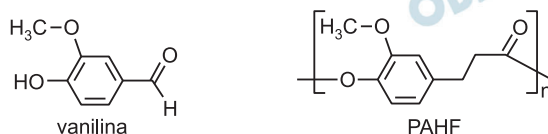
Aldeídos aromáticos reagem com anidrido acético, produzindo ácidos com uma ligação dupla entre os dois átomos de carbono adjacentes ao grupo carboxila, como exemplificado:



Fenóis também podem reagir com anidrido acético, como exemplificado:



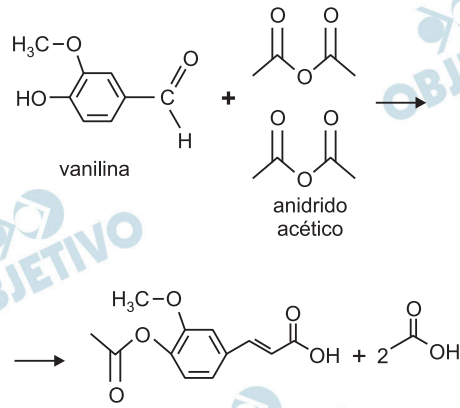
Um novo polímero, PAHF, foi preparado a partir da vanilina, por uma sequência de etapas. Na primeira delas, ocorrem duas transformações análogas às já apresentadas. Seguem as representações da vanilina e do PAHF.



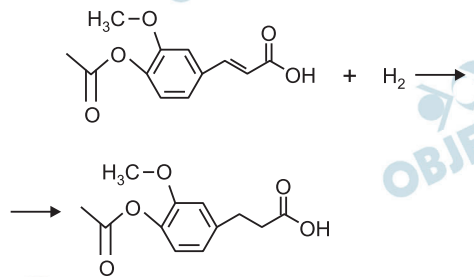
- Escreva a equação química balanceada que representa a reação da vanilina com anidrido acético. O composto aromático obtido na reação descrita no item **a** pode ser transformado no polímero PAHF pela seguinte sequência de reações: hidrogenação, hidrólise e polimerização.
- Considerando a ligação entre duas unidades monoméricas no polímero, como se pode classificar o PAHF? Seria: poliamida, poliálcool, poliácido, poliéster ou polialdeído? Explique.

Resolução

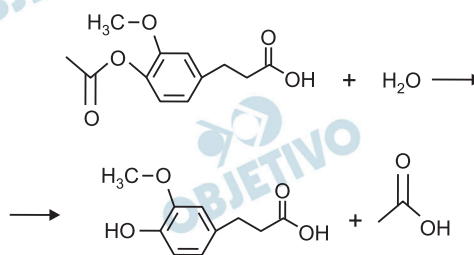
a)



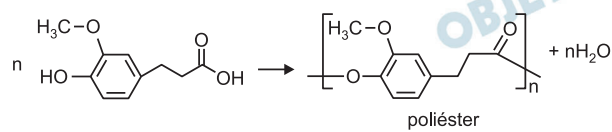
b) Hidrogenação:



Hidrólise



Polimerização:



O PAHF é um poliéster.

B.01

Os néfrons são as unidades funcionais dos rins, responsáveis pela filtração do sangue e pela formação da urina.

- a) Complete a Tabela na folha de respostas, comparando as concentrações de aminoácidos, glicose e ureia, no sangue que chega ao néfron, com as concentrações dessas substâncias na urina e no sangue que deixa o néfron, em uma pessoa saudável. Marque com “X” os espaços da Tabela correspondentes às alternativas corretas.

Substância	Concentração no sangue que chega ao néfron relativa à concentração na urina			Concentração no sangue que chega ao néfron relativa à concentração no sangue que deixa o néfron		
	Maior	Menor	Equivalente	Maior	Menor	Equivalente
Aminoácidos						
Glicose						
Ureia						

- b) Cerca de 30% da água presente no sangue que chega ao néfron passa para a cápsula renal, onde se inicia a filtração. Entretanto, a quantidade de água no sangue que sai do néfron é praticamente igual à quantidade de água do sangue que chega a ele. Explique como ocorre a recomposição da quantidade de água no sangue.

Resolução

a)

Substância	Concentração no sangue que chega ao néfron relativa à concentração na urina			Concentração no sangue que chega ao néfron relativa à concentração no sangue que deixa o néfron		
	Maior	Menor	Equivalente	Maior	Menor	Equivalente
Aminoácidos	X					X
Glicose	X					X
Ureia			X	X		

- b) A água é reabsorvida nos túbulos renais por osmose, transporte ativo e ação do hormônio antidiurético. As células que constituem os túbulos renais são dotadas de invaginações de base que potencializam a reabsorção.

B.02

Há doenças hereditárias que são causadas por mutações no DNA mitocondrial.

- O risco de ocorrerem meninas e meninos afetados por essas doenças é igual na prole de mulheres afetadas e na prole de homens afetados? Justifique sua resposta.
- Uma mutação no DNA mitocondrial pode estar presente nos espermatozoides dos afetados? Justifique sua resposta.

Resolução

- Não. O DNA mitocondrial é transmitido apenas por via materna.**
- Sim. Os espermatozoides possuem mitocôndrias na peça intermediária.**

B.03

Os acidentes em que as pessoas são “queimadas” por cnidários ocorrem com frequência no litoral brasileiro. Esses animais possuem cnidoblastos ou cnidócitos, células que produzem uma substância tóxica, que é composta por várias enzimas e fica armazenada em organelas chamadas nematocistos.

Os cnidários utilizam essa substância tóxica para sua defesa e a captura de presas.

- Em que organela(s) do cnidoblasto ocorre a síntese das enzimas componentes da substância tóxica?
- Após a captura da presa pelo cnidário, como ocorrem sua digestão e a distribuição de nutrientes para as células do corpo do animal?

Resolução

- As enzimas são proteínas sintetizadas nos ribossomos.**
- As presas são digeridas na cavidade gastrovascular, por via enzimática (digestão extracelular), e no interior das células, por atividade de enzimas lisossômicas (digestão intracelular). A distribuição do alimento se faz por difusão de célula para célula, uma vez que esses animais não possuem tecidos condutores (vasculares).**

B.04

Resultados de uma pesquisa publicada na revista *Nature*, em 29 de julho de 2010, mostram que a quantidade média de fitoplâncton dos oceanos diminuiu cerca de 1% ao ano, nos últimos 100 anos.

Explique como a redução do fitoplâncton afeta

- os níveis de carbono na atmosfera.
- a biomassa de decompositores do ecossistema marinho.

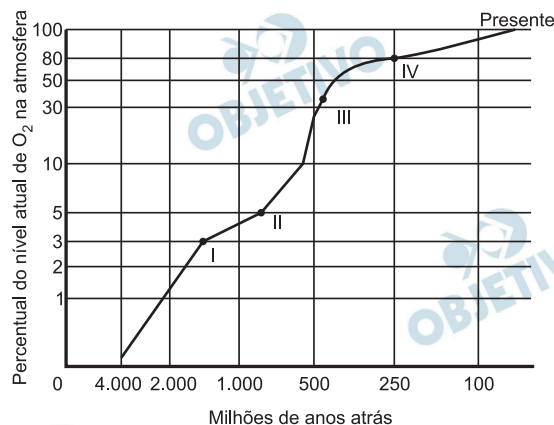
Resolução

- A redução do fitoplâncton provoca a diminuição da fotossíntese, fenômeno que sequestra CO_2 atmosférico, portanto devem aumentar os níveis de carbono na atmosfera.
- O fitoplâncton produz o alimento e o O_2 necessários à manutenção de toda teia alimentar. Sua redução deve provocar a diminuição da biomassa de decompositores.

B.05

No gráfico abaixo, a curva mostra a porcentagem do gás oxigênio (O_2) na atmosfera terrestre, ao longo do tempo, em relação ao nível atual. Nessa curva, os pontos I, II, III e IV representam o surgimento de grupos de seres vivos:

- I. Eucariontes unicelulares
- II. Organismos multicelulares
- III. Cordados
- IV. Angiospermas



- a) Que grupos de seres vivos, surgidos depois do ponto II e antes do ponto IV da curva, contribuíram para o aumento do O_2 atmosférico?
- b) Depois de que ponto assinalado na curva surgiu o cloroplasto?
- c) Que tipos de respiração apresentam os animais que surgiram a partir do ponto III da curva?

Resolução

- a) – Algas pluricelulares (protocistas);
– Briófitas, pteridófitas e gimnospermas (plantas).
- b) Os cloroplastos surgiram no ponto I a partir de bactérias clorofiladas (procariontes) que foram englobadas pelas células eucariotas.
- c) Os cordados apresentam respiração branquial, cutânea e pulmonar.

B.06

Quanto à termorregulação, os animais são classificados em endotérmicos, ou seja, dependentes da produção metabólica de calor, e ectotérmicos, que utilizam fontes ambientais de calor para manter seu metabolismo.

- a) Um *habitat* com baixo suprimento de alimentos favorece o estabelecimento de animais endotérmicos ou ectotérmicos? Justifique sua resposta.
- b) Considerando as características do primeiro grupo de vertebrados a conquistar definitivamente o ambiente terrestre, seus representantes viviam em um clima mais próximo ao tropical ou ao temperado? Justifique sua resposta.

Resolução

- a) **Ectotérmicos porque apresentam metabolismo variável, dependendo da temperatura do meio ambiente.**
- b) **Tropical. Os primeiros vertebrados que conquistaram definitivamente o meio terrestre foram os répteis, animais característicos de ambientes tropicais.**

H.01

Se utilizássemos, numa conversa com homens medievais, a expressão “Idade Média”, eles não teriam ideia do que isso poderia significar. Eles, como todos os homens de todos os períodos históricos, se viam vivendo na época contemporânea. De fato, falarmos em Idade Antiga ou Média representa uma rotulação posterior, uma satisfação da necessidade de se dar nome aos momentos passados. No caso do que chamamos de Idade Média, foi o século XVI que elaborou tal conceito. Ou melhor, tal pre-conceito, pois o termo expressava um desprezo indistigado pelos séculos localizados entre a Antiguidade Clássica e o próprio século XVI.

(Hilário Franco Júnior, *A Idade Média. Nascimento do Ocidente*. 3ª ed. São Paulo: Brasiliense, s.d. [1986]. p.17. Adaptado.)

A partir desse trecho, responda:

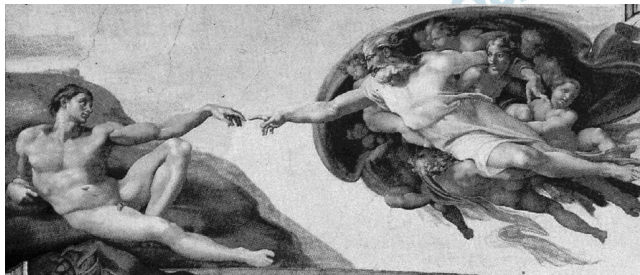
- a) Em que termos a expressão “Idade Média” pode carregar consigo um valor depreciativo?
- b) Como o período comumente abarcado pela expressão “Idade Média” poderia ser analisado de outra maneira, isto é, sem um julgamento de valor?

Resolução

- a) **Como os renascentistas do século XVI admiravam a Antiguidade Clássica (Greco-Romana) e procuravam espelhar-se nela, tendiam a depreciar o período que se interpunha entre eles e seu modelo.**
- b) **A Idade Média deve ser analisada dentro de suas peculiaridades (as estruturas feudais) e de sua dinâmica própria, sem comparações valorativas com os períodos que a sucederam ou precederam.**

H.02

Observe a imagem e leia o texto a seguir.



Fonte: Michelangelo. *A criação de Adão*, detalhe do teto da Capela Sistina, Vaticano (c. 1511). www.rastel.com.

Michelangelo começou cedo na arte de dissecar cadáveres. Tinha apenas 13 anos quando participou das primeiras sessões. A ligação do artista com a medicina foi reflexo da efervescência cultural e científica do Renascimento. A prática da dissecação, que se encontrava dormente havia 1.400 anos, foi retomada e exerceu influência decisiva sobre a arte que então se produzia.

Clayton Levy, “Pesquisadores dissecam lição de anatomia de Michelangelo”, *Jornal da Unicamp*, nº 256, junho de 2004, http://www.unicamp.br/unicamp/unicamp_hoje/ju/junho2004/ju256pag1.html. Acessado em 11/06/2010.

- Explique a relação, mencionada no texto, entre artes plásticas e dissecação de cadáveres, no contexto do Renascimento.
- Identifique, na imagem acima, duas características da arte renascentista.

Resolução

- A dissecação de cadáveres mencionada no texto ia ao encontro de um dos objetivos dos artistas da Renascença: reproduzir a figura humana com o máximo realismo anatômico, dentro da concepção naturalista que constituía uma das vertentes mais significativas do pensamento renascentista.
- Antropocentrismo (valorização do ser humano), influência da arte clássica (utilização do afresco, nudez da figura de Adão) e perspectiva (noção de profundidade na pintura).

H.03

Observe a seguinte foto.



Fonte: Imagens das estátuas de Antônio Raposo Tavares (esq.) e Fernão Dias Pais (dir.), existentes no salão de entrada do Museu Paulista, São Paulo.

Essas duas estátuas representam bandeirantes paulistas do século XVII e trazem conteúdos de uma mitologia criada em torno desses personagens históricos.

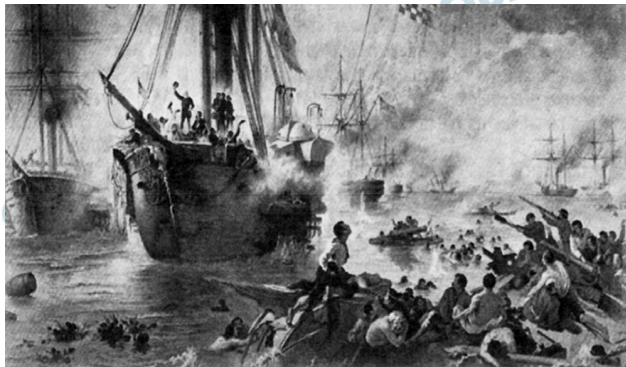
- Caracterize a mitologia construída em torno dos bandeirantes paulistas.
- Indique dois aspectos da atuação dos bandeirantes que, em geral, são omitidos por essa mitologia.

Resolução

- O visual militarizado e heroico que atualmente se atribui aos bandeirantes foi elaborado a partir de 1932, no contexto da Revolução Constitucionalista de São Paulo contra Vargas, quando se tornou necessário produzir uma identificação positiva entre o povo paulista e seu passado histórico, sintetizado no bandeirismo.
- Geralmente, omite-se a precariedade da vida dos paulistas na época do bandeirismo, assim como sua brutalidade na destruição das missões jesuíticas, com grande mortandade e também aprisionamento de milhares de índios, e na aniquilação do Quilombo dos Palmares.

H.04

Observe os dois quadros a seguir.



Fonte: Victor Meirelles de Lima, *Combate naval do Riachuelo*, 2.^a versão. 1882/1883.



Fonte:
Juan Manuel Blanes,
A destruição causada pela guerra, 1880.

Essas duas pinturas se referem à chamada Guerra da Tríplice Aliança (ou Guerra do Paraguai), ocorrida na América do Sul entre 1864 e 1870.

- a) Esses quadros foram pintados cerca de dez anos depois de terminada a Guerra do Paraguai, o da esquerda, por um brasileiro, o da direita, por um uruguaio. Analise como cada um desses quadros procura construir uma determinada visão do conflito.
- b) A Guerra do Paraguai foi antecedida por vários conflitos na região do Rio da Prata, que coincidiram e se relacionaram com o processo de construção dos Estados nacionais na região. Indique um desses conflitos, relacionando-o com tal processo.

Resolução

- a) O quadro de Victor Meireles mostra uma visão épica da Guerra do Paraguai, destacando o heroísmo dos combatentes, notadamente dos brasileiros vitoriosos no Riachuelo. Já o quadro de Juan Blanes revela um enfoque humanista do conflito, enfatizando o sofrimento e a destruição inflingidos pelos vencedores à população paraguaia.
- b) Guerra da Cisplatina (1825-28), travada entre Brasil e Argentina e que resultou na independência do Uruguai.
Guerras do Brasil contra Oribe (1851) e Aguirre (1864-65), líderes *blancos* uruguaiois que se opunham à hegemonia brasileira sobre seu país.
Guerra do Brasil contra Rosas (1851-52), ditador argentino que, ao pretender reconstituir o território do antigo Vice-Reino do Prata em benefício de seu país, punha em xeque a hegemonia brasileira na região.

H.05

Este livro não pretende ser um libelo nem uma confissão, e menos ainda uma aventura, pois a morte não é uma aventura para aqueles que se deparam face a face com ela. Apenas procura mostrar o que foi uma geração de homens que, mesmo tendo escapado às granadas, foram destruídos pela guerra.

Erich Maria Remarque, *Nada de novo no front*.

São Paulo: Abril, 1974 [1929], p.9.

Publicado originalmente em 1929, logo transformado em *best seller* mundial, o livro de Remarque é, em boa parte, autobiográfico, já que seu autor foi combatente do exército alemão na Primeira Guerra Mundial, ocorrida entre 1914 e 1918. Discuta a ideia transmitida por “uma geração de homens que, mesmo tendo escapado às granadas, foram destruídos pela guerra”, considerando:

- a) As formas tradicionais de realização de guerras internacionais, vigentes até 1914 e, a partir daí, modificadas.
- b) A relação da guerra com a economia mundial, entre as últimas décadas do século XIX e as primeiras do século XX.

Resolução

- a) Antes da Primeira Guerra Mundial, a guerra moderna baseava-se sobretudo na movimentação das tropas com o objetivo de destruir o inimigo em algumas batalhas decisivas (“guerra de movimento”). Essa estratégia foi tentada nos primeiros meses do conflito de 1914-18, mas falhou diante do equilíbrio das forças em confronto e da nova tecnologia militar. A partir de então, a linha de frente estabilizou-se, dando origem à “guerra de trincheiras”, que se estenderia até 1918. Nessa nova modalidade, as forças em presença permaneciam imobilizadas em trincheiras por longos períodos, sujeitas à lama, ao frio, aos parasitas, às doenças e ao tédio, que corroíam o moral dos combatentes. Periodicamente, realizavam-se ofensivas frontais contra as posições inimigas, com enorme perda de vidas e poucos ganhos territoriais.

b) Antes de 1914, a guerra era vista pelas grandes potências como um instrumento de fortalecimento de sua própria economia, fosse pela conquista de mercados e fontes de matérias primas (neocolonialismo), fosse para fortalecer sua influência sobre Estados mais fracos (imperialismo), fosse ainda para destruir potências concorrentes. Todavia, as enormes despesas exigidas pela Primeira Guerra Mundial (geradas pela mobilização de milhões de pessoas, pelos gigantescos investimentos na produção bélica e pela imensa destruição de recursos por força da intensidade dos combates) provocou efeitos catastróficos na economia de todas as potências envolvidas – exceto nos Estados Unidos, cujas perdas humanas e materiais foram muito menores que as sofridas pelos demais beligerantes. Assim sendo, a economia mundial sofreria mudanças drásticas depois de 1918: as forças econômicas mundiais se reordenariam em favor dos Estados Unidos e em detrimento das potências europeias tradicionais, e o liberalismo dominante no século XIX cederia lugar ao intervencionismo (mudança que, no caso norte-americano, somente ocorreria a partir de 1933).

Obs. O título original do livro de Erich Maria Remarque é *Nada de Novo na Frente Ocidental*.

H.06

Considere as seguintes charges.



Fonte: Augusto Bandeira, *Correio da Manhã*, 14/7/1963 (esq.) e Biganti, *O Estado de S.Paulo*, 9/2/1964 (dir.)
Imagens extraídas de: Rodrigo Patto Motta, *Jango e o golpe de 1964 na caricatura*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2006, p. 98 e 165.

Essas charges foram publicadas durante a presidência de João Goulart (1961-1964).

- Cada charge apresenta uma crítica a um determinado aspecto do governo de Goulart. Identifique esses dois aspectos.
- Analise como esses dois aspectos contribuíram para a justificativa do golpe militar de 1964.

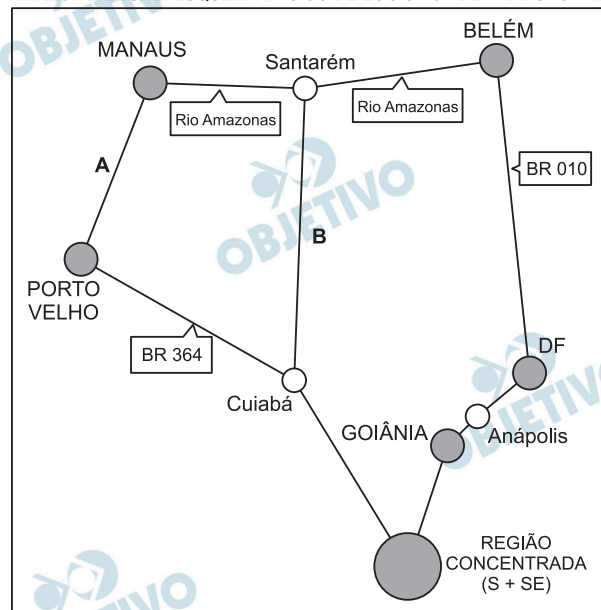
Resolução

- Intensificação do processo inflacionário e crescente esquerdização do governo, evidenciada na retórica anti-imperialista dos líderes populistas e na proposta de “reformas de base” feita por Goulart.**
- A esquerdização do governo Goulart inquietou os setores conservadores do País; concomitantemente, a retórica anti-imperialista de Goulart e seus partidários, no contexto da Guerra Fria, fez com que as forças reacionárias civis e militares se articulassem, com respaldo norte-americano, para impedir uma possível “cubanização” do Brasil. Por essa razão, o Golpe de 1964 deve ser considerado como uma manobra conservadora que se repetiria em outros países do Cone Sul, resultando na implantação de ditaduras conservadoras alinhadas com os Estados Unidos.**

G.01

A maior integração da Amazônia Legal à economia brasileira está baseada na estruturação de um sistema de circulação, envolvendo, principalmente, hidrovias e rodovias, conforme esquema abaixo.

AMAZÔNIA LEGAL: ESQUEMA BÁSICO DE LOGÍSTICA DE TRANSPORTES



Fonte: Huertas, D. M., *Da fachada atlântica à imensidão amazônica*, 2009. Adaptado.

Com base nesse esquema e em seus conhecimentos, identifique o eixo

- hidroviário **A** e analise sua relação com os mercados interno e externo.
- rodoviário **B** e analise a polêmica em torno da pavimentação dessa rodovia, considerando um impacto ambiental e um social.

Resolução

- a) O eixo A corresponde à hidrovia do Rio Madeira, pela qual se escoam a produção, sobretudo de soja, da fronteira agrícola noroeste do Brasil. Possui posição estratégica, pois é praticamente a única via de escoamento e de acesso ao litoral setentrional brasileiro, no qual o acesso aos grandes mercados europeu e norte-americano é facilitado. Também o desenvolvimento econômico das margens é dinamizado por essa via, destacando o transporte de produtos industrializados da Zona Franca de Manaus e de *commodities*.

No sistema de drenagem do Rio Madeira, destaca-se o corredor noroeste, que se estende de Porto Velho, RO, ao Rio Amazonas, em trecho a jusante de Manaus, AM.

No complexo hidroviário que abrange a rede hidrográfica do Rio Madeira, destaca-se ainda a produção hidroelétrica, com a usina binacional Brasil-Bolívia: Guajará, e as brasileiras: Santo Antônio e Jirau.

- b) O eixo rodoviário citado é conhecido como BR-163 (Cuiabá – Santarém); tal rodovia foi aberta na década de 1970 como uma obra de infraestrutura projetada pelo então governo militar para tentar integrar a Amazônia à economia nacional. Entre os impactos sociais positivos, podemos citar o ganho de competitividade do agronegócio, que necessita reduzir custos para a exportação. Além disso, a rodovia facilita a ação do Estado para atender a demanda social dos que habitam suas margens.

Por outro lado, a pavimentação facilitará a ocupação das proximidades, fato que pode motivar conflitos por terra envolvendo latifundiários, posseiros, sem-terra e indígenas.

Quanto aos impactos ambientais possíveis, podemos citar o agravamento da extração de madeira, perda sistemática de biodiversidade regional, exposição do solo à erosão, contaminação por agrotóxicos e assoreamento dos cursos de água.

Pessoal ocupado nos estabelecimentos agropecuários – 2006

Localidade	Total de pessoal ocupado	Mão de obra familiar	Empregados contratados
Brasil	16.367.633	12.810.591 (78,3%)	3.557.042 (21,7%)
Estado de São Paulo	828.492	416.111 (50,2%)	412.381 (49,8%)
Estado do Rio Grande do Sul	1.219.511	1.071.709 (87,9%)	147.802 (12,1%)

Fonte: IBGE, Censo Agropecuário 2006. Adaptado.

Com base na tabela e em seus conhecimentos:

- Análise a presença de mão de obra familiar nos Estados de São Paulo e do Rio Grande do Sul, relacionando-a com as atividades agropecuárias predominantes em cada um deles.
- Tendo em vista o fato de que a mão de obra familiar é majoritária no Brasil, analise os dados de pessoal ocupado nos estabelecimentos rurais no Estado de São Paulo, considerando as transformações agrárias ocorridas, nesse estado, a partir dos anos 1950.

Resolução

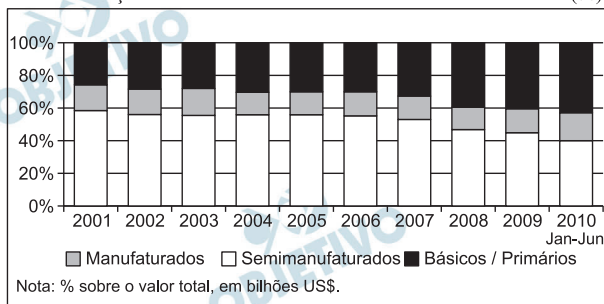
- Quanto ao uso da mão de obra familiar, nota-se que, no Rio Grande do Sul, o seu uso é fortemente dominante, chegando a 87,9% da mão de obra total. Isso ocorre em função da grande presença do elemento imigrante que se estabeleceu em pequenas e médias propriedades nas zonas serranas, onde esse tipo de mão de obra era mais plausível, incentivado também pelo apoio que a agroindústria dava ao uso da mão obra familiar (como nas granjas avícolas, ou no plantio de uva). Já no estado de São Paulo, observa-se um equilíbrio entre o contingente de mão de obra familiar (50,2% do total) e da mão de obra contratada (48,8%), evidenciando uma estrutura fundiária com forte tendência à concentração de terras, dificultando o acesso à terra para a mão de obra familiar. Outro aspecto observável é que o pessoal total ocupado nos estabelecimentos agropecuários é superior no Rio Grande do Sul (com 1.219.551 trabalhadores contra 828.429 trabalhadores em São Paulo).**
- O equilíbrio observado na distribuição de mão de obra empregada no setor agropecuário paulista se deve às tradições históricas próprias do estado de São Paulo, onde sempre despontou o predomínio das grandes propriedades monocultoras voltadas para a exportação ou para fornecimento à indústria. Isto ocorre desde os tempos da cultura do café que, a partir da década de 1980, passou a**

perder terreno para dois outros cultivos: a laranja e, principalmente, a cana de açúcar, que necessitam de muita mão de obra contratada. Intensifica-se também, a partir da década de 1950, o processo de mecanização das atividades agrícolas, no estado de São Paulo, o que leva a uma concentração de terras cada vez maior, rarefazendo a possibilidade de acesso à terra pela atividade familiar. A maior parte da mão de obra familiar empregada no estado de São Paulo está relacionada à produção de hortifrutigranjeiros em municípios da Grande São Paulo e outros, fornecidos ao consumo dos grandes centros urbanos.

G.03

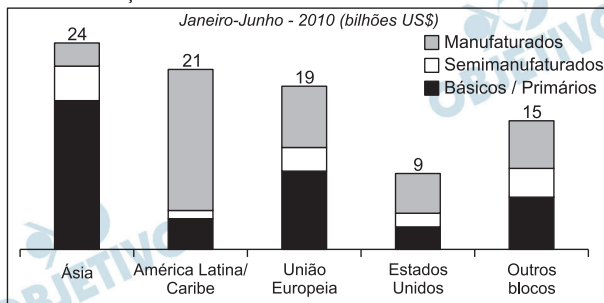
Observe os gráficos abaixo sobre as exportações brasileiras.

A
EXPORTAÇÕES BRASILEIRAS POR FATOR AGREGADO (%)



Fonte: SECEX/MDIC, 2010. Adaptado.

B
EXPORTAÇÕES BRASILEIRAS POR BLOCO ECONÔMICO



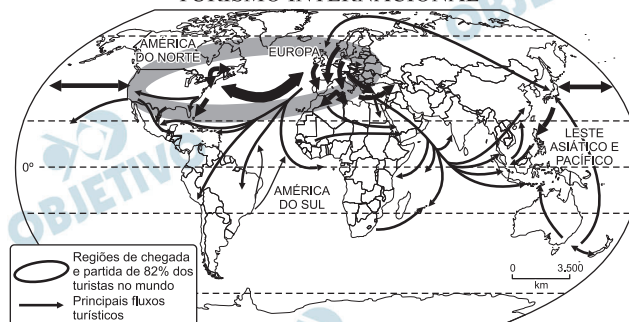
Fonte: SECEX/MDIC, 2010. Adaptado.

- Com base no gráfico A e em seus conhecimentos, analise e explique as exportações brasileiras entre 2001 e 2010.
- Compare as exportações brasileiras para a América Latina/Caribe e para a União Europeia (gráfico B). Explique as diferenças encontradas.

Resolução

- a) O gráfico A permite observar um aumento paulatino das exportações de produtos básicos primários e a diminuição das exportações de produtos manufaturados e semimanufaturados. O crescimento das exportações de produtos primários se justifica pela qualidade e pela tradição do Brasil na produção desse tipo de bens, ao mesmo tempo em que crescia, entre 2001 e 2010, o mercado consumidor mundial, principalmente o chinês, do qual o Brasil se tornou um dos maiores fornecedores. A queda nas exportações de manufaturados e semimanufaturados se explica pela maior concorrência que os produtos brasileiros passaram a enfrentar no mercado mundial, pelo mesmo crescimento no fornecimento desses produtos pela China e por outras nações asiáticas.
- b) No caso do mercado da América Latina e do Caribe, observa-se que é um dos maiores mercados consumidores do Brasil, correspondendo a 21% das exportações brasileiras. Nota-se também que, para esses mercados, predominam as exportações de bens manufaturados, mostrando uma maior capacidade produtiva brasileira de bens com maior tecnologia, quando comparada à produção desses países. A União Europeia aparece como o terceiro maior consumidor de produtos brasileiros, com 19% do total das exportações, sendo que, nesse caso, a oferta de produtos básicos e primários é maior, em função de o Brasil se constituir num tradicional fornecedor (cujos produtos são bastante apreciados) e em função também da concorrência de bens manufaturados e semimanufaturados, principalmente a asiática, que é muito mais intensa.

TURISMO INTERNACIONAL



Fonte: De Agostini, 2009. Adaptado.

Com base no mapa e em seus conhecimentos:

- Análise os principais fluxos de turistas pelo mundo, relacionando-os com aspectos da Divisão Internacional do Trabalho.
- Faça uma análise sobre a posição do Brasil na distribuição dos fluxos internacionais de turistas.

Resolução

- Os principais fluxos de turistas pelo mundo ocorrem no sentido norte-norte, ou seja, entre países concentradores da maior parte da renda mundial, apresentando maior dinamismo econômico, maior seguridade social, além do desenvolvimento em infraestrutura de serviços.

Entre os fluxos secundários, destacam-se outras modalidades, envolvendo destinos que apresentam aspectos culturais, religiosos, exóticos e de natureza, predominantes em países do sul.

- A posição brasileira pode ser avaliada como secundária, em relação aos principais fluxos.

A evolução da atividade turística e seus correlatos no País é relativamente recente em virtude dos escassos investimentos no setor. Em decorrência dessa situação, surgem problemas, tais como:

- saturação do transporte aeroviário, com aeroportos subdimensionados, morosidade dos serviços.
- baixa qualificação da mão de obra gerando um atendimento deficitário; propaganda negativa do País no exterior quanto aos problemas de violência urbana e turismo sexual.

Embora o setor turístico brasileiro apresente equipamentos insuficientes e infraestrutura precária, sua potencialidade pode ser destacada, por exemplo em razão dos seus atrativos naturais e do turismo de negócios, que é um dos mais crescentes.

Todavia, ressaltam-se os investimentos que serão necessários para a realização de eventos como a Copa de 2014 e a Olimpíada de 2016 (RJ).

G.05

A erosão dos solos é um grave problema ambiental e socioeconômico. A intensidade dos processos erosivos, por sua vez, relaciona-se a fatores naturais e à ação humana.

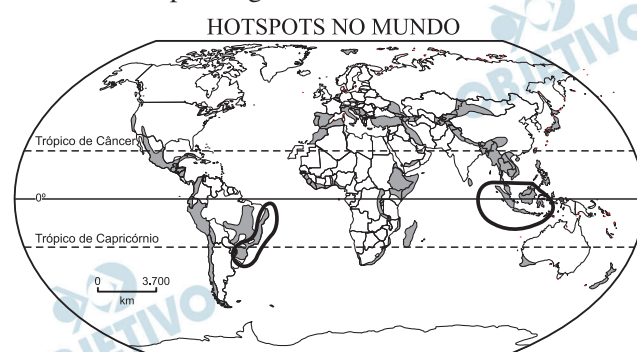
- Identifique e explique dois fatores que contribuem para a erosão dos solos, sendo um deles natural e outro decorrente da ação humana.
- Identifique e explique um problema socioeconômico relacionado à erosão dos solos em áreas urbanas.

Resolução

- Quanto ao fator natural, pode-se citar as chuvas intensas concentradas no verão, acima de 1.500 mm anuais, típicas de clima Tropical, que em terrenos com forte inclinação podem provocar o transporte de material inconsolidado. Quanto à ação humana, a retirada da cobertura vegetal e desflorestamento promove a exposição dos solos às intempéries, podendo provocar o voçorocamento.**
- Expansão urbana desordenada, com ocupação inadequada do solo em terrenos de encosta, próxima de rios e córregos, em áreas de mananciais, sobretudo pela população de baixa renda, excluída dos terrenos mais valorizados que apresentam menor fragilidade pedológica. Essa conjuntura é resultado da ausência de políticas públicas, submetida à especulação imobiliária.**

G.06

Observe o mapa a seguir.



Fonte: www.biodiversityhotspots.org.
Acessado em 12/7/2010. Adaptado.

Em 1988, o ecólogo inglês Norman Myers propôs a criação do conceito de *hotspot* com o objetivo de resolver um dos dilemas dos conservacionistas: *quais são as áreas mais importantes onde se deve preservar a biodiversidade na Terra?* Conforme Myers, um *hotspot* deve conter pelo menos 1.500 espécies endêmicas de plantas e haver perdido mais de 3/4 da vegetação natural existente na área.

Sobre os dois *hotspots* em terras emersas, assinalados no mapa:

- a) Identifique e explique as causas da existência do *hotspot* em território brasileiro.
- b) Explique as causas da existência do *hotspot* na Ásia equatorial.

Resolução

- a) No Brasil, o *hotspot* abrange uma área que compreende a faixa litorânea oriental em que se concentram principalmente formações da Mata Tropical Atlântica, onde habita a maior parte da população brasileira. É considerada um *hotspot* em função de sua megadiversidade e se encontra instalada numa área de grande concentração humana, cujas atividades urbanas e agropastoris se constituem numa constante ameaça à sua preservação. Segundo estudos, cerca de 90% de sua formação original já se encontra alterada e as possibilidades de se restabelecer a continuidade espacial – característica própria de um *hotspot* – ainda são possíveis, com a formação de corredores ecológicos.
- b) A região demarcada no Sudeste Asiático corresponde às Florestas Equatoriais e às formações associadas que se estendem pelas ilhas e por parte do continente. Sua fragmentação territorial, com o surgimento de inúmeras ilhas vulcânicas e clima equatorial, facilitou o endemismo, permitindo o surgimento de uma das mais ricas megadiversidades do espaço terrestre, com milhares de espécies reconhecidas – condição primeira para caracterizar um *hotspot*. A região se encontra ameaçada por inúmeras atividades, como a prática de atividades agrícolas extensivas (com o uso da queimada), intensamente impactantes às formações florestais, e a extração econômica predatória de madeira. Outro problema inerente à região que a torna uma área de *hotspot* é a elevada concentração populacional em área de grande biodiversidade – uma ameaça constante em razão do processo de ocupação, seja rural seja urbana.