

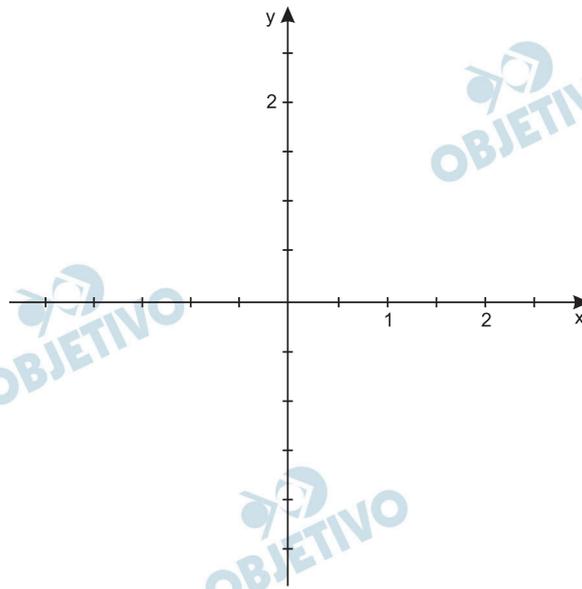
# M.01

Dados  $m$  e  $n$  inteiros, considere a função  $f$  definida por

$$f(x) = 2 - \frac{m}{x+n},$$

para  $x \neq -n$ .

- No caso em que  $m = n = 2$ , mostre que a igualdade  $f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$  se verifica.
- No caso em que  $m = n = 2$ , ache as interseções do gráfico de  $f$  com os eixos coordenados.
- No caso em que  $m = n = 2$ , esboce a parte do gráfico de  $f$  em que  $x > -2$ , levando em conta as informações obtidas nos itens a) e b). Utilize o par de eixos dado na página de respostas.



- Existe um par de inteiros  $(m, n) \neq (2, 2)$  tal que a condição  $(f\sqrt{2}) = \sqrt{2}$  continue sendo satisfeita?

## Resolução

Se  $f(x) = 2 - \frac{m}{x+n}$ , com  $x \neq -n$  e  $m = n = 2$ , então:

$$f(x) = 2 - \frac{2}{x+2} \Leftrightarrow f(x) = \frac{2x+2}{x+2}$$

$$\text{a) } f(\sqrt{2}) = \frac{2\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}+2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f(\sqrt{2}) = \frac{2\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}+2} \cdot \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}-2} =$$

$$= \frac{4 - 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 4}{-2} \Leftrightarrow f(\sqrt{2}) = \frac{-2\sqrt{2}}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$$

- b) Se  $A(x, 0)$  for a intersecção de  $f$  com o eixo  $x$ , então:

$$\frac{2x + 2}{x + 2} = 0 \Leftrightarrow 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow A(-1, 0)$$

Se  $B(0, 1)$  for a intersecção com o eixo  $y$ , então

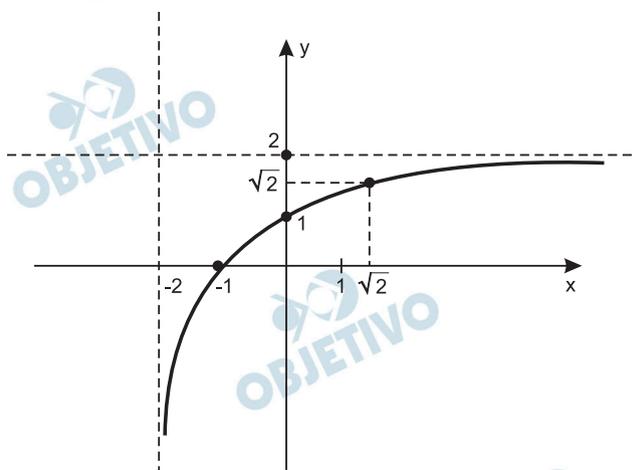
$$f(0) = y = \frac{2 \cdot 0 + 2}{0 + 2} = 1 \Rightarrow B(0, 1)$$

- c) O gráfico de  $f$ , contém os pontos  $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ,  $(-1, 0)$  e  $(0, 1)$ . Além disso

- Se  $x$ , tender a  $-2$ , sempre com valores maiores que  $-2$ ,  $f(x)$  tende a  $-\infty$ .

- Se  $x$  tender a mais infinito,  $\frac{2}{x + 2}$  tende a zero e  $f(x)$  tende a 2.

Logo:



d)  $f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} \Rightarrow 2 - \frac{m}{\sqrt{2} + n} = \sqrt{2} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{2} + (2n - m) = n\sqrt{2} + 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = 2 \text{ e } 2n - m = 2 \Leftrightarrow m = n = 2$$

Respostas: a) verificação

b)  $(-1, 0)$  e  $(0, 1)$

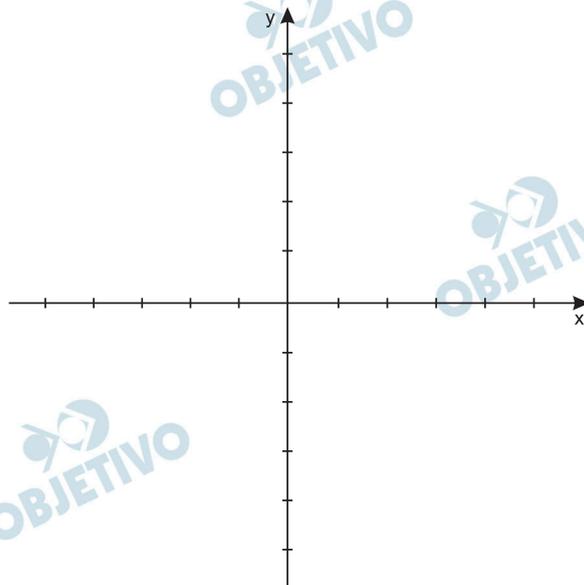
c) gráfico

d) não existe

## M.02

Considere a circunferência  $\lambda$  de equação cartesiana  $x^2 + y^2 - 4y = 0$  e a parábola  $\alpha$  de equação  $y = 4 - x^2$ .

- Determine os pontos pertencentes à interseção de  $\lambda$  com  $\alpha$ .
- Desenhe, no par de eixos dado na página de respostas, a circunferência  $\lambda$  e a parábola  $\alpha$ . Indique, no seu desenho, o conjunto dos pontos  $(x, y)$  que satisfazem, simultaneamente, as inequações  $x^2 + y^2 - 4y \leq 0$  e  $y \geq 4 - x^2$ .

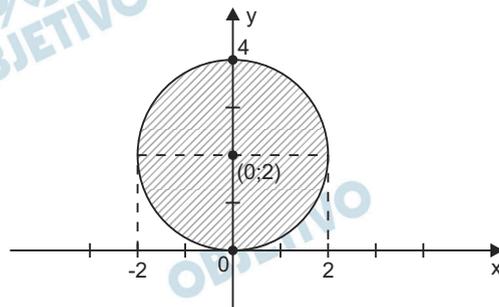


### Resolução

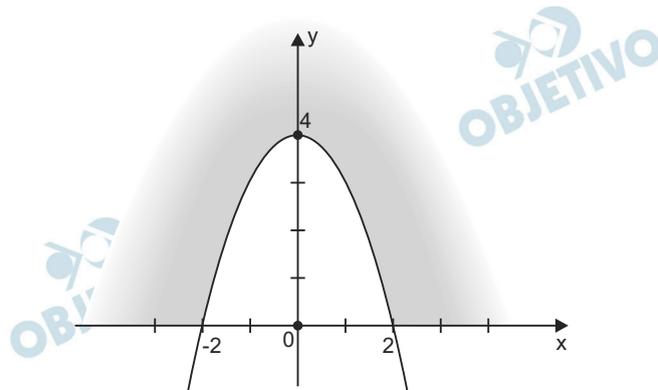
- Os pontos pertencentes à interseção da circunferência  $\lambda$  com a parábola  $\alpha$  são definidos pelos pares ordenados  $(x; y)$ , que são as soluções do sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4y = 0 \\ y = 4 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 5y + 4 = 0 \\ y = 4 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = \sqrt{3} \text{ ou } x = -\sqrt{3} \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} y = 4 \\ x = 0 \end{cases}$$

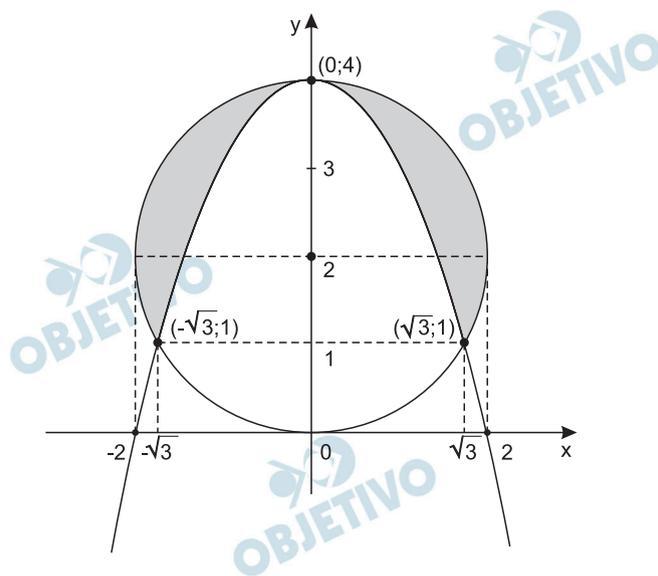
- O conjunto dos pontos  $(x; y)$  que satisfazem a inequação  $x^2 + y^2 - 4y \leq 0$  pode ser representado no plano cartesiano pela seguinte figura:



O conjunto dos pontos  $(x; y)$  que satisfazem a inequação  $y \geq 4 - x^2$  pode ser representado no plano cartesiano pela seguinte figura:



Assim, podemos concluir que o conjunto dos pontos  $(x; y)$  que satisfazem simultaneamente as inequações  $x^2 + y^2 - 4y \leq 0$  e  $y \geq 4 - x^2$  pode ser representado no plano cartesiano pela figura seguinte:



Respostas: a)  $(-\sqrt{3}; 1)$ ,  $(0; 4)$  e  $(\sqrt{3}; 1)$   
 b) a figura anterior.

## M.03

Os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  do polinômio

$p(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  são reais. Sabendo que  $-1$  e  $1 + \alpha i$ , com  $\alpha > 0$ , são raízes da equação  $p(x) = 0$  e que o resto da divisão de  $p(x)$  por  $(x - 1)$  é  $8$ , determine

- o valor de  $\alpha$ ;
- o quociente de  $p(x)$  por  $(x + 1)$

$i$  é a unidade imaginária,  $i^2 = -1$

### Resolução

1)  $\{-1, 1 + \alpha i, 1 - \alpha i\}$  é o conjunto verdade da equação  $p(x) = 0$  e, portanto,

$$p(x) = 1 \cdot (x + 1) \cdot (x - 1 - \alpha i) \cdot (x - 1 + \alpha i) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow p(x) = (x + 1) \cdot [(x - 1)^2 + \alpha^2]$$

$$2) \begin{array}{l} p(x) \\ 8 \end{array} \Bigg| \begin{array}{l} x - 1 \\ Q(x) \end{array} \Rightarrow p(1) = 8$$

$$3) p(1) = (1 + 1) \cdot [(1 - 1)^2 + \alpha^2] = 8 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2 \cdot \alpha^2 = 8 \Leftrightarrow \alpha^2 = 4 \Leftrightarrow \alpha = 2, \text{ pois } \alpha > 0$$

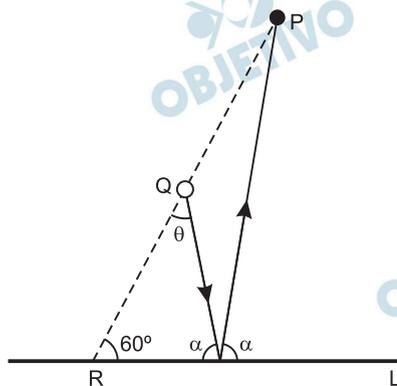
$$4) p(x) = (x + 1) \cdot [(x - 1)^2 + 4] \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow p(x) = (x + 1) \cdot (x^2 - 2x + 5) \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{array}{l} p(x) \\ 0 \end{array} \Bigg| \begin{array}{l} x + 1 \\ x^2 - 2x + 5 \end{array}$$

Respostas: a)  $\alpha = 2$

b)  $x^2 - 2x + 5$

## M.04

Uma bola branca está posicionada no ponto Q de uma mesa de bilhar retangular, e uma bola vermelha, no ponto P, conforme a figura ao lado. A reta determinada por P e Q intersecta o lado L da mesa no ponto R. Além disso, Q é o ponto médio do segmento  $\overline{PR}$ , e o ângulo agudo formado por  $\overline{PR}$  e L mede  $60^\circ$ . A bola branca atinge a vermelha, após ser refletida pelo lado L. Sua trajetória, ao partir de Q, forma um ângulo agudo  $\theta$  com o segmento  $\overline{PR}$  e o mesmo ângulo agudo  $\alpha$  com o lado L antes e depois da reflexão. Determine a tangente de  $\alpha$  e o seno de  $\theta$ .



### Resolução

- 1) Seja  $RQ = QP = k$ . No triângulo QHR, retângulo em H, temos:

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{QH}{RQ} = \frac{QH}{k} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow QH = \frac{k\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{cos} 60^\circ = \frac{RH}{RQ} = \frac{RH}{k} = \frac{1}{2} \Rightarrow RH = \frac{k}{2}$$

- 2) Da semelhança dos triângulos QHR e PMR, temos:

$$\frac{PM}{QH} = \frac{RM}{RH} = \frac{PR}{QR} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{PM}{\frac{k\sqrt{3}}{2}} = \frac{RM}{\frac{k}{2}} = \frac{2k}{k} \Rightarrow \begin{cases} RM = k \\ PM = k\sqrt{3} \end{cases}$$

Assim, se  $HT = a$ , então

$$TM = HM - HT = \frac{k}{2} - a$$

- 3) Da semelhança dos triângulos QHT e PMT, temos:

$$\frac{HT}{TM} = \frac{QH}{PM} \Rightarrow \frac{a}{\frac{k}{2} - a} = \frac{\frac{k\sqrt{3}}{2}}{k\sqrt{3}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{\frac{k}{2} - a} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \boxed{a = \frac{k}{6}}$$

$$\text{Assim, } HT = \frac{k}{6} \text{ e } TM = \frac{k}{2} - \frac{k}{6} = \frac{k}{3}$$



## M.05

Um recipiente hermeticamente fechado e opaco contém bolas azuis e bolas brancas. As bolas de mesma cor são idênticas entre si e há pelo menos uma de cada cor no recipiente. Na tentativa de descobrir quantas bolas de cada cor estão no recipiente, usou-se uma balança de dois pratos. Verificou-se que o recipiente com as bolas pode ser equilibrado por:

- i) 16 bolas brancas idênticas às que estão no recipiente ou
- ii) 10 bolas brancas e 5 bolas azuis igualmente idênticas às que estão no recipiente ou
- iii) 4 recipientes vazios também idênticos ao que contém as bolas.

Seja  $P_A$ ,  $P_B$  e  $P_R$ , respectivamente, os pesos de uma bola azul, de uma bola branca e do recipiente na mesma unidade de medida, determine

- a) os quocientes  $\frac{P_A}{P_B}$  e  $\frac{P_R}{P_B}$ ;
- b) o número  $n_A$  de bolas azuis e o número  $n_B$  de bolas brancas no recipiente.

### Resolução

a) 1) Da 1ª afirmação pode-se montar a equação

$$n_A \cdot P_A + n_B \cdot P_B + P_R = 16 \cdot P_B \quad (\text{I})$$

Da 2ª afirmação pode-se montar a equação

$$n_A \cdot P_A + n_B \cdot P_B + P_R = 10 \cdot P_B + 5 \cdot P_A \quad (\text{II})$$

Da 3ª afirmação pode-se montar a equação

$$n_A \cdot P_A + n_B \cdot P_B + P_R = 4P_R \quad (\text{III})$$

2) Das equações I e II, temos:

$$16 P_B = 10 P_B + 5 \cdot P_A \Leftrightarrow 6 P_B = 5 P_A \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{P_A}{P_B} = \frac{6}{5}}$$

3) Das equações I e III, temos:

$$16 P_B = 4 P_R \Leftrightarrow \boxed{\frac{P_R}{P_B} = 4}$$

b) Como  $P_A = \frac{6}{5} P_B$  e  $P_R = 4 \cdot P_B$ , na equação (III),

obtemos

$$n_A \cdot \frac{6}{5} P_B + n_B \cdot P_B + 4 P_B = 16 P_B \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{6n_A}{5} + n_B = 12 \Rightarrow n_B = 12 - \frac{6n_A}{5}$$

Como  $n_A$  e  $n_B$  são naturais e não nulos, temos

$$12 - \frac{6n_A}{5} > 0 \Leftrightarrow n_A < 10 \text{ e } n_A \text{ múltiplo de } 5.$$

Assim, o único valor possível para  $n_A$  é 5, e neste caso  $n_B = 6$ .

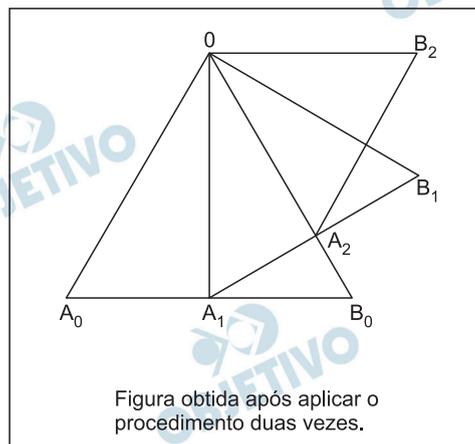
Respostas: a)  $\frac{P_A}{P_B} = \frac{6}{5}$  e  $\frac{P_R}{P_B} = 4$

b)  $n_A = 5$  e  $n_B = 6$

## M.06

Considere o triângulo equilátero  $\Delta A_0OB_0$  de lado 7cm.

- a) Sendo  $A_1$  o ponto médio do segmento  $\overline{A_0B_0}$ , e  $B_1$  o ponto simétrico de  $A_1$  em relação à reta determinada por  $O$  e  $B_0$ , determine o comprimento de  $\overline{OB_1}$ .
- b) Repetindo a construção do item a), tomando agora como ponto de partida o triângulo  $\Delta A_1OB_1$ , pode-se obter o triângulo  $\Delta A_2OB_2$  tal que  $A_2$  é o ponto médio do segmento  $\overline{A_1B_1}$ , e  $B_2$  o ponto simétrico de  $A_2$  em relação à reta determinada por  $O$  e  $B_1$ . Repetindo mais uma vez o procedimento, obtém-se o triângulo  $\Delta A_3OB_3$ . Assim, sucessivamente, pode-se construir uma sequência de triângulos  $\Delta A_nOB_n$  tais que, para todo  $n \geq 1$ ,  $A_n$  é o ponto médio de  $\overline{A_{n-1}B_{n-1}}$ , e  $B_n$  o ponto simétrico de  $A_n$  em relação à reta determinada por  $O$  e  $B_{n-1}$ , conforme figura a seguir.

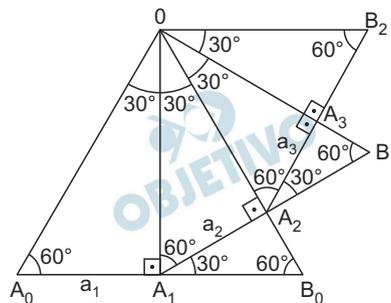


Denotando por  $a_n$ , para  $n \geq 1$ , o comprimento do segmento  $\overline{A_{n-1}A_n}$ , verifique que  $a_1, a_2, a_3, \dots$  é uma progressão geométrica. Determine sua razão.

- c) Determine, em função de  $n$ , uma expressão para o comprimento da linha poligonal  $A_0A_1A_2 \dots A_n$ ,  $n \geq 1$ .

O ponto  $P'$  é simétrico ao ponto  $P$  em relação à reta  $r$  se o segmento  $\overline{PP'}$  é perpendicular à reta  $r$  e a interseção de  $\overline{PP'}$  e  $r$  é o ponto médio de  $\overline{PP'}$ .

### Resolução



a)  $OA_1$  é altura do triângulo equilátero  $A_0OB_0$  assim:

$$OA_1 = \frac{OA_0\sqrt{3}}{2} \text{ ou seja } OA_1 = \frac{7\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$$

O triângulo  $A_1OB_1$  também é equilátero.

Logo:  $OA_1 = A_1B_1 = OB_1$  e, portanto,

$$OB_1 = \frac{7\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$$

b) Pode-se notar que o segmento  $\overline{A_{n-1}A_n}$  é sempre a metade da base  $\overline{A_{n-1}B_{n-1}}$  do triângulo equilátero  $A_{n-1}OB_{n-1}$  e que a partir do segundo triângulo o lado é sempre equivalente à altura do triângulo equilátero anterior.

Assim, de acordo com o enunciado, para  $n \geq 1$ , tem-se sempre:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{A_n A_{n+1}}{A_{n-1} A_n} = \frac{\frac{1}{2} A_n B_n}{\frac{1}{2} A_{n-1} B_{n-1}} =$$

$$= \frac{A_{n-1} B_{n-1} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{A_{n-1} B_{n-1}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ de onde podemos}$$

concluir que  $a_1, a_2, a_3, \dots$  são os termos de uma

progressão geométrica de razão  $q = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) O comprimento da linha poligonal  $A_0A_1A_2 \dots A_n$  é dado por:  $A_0A_1 + A_1A_2 + A_2A_3 + \dots + A_{n-1}A_n =$

$$= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} =$$
$$= \frac{\frac{7}{2} \left[ 1 - \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^n \right]}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{7 \left[ 1 - \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^n \right]}{2 - \sqrt{3}} =$$

$$= 7(2 + \sqrt{3}) \left[ 1 - \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^n \right]$$

Respostas: a)  $\frac{7\sqrt{3}}{2}$  cm

b) demonstração e  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

c)  $7(2 + \sqrt{3}) \left[ 1 - \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^n \right]$  cm

# F.01

Um contêiner com equipamentos científicos é mantido em uma estação de pesquisa na Antártida. Ele é feito com material de boa isolamento térmica e é possível, com um pequeno aquecedor elétrico, manter sua temperatura interna constante,  $T_i = 20^\circ\text{C}$ , quando a temperatura externa é  $T_e = -40^\circ\text{C}$ . As paredes, o piso e o teto do contêiner têm a mesma espessura,  $\varepsilon = 26\text{ cm}$ , e são de um mesmo material, de condutividade térmica  $k = 0,05\text{ J}/(\text{s}\cdot\text{m}\cdot^\circ\text{C})$ . Suas dimensões internas são  $2 \times 3 \times 4\text{ m}^3$ . Para essas condições, determine

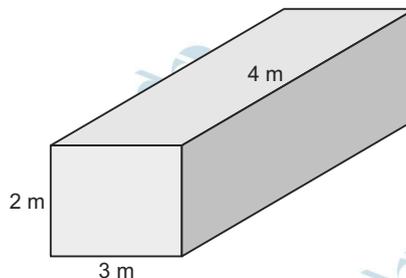
- a) a área  $A$  da superfície interna total do contêiner;
- b) a potência  $P$  do aquecedor, considerando ser ele a única fonte de calor;
- c) a energia  $E$ , em kWh, consumida pelo aquecedor em um dia.

Note e adote:

A quantidade de calor por unidade de tempo ( $\Phi$ ) que flui através de um material de área  $A$ , espessura  $\varepsilon$  e condutividade térmica  $k$ , com diferença de temperatura  $\Delta T$  entre as faces do material, é dada por:  $\Phi = kA\Delta T / \varepsilon$

## Resolução

- a) O contêiner tem a forma de um paralelepípedo, de arestas  $2\text{ m} \times 3\text{ m} \times 4\text{ m}$ :



A área total  $A$  da superfície interna do contêiner é dada por:

$$A = 2 \cdot 2\text{ m} \cdot 3\text{ m} + 2 \cdot 2\text{ m} \cdot 4\text{ m} + 2 \cdot 3\text{ m} \cdot 4\text{ m}$$

$$A = 52\text{ m}^2$$

- b) A potência do aquecedor que mantém constante a temperatura interna do contêiner é o próprio fluxo de calor pelas paredes:

$$P = \Phi = \frac{kA\Delta T}{\varepsilon}$$

$$P = \frac{0,05 \cdot 52 \cdot [20 - (-40)]}{26 \cdot 10^{-2}} \text{ (W)}$$

$$P = 6,0 \cdot 10^2\text{ W} \text{ ou } P = 0,60\text{ kW}$$

- c) A energia  $E$  consumida pelo aquecedor é dada por:

$$E = P \Delta t$$

Para 1 dia, temos:

$$\Delta t = 24\text{h}$$

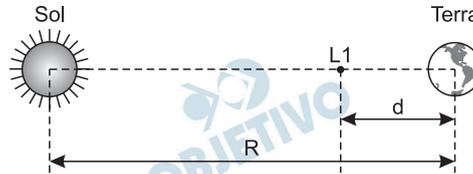
$$E = 0,60 \cdot 24 \text{ (kWh)}$$

$$E = 14,4\text{kWh}$$

- Respostas: a)  $A = 52\text{m}^2$   
b)  $P = 6,0 \cdot 10^2\text{W}$   
c)  $E = 14,4\text{kWh}$

## F.02

Há um ponto no segmento de reta unindo o Sol à Terra, denominado “Ponto de Lagrange L1”. Um satélite artificial colocado nesse ponto, em órbita ao redor do Sol, permanecerá sempre na mesma posição relativa entre o Sol e a Terra. Nessa situação, ilustrada na figura abaixo, a velocidade angular orbital  $\omega_A$  do satélite em torno do Sol será igual à da Terra,  $\omega_T$ .



Para essa condição, determine

- $\omega_T$  em função da constante gravitacional  $G$ , da massa  $M_S$  do Sol e da distância  $R$  entre a Terra e o Sol;
- o valor de  $\omega_A$  em rad/s;
- a expressão do módulo  $F_r$  da força gravitacional resultante que age sobre o satélite, em função de  $G$ ,  $M_S$ ,  $M_T$ ,  $m$ ,  $R$  e  $d$ , sendo  $M_T$  e  $m$ , respectivamente, as massas da Terra e do satélite e  $d$  a distância entre a Terra e o satélite.

Note e adote:

1 ano  $\approx 3,14 \times 10^7$  s.

O módulo da força gravitacional  $F$  entre dois corpos de massas  $M_1$  e  $M_2$ , sendo  $r$  a distância entre eles, é dado por  $F = G M_1 M_2 / r^2$ .

Considere as órbitas circulares.

### Resolução

- a) Desprezando-se a força gravitacional que o satélite aplica na Terra, então a força gravitacional que o Sol aplica na Terra será a força resultante centrípeta que vai manter a sua órbita:

$$F_G = F_{cp} \Rightarrow \frac{G M_S M_T}{R^2} = M_T \omega_T^2 R$$

$$\omega_T = \sqrt{\frac{G M_S}{R^3}}$$

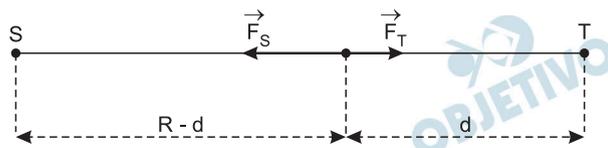
- b) Sendo  $\omega_A = \omega_T$ , vem:

$$\omega_A = \frac{2\pi}{T_T} = \frac{2 \cdot 3,14}{3,14 \cdot 10^7} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_A = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$$

- c) A resultante das forças gravitacionais no satélite L1 é a força centrípeta que o mantém em órbita:

$$F_r = F_S - F_T = F_{cpL1}$$



$$F_r = \frac{G M_S m}{(R-d)^2} - \frac{G M_T m}{d^2}$$

$$F_r = Gm \left[ \frac{M_S}{(R-d)^2} - \frac{M_T}{d^2} \right]$$

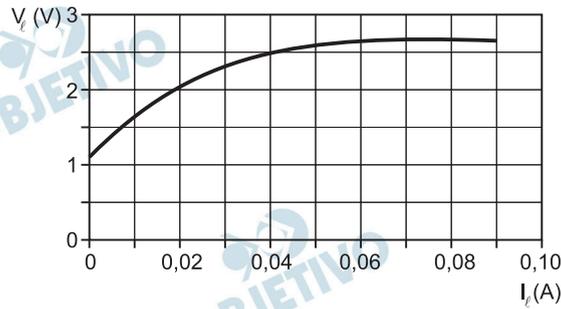
Respostas: a)  $\omega_T = \sqrt{\frac{G M_S}{R^3}}$

b)  $\omega_A = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$

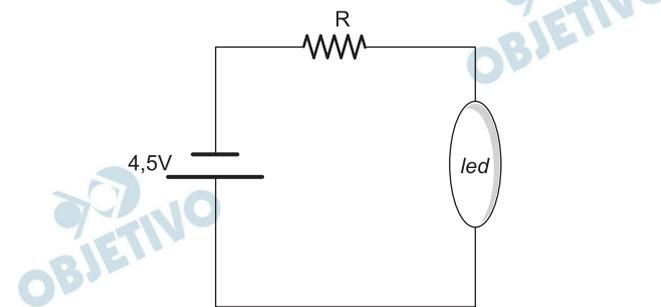
c)  $F_r = Gm \left[ \frac{M_S}{(R-d)^2} - \frac{M_T}{d^2} \right]$

## F.03

A curva característica de uma lâmpada do tipo *led* (diodo emissor de luz) é mostrada no gráfico da página de respostas.



Essa lâmpada e um resistor de resistência  $R$  estão ligados em série a uma bateria de  $4,5\text{ V}$ , como representado na figura abaixo.



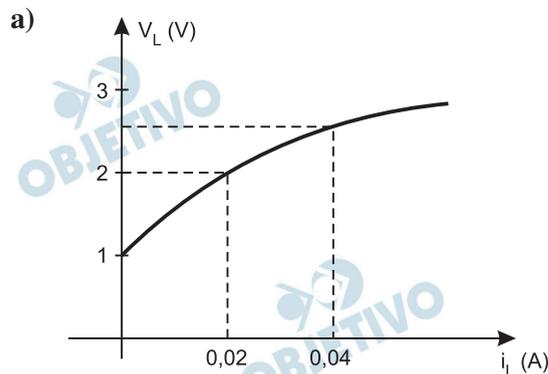
Nessa condição, a tensão na lâmpada é  $2,5\text{ V}$ .

- Qual é o valor da corrente  $i_R$  no resistor?
- Determine o valor da resistência  $R$ .
- A bateria de  $4,5\text{ V}$  é substituída por outra de  $3\text{ V}$ , que fornece  $60\text{ mW}$  de potência ao circuito, sem que sejam trocados a lâmpada e o resistor. Nessas condições, qual é a potência  $P_R$  dissipada no resistor?

Note e adote:

As resistências internas das baterias devem ser ignoradas.

### Resolução



Com a tensão no *led* igual  $2,5\text{V}$ , vamos ao gráfico e obtemos diretamente a intensidade de corrente elétrica no *led*, que é aquela que percorre o resistor:

$$i_R = 0,04\text{A}$$

b) A tensão elétrica no resistor é:

$$U_R = 4,5V - 2,5V = 2,0V$$

$$U_R = R \cdot i_R$$

$$R = \frac{U_R}{i_R} \Rightarrow R = \frac{2,0V}{0,04A} = \frac{2,0V}{4 \cdot 10^{-2}A}$$

$$R = 50\Omega$$

c) A nova bateria fornece 3V, pois sua resistência interna é desprezível.

$$P = i \cdot U \Rightarrow i = \frac{P}{U}$$

$$i = \frac{60 \cdot 10^{-3}W}{3,0V}$$

$$i = 20 \cdot 10^{-3}A = 2,0 \cdot 10^{-2}A$$

No resistor R, a potência  $P_R$  dissipada é:

$$P_R = R \cdot i^2 \Rightarrow P_R = 50 \cdot (2,0 \cdot 10^{-2})^2 (W)$$

$$P_R = 2,0 \cdot 10^{-2}W$$

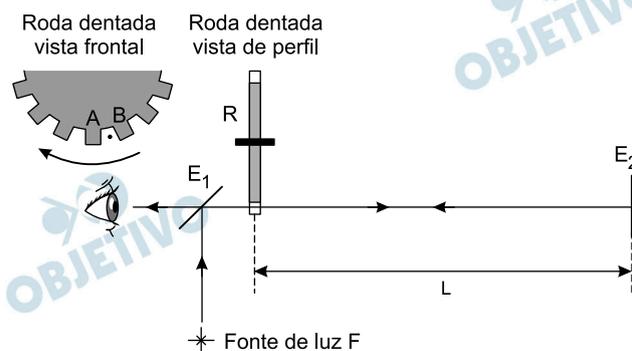
Respostas: a)  $i_R = 0,04A$  ou  $4 \cdot 10^{-2}A$

b)  $R = 50\Omega$

c)  $P_R = 2 \cdot 10^{-2}W$  ou  $P_R = 20mW$

## F.04

A primeira medida da velocidade da luz, sem o uso de métodos astronômicos, foi realizada por Hippolyte Fizeau, em 1849. A figura abaixo mostra um esquema simplificado da montagem experimental por ele utilizada. Um feixe fino de luz, emitido pela fonte F, incide no espelho plano semitransparente  $E_1$ . A luz refletida por  $E_1$  passa entre dois dentes da roda dentada R, incide perpendicularmente no espelho plano  $E_2$  que está a uma distância L da roda, é refletida e chega ao olho do observador. A roda é então colocada a girar em uma velocidade angular tal que a luz que atravessa o espaço entre dois dentes da roda e é refletida pelo espelho  $E_2$ , não alcance o olho do observador, por atingir o dente seguinte da roda. Nesta condição, a roda, com N dentes, gira com velocidade angular constante e dá V voltas por segundo.



- Escreva a expressão literal para o intervalo de tempo  $\Delta t$  em que a luz se desloca da roda até  $E_2$  e retorna à roda, em função de L e da velocidade da luz c.
- Considerando o movimento de rotação da roda, escreva, em função de N e V, a expressão literal para o intervalo de tempo  $\Delta t$  decorrido entre o instante em que a luz passa pelo ponto central entre os dentes A e B da roda e o instante em que, depois de refletida por  $E_2$ , é bloqueada no centro do dente B.
- Determine o valor numérico da velocidade da luz, utilizando os dados abaixo.

Note e adote:

No experimento de Fizeau, os dentes da roda estão igualmente espaçados e têm a mesma largura dos espaços vazios;

$$L = 8600 \text{ m};$$

$$N = 750;$$

$$V = 12 \text{ voltas por segundo.}$$

### Resolução

- a) Entre a roda e o espelho, temos:

$$\Delta s = c t \text{ (MU)}$$

$$L = c \frac{\Delta t}{2}$$

$$\Delta t = \frac{2L}{c}$$

b) 1) O período T da roda é dado por:  $T = \frac{1}{V}$

2) Admitindo-se que o comprimento entre o ponto médio entre dois dentes e o centro de um deles vale e, uma volta completa corresponde a  $2Ne$ . Assim, entre o ponto central entre os dentes A e B e o centro do dente B, temos um comprimento  $\Delta s$  dado por:

$$2\pi R \dots\dots 2Ne$$

$$\Delta s \dots\dots 1e$$

$$\Delta s = \frac{\pi R}{N}$$

3) Estabelecendo-se uma proporção direta:

$$2\pi R \dots\dots T = \frac{1}{V}$$

$$\frac{\pi R}{N} \dots\dots \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{\frac{\pi R}{N} \cdot \frac{1}{V}}{2\pi R} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{2NV}$$

Observação: na realidade, este tempo é o mínimo para que o evento descrito ocorra.

c) Igualando-se os intervalos de tempo obtidos em (a) e (b), vem:

$$\frac{2L}{c} = \frac{1}{2NV}$$

$$c = 4 NLV$$

$$c = 4 \cdot 750 \cdot 8600 \cdot 12 \text{ (m/s)}$$

$$c = 309\,600 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$c \cong 3,1 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

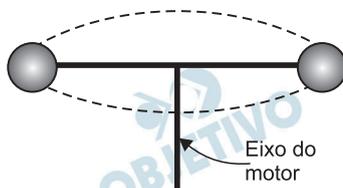
Respostas: a)  $\Delta t = \frac{2L}{c}$

b)  $\Delta t = \frac{1}{2NV}$

c)  $c \cong 3,1 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

## F.05

Duas pequenas esferas, cada uma com massa de 0,2kg, estão presas nas extremidades de uma haste rígida, de 10cm de comprimento, cujo ponto médio está fixo no eixo de um motor que fornece 4W de potência mecânica. A figura abaixo ilustra o sistema. No instante  $t = 0$ , o motor é ligado e o sistema, inicialmente em repouso, passa a girar em torno do eixo.



Determine

- a energia cinética total  $E$  das esferas em  $t = 5$  s;
- a velocidade angular  $\omega$  de cada esfera em  $t = 5$  s;
- a intensidade  $F$  da força entre cada esfera e a haste, em  $t = 5$  s;
- a aceleração angular média  $\alpha$  de cada esfera, entre  $t = 0$  e  $t = 5$  s.

Note e adote:

As massas da haste e do eixo do motor devem ser ignoradas.

Não atuam forças dissipativas no sistema.

### Resolução

- a) A energia cinética total das esferas é dada por:

$$E = P \cdot \Delta t$$

$$E = 4 \cdot 5 \text{ (J)} \Rightarrow E = 20 \text{ J}$$

- b) A energia cinética de cada esfera é dada por:

$$E_1 = \frac{m V^2}{2} = \frac{m}{2} (\omega R)^2 = \frac{m \omega^2 R^2}{2}$$

$$10 = \frac{0,2}{2} \cdot \omega^2 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2$$

$$\omega^2 = \frac{100}{25 \cdot 10^{-4}} \text{ (SI)} \Rightarrow \omega = 2,0 \cdot 10^2 \text{ rad/s}$$

- c) A força aplicada pela haste sobre cada esfera deverá equilibrar o seu peso e ser responsável pela força resultante, que terá uma componente tangencial e uma componente centrípeta.

- 1) A componente centrípeta da resultante é dada por:

$$F_{cp} = m \omega^2 R = 0,2 \cdot 4,0 \cdot 10^4 \cdot 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ (N)}$$

$$F_{cp} = 4,0 \cdot 10^2 \text{ N}$$

2) A componente tangencial é dada por:

$$P_1 = F_t \cdot V = F_t \cdot \omega R$$

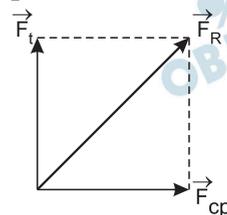
$$2,0 = F_t \cdot 2,0 \cdot 10^2 \cdot 5,0 \cdot 10^{-2}$$

$$F_t = 0,2\text{N}$$

3) O peso de cada esfera é dado por:

$$P = mg = 0,2 \cdot 10 \text{ (N)} = 2,0\text{N}$$

A força resultante terá intensidade  $F_R$  dada por:

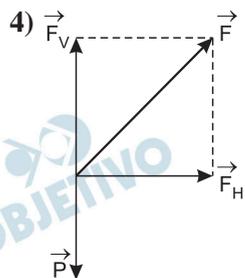


$$F_R^2 = F_t^2 + F_{cp}^2$$

$$F_R^2 = (0,2)^2 + (4,0 \cdot 10^2)^2$$

Como  $F_t \ll F_{cp}$ , resulta

$$F_R = F_{cp} \cong 4,0 \cdot 10^2\text{N}$$



A força aplicada pela haste terá uma componente vertical  $F_v = P = 2,0\text{N}$  e uma componente horizontal

$$F_H = F_{cp} = 4,0 \cdot 10^2\text{N}$$

$$F^2 = F_H^2 + F_v^2$$

Como  $F_v \ll F_H$ , vem:

$$F \cong F_H = F_{cp} \Rightarrow F \cong 4,0 \cdot 10^2\text{N}$$

d) A aceleração angular média  $\alpha$  é dada por:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{2,0 \cdot 10^2 \text{ rad}}{5,0 \text{ s}^2}$$

$$\alpha = 40 \text{ rad/s}^2$$

Respostas: a)  $E = 20\text{J}$

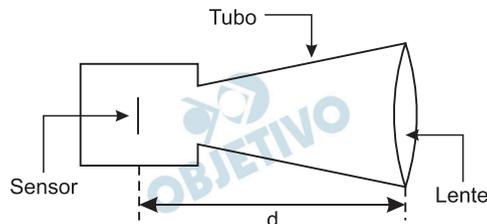
b)  $\omega = 2,0 \cdot 10^2 \text{ rad/s}$

c)  $F \cong 4,0 \cdot 10^2\text{N}$

d)  $\alpha = 40 \text{ rad/s}^2$

## F.06

Um estudante construiu um microscópio ótico digital usando uma *webcam*, da qual ele removeu a lente original. Ele preparou um tubo adaptador e fixou uma lente convergente, de distância focal  $f = 50$  mm, a uma distância  $d = 175$  mm do sensor de imagem da *webcam*, como visto na figura abaixo.



- No manual da *webcam*, ele descobriu que seu sensor de imagem tem dimensão total útil de  $6 \times 6$  mm<sup>2</sup>, com  $500 \times 500$  *pixels*. Com estas informações, determine
- as dimensões do espaço ocupado por cada *pixel*;
  - a distância  $L$  entre a lente e um objeto, para que este fique focalizado no sensor;
  - o diâmetro máximo  $D$  que uma pequena esfera pode ter, para que esteja integralmente dentro do campo visual do microscópio, quando focalizada.

Note e adote:

*Pixel* é a menor componente de uma imagem digital.

Para todos os cálculos, desconsidere a espessura da lente.

### Resolução

- a) Cada lado do sensor tem 6mm e comporta 500 *pixels*. Concluimos que as dimensões do espaço ocupado por cada *pixel* são:

$$\frac{6}{500} \cdot \frac{6}{500} \text{ mm}^2, \text{ ou seja, uma área } A = 1,44 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^2$$

- b) O enunciado fornece a distância focal  $f = 50$  mm. A imagem forma-se sobre o sensor, assim, a posição da imagem ( $p'$ ) é igual ao comprimento do tubo  $d = 175$  mm. A posição do objeto ( $L$ ) será dada por:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{L} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{50} = \frac{1}{L} + \frac{1}{175}$$

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{50} - \frac{1}{175}$$

$$\frac{1}{L} = \frac{7-2}{350} \Rightarrow L = \frac{350}{5} \text{ (mm)}$$

$$L = 70 \text{ mm}$$

- c) Para que a imagem da esfera seja focalizada no sensor, seu diâmetro máximo deve ser  $D' = 6\text{mm}$ . Utilizando a equação do aumento linear transversal, podemos escrever:

$$\frac{D'}{D} = \frac{-p'}{p}$$

Em módulo:

$$\frac{6}{D} = \frac{175}{70}$$

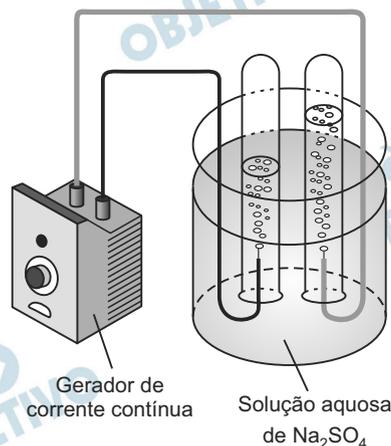
$$D = 2,4\text{mm}$$

- Respostas: a)  $A = 1,44 \cdot 10^{-4}\text{mm}^2$   
b)  $L = 70\text{mm}$   
c)  $D = 2,4\text{mm}$

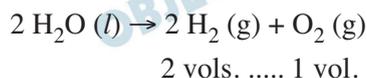
## Q.01

Em uma aula de laboratório de Química, a professora propôs a realização da eletrólise da água.

Após a montagem de uma aparelhagem como a da figura abaixo, e antes de iniciar a eletrólise, a professora perguntou a seus alunos qual dos dois gases, gerados no processo, eles esperavam recolher em maior volume. Um dos alunos respondeu: “O gás oxigênio deve ocupar maior volume, pois seus átomos têm oito prótons e oito elétrons (além dos nêutrons) e, portanto, são maiores que os átomos de hidrogênio, que, em sua imensa maioria, têm apenas um próton e um elétron”.



Observou-se, porém, que, decorridos alguns minutos, o volume de hidrogênio recolhido era o dobro do volume de oxigênio (e essa proporção se manteve no decorrer da eletrólise), de acordo com a seguinte equação química:



- a) Considerando que a observação experimental não corresponde à expectativa do aluno, explique por que a resposta dada por ele está incorreta.

Posteriormente, o aluno perguntou à professora se a eletrólise da água ocorreria caso a solução aquosa de  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  fosse substituída por outra. Em vez de responder diretamente, a professora sugeriu que o estudante repetisse o experimento, porém substituindo a solução aquosa de  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  por uma solução aquosa de sacarose ( $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ ).

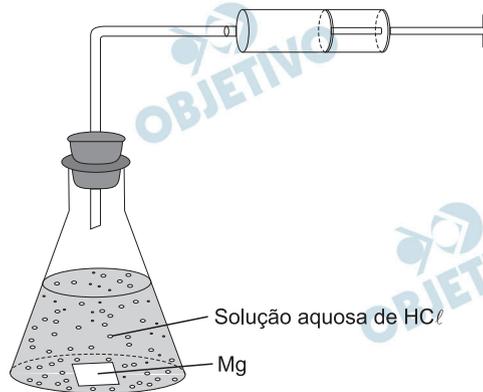
- b) O que o aluno observaria ao realizar o novo experimento sugerido pela professora? Explique.

### Resolução

- a) **O aluno errou porque o volume ocupado por gases em mesmas condições de temperatura e pressão depende do número de moléculas do gás, independentemente de tamanho, massa ou composição dos átomos que formam as moléculas desse gás.**
- b) **O aluno não observaria a liberação dos gases porque a solução aquosa de  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$  não é eletrolítica, não conduz corrente elétrica porque a quantidade de íons (provenientes da autoionização da água) é insuficiente para permitir a eletrólise.**

## Q.02

Investigou-se a velocidade de formação de gás hidrogênio proveniente da reação de Mg metálico com solução aquosa de HCl. Uma solução aquosa de HCl foi adicionada em grande excesso, e de uma só vez, sobre uma pequena chapa de magnésio metálico, colocada no fundo de um erlenmeyer. Imediatamente após a adição, uma seringa, com êmbolo móvel, livre de atrito, foi adaptada ao sistema para medir o volume de gás hidrogênio produzido, conforme mostra o esquema abaixo.



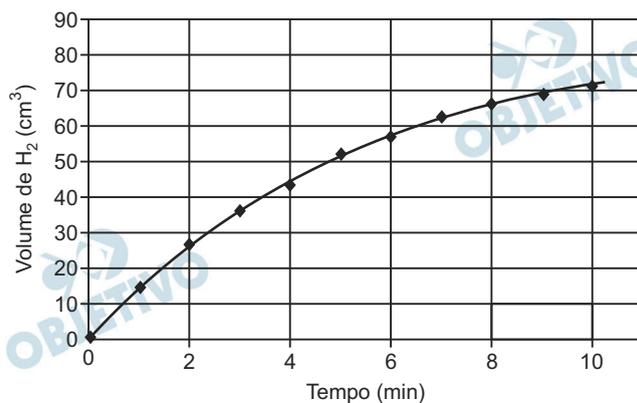
Os dados obtidos, sob temperatura e pressão constantes, estão representados na tabela abaixo e no gráfico na página de respostas.

Tempo (min)	Volume de H <sub>2</sub> acumulado (cm <sup>3</sup> )
0	0
1	15
2	27
3	36
4	44
5	51
6	57
7	62
8	66
9	69
10	71

Analizando os dados da tabela, um estudante de Química afirmou que a velocidade de formação do gás H<sub>2</sub> varia durante o experimento. Explique como ele chegou a essa conclusão.

Em um novo experimento, a chapa de Mg foi substituída por raspas do mesmo metal, mantendo-se iguais a massa da substância metálica e todas as demais condições experimentais.

- b) No gráfico na página de respostas, esboce a curva que seria obtida no experimento em que se utilizou raspas de Mg.



### Resolução

- a) Chegou a esta conclusão observando a tabela e verificando que a variação de volume a cada intervalo de tempo não é a mesma.

Exemplo:

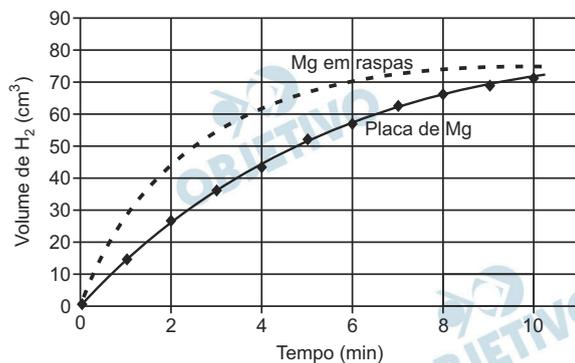
$$\text{Intervalo de } 0 \text{ min} - 1 \text{ min: } 15 \text{ cm}^3 - 0 \text{ cm}^3 = 15 \text{ cm}^3$$

$$\therefore \text{velocidade} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = 15 \text{ cm}^3/\text{min}$$

$$\text{Intervalo de } 1 \text{ min} - 2 \text{ min: } 36 \text{ cm}^3 - 27 \text{ cm}^3 = 9 \text{ cm}^3$$

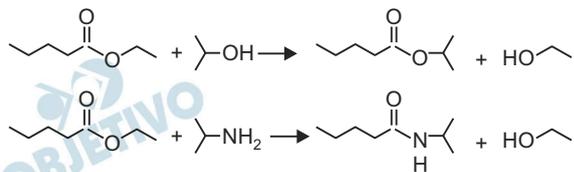
$$\therefore \text{velocidade} = 9 \text{ cm}^3/\text{min}$$

- b) Com o Mg em raspas, a velocidade da reação é maior.



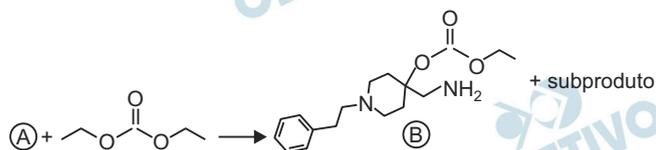
## Q.03

Ésteres podem reagir com álcoois ou com aminas, como exemplificado a seguir:



- a) Escreva as fórmulas estruturais dos produtos da reação entre acetato de etila ( $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{CH}_2\text{CH}_3$ ) e metilamina ( $\text{CH}_3\text{NH}_2$ ).

Considere o seguinte esquema de reação:



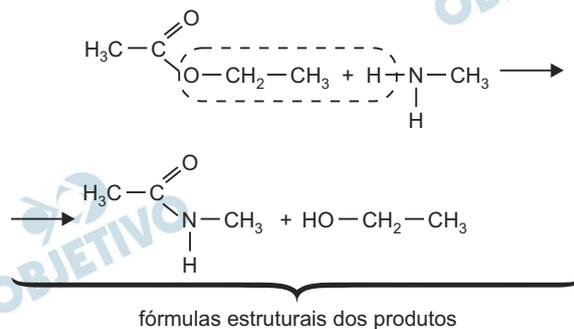
O composto intermediário **B** se transforma no produto final **C**, por meio de uma reação intramolecular que resulta na formação de um novo ciclo na estrutura molecular do produto **C**.

- b) Escreva, nos espaços indicados na página de respostas, as fórmulas estruturais dos compostos **A** e **C**.

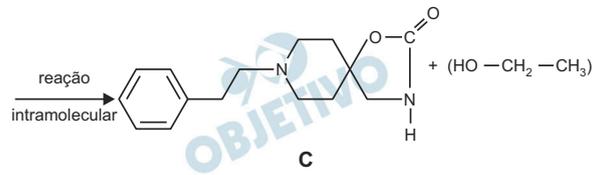
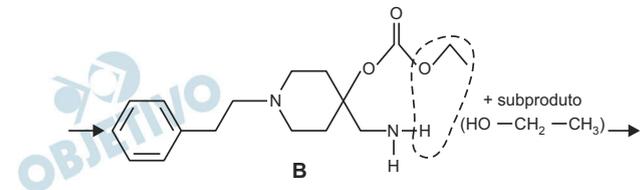
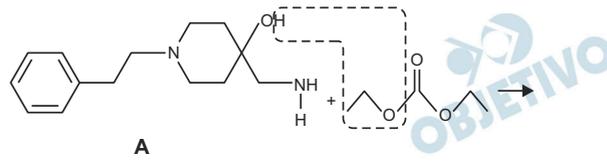
(A)	(C)

### Resolução

- a) Reação entre acetato de etila e metilamina:



b)



## Q.04

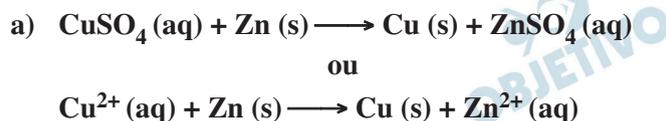
Para estudar a variação de temperatura associada à reação entre  $\text{Zn(s)}$  e  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$ , foram realizados alguns experimentos independentes, nos quais diferentes quantidades de  $\text{Zn(s)}$  foram adicionadas a 100 mL de diferentes soluções aquosas de  $\text{CuSO}_4$ . A temperatura máxima ( $T_f$ ) de cada mistura, obtida após a reação entre as substâncias, foi registrada conforme a tabela:

Experimento	Quantidade de matéria de $\text{Zn (s)}$ (mol)	Quantidade de matéria de $\text{Cu}^{2+} (\text{aq})$ (mol)	Quantidade de matéria total* (mol)	$T_f$ ( $^{\circ}\text{C}$ )
1	0	1,0	1,0	25,0
2	0,2	0,8	1,0	26,9
3	0,7	0,3	1,0	27,9
4	X	Y	1,0	$T_4$

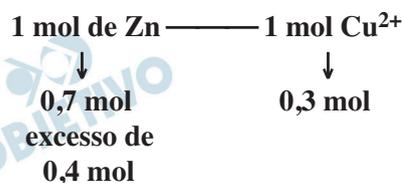
\*Quantidade de matéria total = soma das quantidades de matéria iniciais de  $\text{Zn(s)}$  e  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$ .

- Escreva a equação química balanceada que representa a transformação investigada.
- Qual é o reagente limitante no experimento 3? Explique.
- No experimento 4, quais deveriam ser os valores de X e Y para que a temperatura  $T_4$  seja a maior possível? Justifique sua resposta.

### Resolução



- b) Pela tabela, pode-se observar que no experimento 3 há um excesso de Zn.

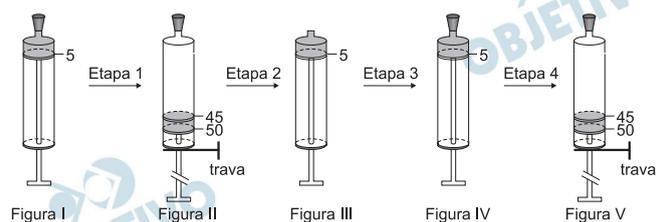


Se há um excesso de Zn, o reagente limitante é o  $\text{Cu}^{2+}$ , na forma de  $\text{CuSO}_4$ .

- c) A quantidade estequiométrica, sem que haja excesso de nenhum dos reagentes, assegura maior liberação de calor e, por isso, maior temperatura ( $T_4$ ). Nessas condições, temos a maior quantidade em mols dos reagentes reagindo: X = 0,5 mol e Y = 0,5 mol, garantindo maior liberação de calor.

## Q.05

Algumas gotas de um indicador de pH foram adicionadas a uma solução aquosa saturada de  $\text{CO}_2$ , a qual ficou vermelha. Dessa solução, 5 mL foram transferidos para uma seringa, cuja extremidade foi vedada com uma tampa (**Figura I**). Em seguida, o êmbolo da seringa foi puxado até a marca de 50 mL e travado nessa posição, observando-se liberação de muitas bolhas dentro da seringa e mudança da cor da solução para laranja (**Figura II**). A tampa e a trava foram então removidas, e o êmbolo foi empurrado de modo a expulsar totalmente a fase gasosa, mas não o líquido (**Figura III**). Finalmente, a tampa foi recolocada na extremidade da seringa (**Figura IV**) e o êmbolo foi novamente puxado para a marca de 50 mL e travado (**Figura V**). Observou-se, nessa situação, a liberação de poucas bolhas, e a solução ficou amarela. Considere que a temperatura do sistema permaneceu constante ao longo de todo o experimento.

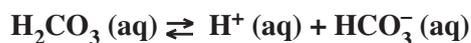
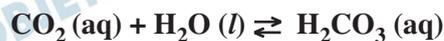


- Explique, incluindo em sua resposta as equações químicas adequadas, por que a solução aquosa inicial, saturada de  $\text{CO}_2$ , ficou vermelha na presença do indicador de pH.
- Por que a coloração da solução mudou de vermelho para laranja ao final da Etapa 1?
- A pressão da fase gasosa no interior da seringa, nas situações ilustradas pelas figuras **II** e **V**, é a mesma? Justifique.

Dados:														
pH	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5
Cor da solução contendo o indicador de pH	vermelho					laranja			amarelo					

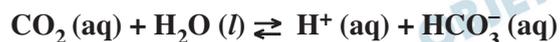
### Resolução

- a) A dissolução de  $\text{CO}_2$  em água pode ser representada pelas equações:



Com isso, a solução aquosa saturada de  $\text{CO}_2$  possui caráter ácido. E, por ser saturada, o pH fica inferior a 4,5 (cor vermelha).

- b) Ao final da etapa I, uma parte do  $\text{CO}_2$  (aq) passa para  $\text{CO}_2$  (g) para ocupar o espaço vazio no interior da seringa e, com isso, a concentração de  $\text{CO}_2$  (aq) diminui e o equilíbrio:

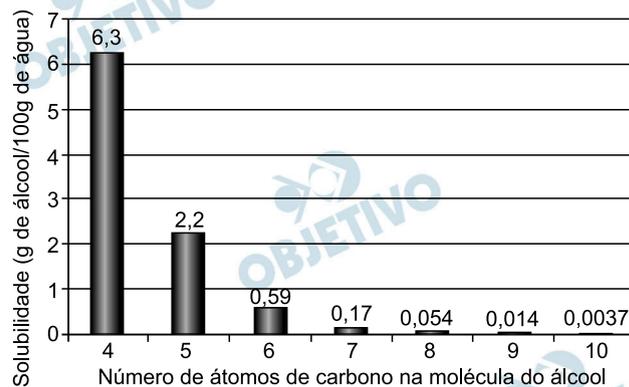


é deslocado para a esquerda. A concentração do íon  $H^+$  em solução diminui, aumentando o pH da solução e a cor do indicador muda de vermelho para laranja.

- c) Analisando o texto, na etapa 1, observa-se a liberação de muitas bolhas dentro da seringa e, na etapa 4, ocorre a liberação de poucas bolhas. O volume é igual, a temperatura é constante, a quantidade de  $CO_2(g)$  em mols é maior na situação da figura II. De acordo com a equação dos gases ( $PV = n.R.T.$ ), a pressão na situação II é maior que a pressão na situação V.

## Q.06

O gráfico a seguir apresenta a solubilidade em água, a 25°C, de álcoois primários de cadeia linear, contendo apenas um grupo OH no extremo da cadeia não ramificada. Metanol, etanol e 1-propanol são solúveis em água em quaisquer proporções.



a) Analise o gráfico e explique a tendência observada.

Um químico recebeu 50 mL de uma solução de 1-dodecanol ( $C_{12}H_{25}OH$ ) em etanol. A essa solução, adicionou 450 mL de água, agitou a mistura e a deixou em repouso por alguns minutos.

Esse experimento foi realizado a 15°C.

b) Descreva o que o químico observou ao final da sequência de operações do experimento.

### Dados:

- 1-dodecanol é insolúvel em soluções diluídas de etanol em água ( $\leq 10\%$  em volume).
- ponto de fusão do 1-dodecanol = 24°C.
- a densidade do 1-dodecanol é menor do que a de soluções diluídas de etanol em água.

### Resolução

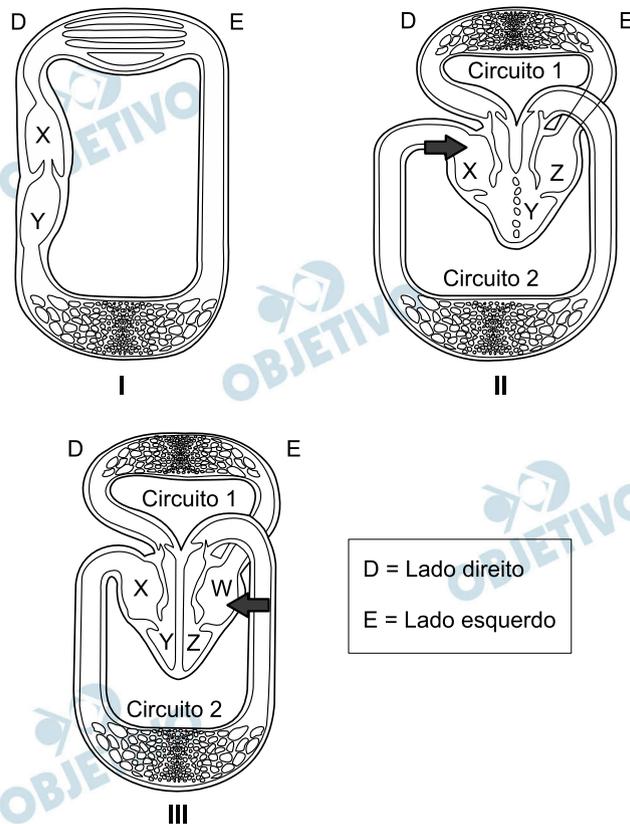
a) Quanto maior a cadeia do álcool primário, menor será a sua solubilidade em água, pois a cadeia hidrocarbônica apolar começa a predominar; essa tendência é observada a partir de quatro átomos de carbono na cadeia.

R — OH  
apolar polar  
(predomina até 3 átomos de C)

b) Ao adicionar água obtém-se uma solução diluída de etanol em água. O 1-dodecanol é insolúvel nessa solução. O químico irá observar um sistema bifásico, no qual o 1-dodecanol estará no estado sólido (pois a temperatura de fusão é maior que 15°C), flutuando na superfície da mistura líquida etanol e água (pois a sua densidade é menor do que a da mistura etanol e água).

## B.01

As Figuras I, II e III esquematizam a circulação sanguínea em diferentes vertebrados.



- Análise a Figura II. A partir da cavidade apontada pela seta, ordene as demais cavidades cardíacas e os circuitos 1 e 2, na sequência correspondente à circulação do sangue.
- Faça o mesmo, em relação à Figura III.
- Qual(is) das três figuras mostra(m) o coração em que há mistura de sangue arterial e sangue venoso?
- Dê um exemplo de grupo de vertebrados para o tipo de circulação esquematizado em cada uma das três figuras.

### Resolução

- A cavidade X (apontada pela seta) é o átrio direito. A partir desta cavidade, o sangue passa para o ventrículo (cavidade Y) e daí para o circuito 01 (pulmonar) e circuito 02 (sistêmico). Retornando então ao coração pelo átrio esquerdo (cavidade Z), o circuito 01 e pelo átrio direito (cavidade X), o circuito 02.
- A partir do átrio esquerdo (cavidade W, apontado pela seta), o sangue passa para o ventrículo esquerdo (cavidade Z) e vai para a circulação sistêmica (circuito 2) através da artéria aorta. Retornando ao coração pelas veias cavas, atinge o átrio direito (cavidade X), passa ao ventrículo direito (cavidade Y) e vai para os pulmões (circuito 1) pela artéria pulmonar. Enfim, o sangue volta ao coração pelas veias pulmonares e entra no átrio esquerdo (cavidade W) novamente.

- c) A figura II, onde a mistura sanguínea ocorre no ventrículo.
- d) figura I – Peixe  
figura II – Réptil  
figura III – Mamífero

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

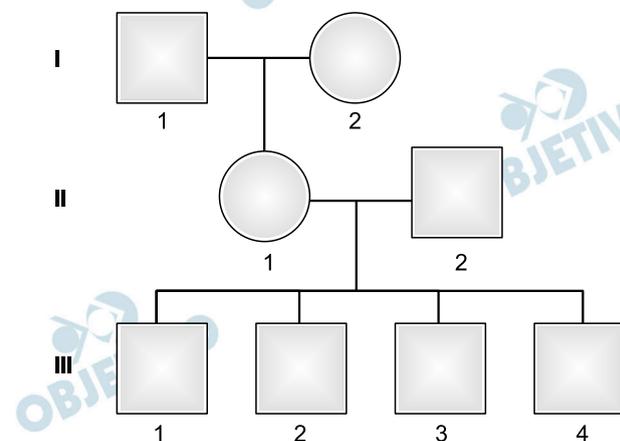
 OBJETIVO

 OBJETIVO

## B.02

Os genes que condicionam a visão para cores e a síntese da enzima G6PD (desidrogenase da glicose-6-fosfato) estão localizados no cromossomo X humano. O alelo recessivo  $d$  determina o daltonismo e o alelo recessivo  $g$ , a deficiência da enzima G6PD.

No heredograma ao lado, o homem I-1 é daltônico e tem também deficiência da enzima G6PD. Sua mulher I-2 é homocigótica, com visão normal para cores, não tendo deficiência de G6PD. A filha II-1 desse casal casou-se com o homem II-2, que possui visão normal para cores e não tem deficiência de G6PD. Os quatro filhos desse casal (III-1, 2, 3 e 4) diferem entre si quanto aos fenótipos em relação à visão para cores e à síntese de G6PD.



Com relação a essas características,

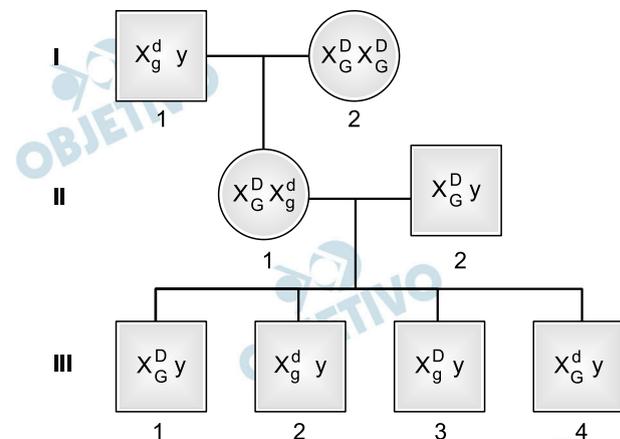
- quais são os genótipos de I-1 e I-2?
- quais são os genótipos de II-1 e II-2?
- que fenótipos e respectivos genótipos os filhos de II-1 e II-2 podem ter?
- explique como III-1, 2, 3 e 4 podem ter herdado genótipos diferentes.

### Resolução

Alelos ligados ao cromossomo x:

$d$  (daltonismo) e  $D$  (visão normal)

$g$  (deficiência da enzima G6PD) e  $G$  (normalidade)



a) I. 1:  $X_g^d Y$ ;

I. 2:  $X_G^D X_G^D$

- b) II. 1:  $X_G^D X_g^d$ ; II. 2:  $X_G^D Y$
- c) Os filhos 1, 2, 3 e 4 da geração III podem ser:  
III. 1:  $X_G^D Y$  (normal para as duas características);  
III. 2:  $X_g^d Y$  (daltônico e deficiente em relação à enzima G6PD); III. 3:  $X_G^D Y$  (visão normal e deficiente em relação à enzima G6PD) e III. 4:  $X_G^d Y$  (apenas daltônico).
- d) Durante a gametogênese materna, ocorreu permutação (*crossing-over*) entre os cromossomos X, formando quatro tipos distintos de gametas, a saber:  $X_G^D$ ;  $X_g^d$  (parentais) e  $X_g^D$ ;  $X_G^d$  (recombinantes ou gametas que sofreram *crossing-over*).

## B.03

O nematelminto *Ascaris lumbricoides* (lombriga) é um parasita que provoca graves danos à saúde humana.

- a) Quantos hospedeiros o *Ascaris lumbricoides* tem durante seu ciclo de vida?
- b) Em que fase de seu ciclo de vida o *Ascaris lumbricoides* entra no corpo humano?
- c) Em que parte do corpo humano ocorre a reprodução do *Ascaris lumbricoides*?
- d) Que medidas podem evitar a contaminação do ambiente por *Ascaris lumbricoides*?

### Resolução

- a) O *Ascaris lumbricoides* é monogenético ou monoxeno, isto é, só tem um hospedeiro.
- b) O *Ascaris* entra no corpo humano na fase de ovo embrionário, o qual pode estar presente em alimentos ou água a serem ingeridos.
- c) A reprodução do *Ascaris* ocorre no intestino delgado.
- d) A contaminação do ambiente pode ser evitada, entre outras formas, por saneamento básico e tratamento dos indivíduos doentes.

## B.04

Em mamíferos saudáveis, a concentração de excreta nitrogenada difere na urina de herbívoros comedores de grama e de carnívoros estritos.

- Que excreta nitrogenada está presente na urina dos animais de cada um desses grupos?
- Em qual desses grupos de animais a concentração de excreta nitrogenada é maior? Justifique sua resposta.

### Resolução

- Os mamíferos dos dois grupos excretam, principalmente, a ureia.
- A concentração de ureia é maior nos mamíferos carnívoros estritos, devido à ingestão de maior quantidade de proteínas.

## B.05

A autofecundação pode ocorrer em plantas. Por exemplo, um núcleo espermático do tubo polínico fecunda a oosfera, e o outro núcleo espermático se funde com os núcleos polares do saco embrionário, na mesma planta.

- No caso de autofecundação, a reprodução é sexuada? Justifique sua resposta.
- A que grupo de plantas corresponde o processo de fecundação exemplificado? Justifique sua resposta.

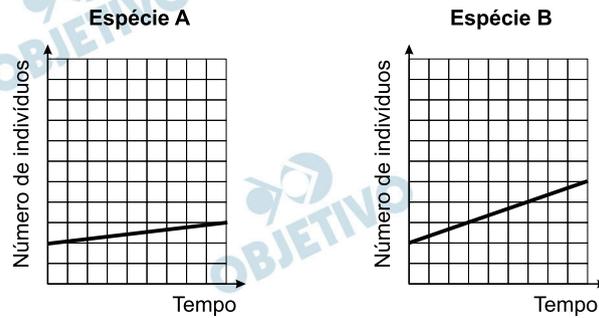
### Resolução

- Sim, porque envolve a união de gametas.
- Grupo das angiospermas ou antófitas. Nesses vegetais ocorre dupla fecundação porque um núcleo espermático une-se com a oosfera do saco embrionário formando um zigoto diploide que se desenvolve em embrião. O outro núcleo espermático funde-se com os dois polares originando um zigoto triploide, o qual dará origem ao endosperma ou albúmen, tecido de reserva.

## B.06

Considere duas populações das espécies **A** e **B**, que podem viver separadamente e que, se reunidas, estabelecem interações interespecíficas.

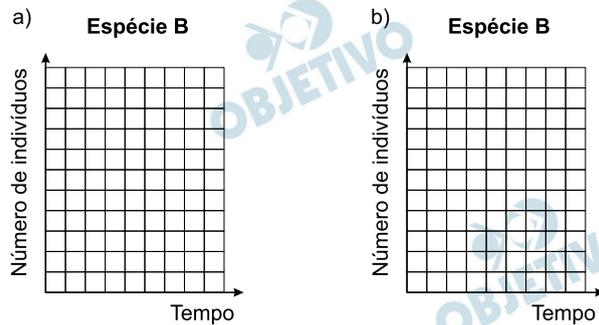
Os gráficos abaixo representam o crescimento dessas populações.



Considere que populações das espécies **A** e **B** foram reunidas.

- Admitindo que a espécie **A** é parasita da espécie **B**, represente, nas coordenadas da página de respostas, o que é esperado para o crescimento da população da espécie **B**.
- Admitindo que a espécie **A** é comensal da espécie **B**, represente, nas coordenadas da página de respostas, o que é esperado para o crescimento da população da espécie **B**.

### Resolução



## H.01

Vivemos numa forma de governo que não se baseia nas instituições de nossos vizinhos; ao contrário, servimos de modelo a alguns, ao invés de imitar outros. [...] Nela, enquanto no tocante às leis todos são iguais para a solução de suas divergências privadas, quando se trata de escolher (se é preciso distinguir em algum setor), não é o fato de pertencer a uma classe, mas o mérito, que dá acesso aos postos mais honrosos; inversamente, a pobreza não é razão para que alguém, sendo capaz de prestar serviços à cidade, seja impedido de fazê-lo pela obscuridade de sua condição. Conduzimo-nos liberalmente em nossa vida pública, e não observamos com uma curiosidade suspicaz [desconfiada] a vida privada de nossos concidadãos, pois não nos ressentimos com nosso vizinho se ele age como lhe apraz, nem o olhamos com ares de reprovação que, embora inócuos, lhe causariam desgosto. Ao mesmo tempo que evitamos ofender os outros em nosso convívio privado, em nossa vida pública nos afastamos da ilegalidade principalmente por causa de um temor reverente, pois somos submissos às autoridades e às leis, especialmente àquelas promulgadas para socorrer os oprimidos e às que, embora não escritas, trazem aos agressores uma desonra visível a todos.

Oração fúnebre de Péricles, 430 a.C., in Tucídides.

*História da Guerra do Peloponeso.*

Brasília: Editora UnB, 2001, p. 109. Adaptado.

- a) Com base nas informações contidas no texto, identifique o sistema político nele descrito e indique suas principais características.
- b) Identifique a cidade que foi a principal adversária de Atenas na Guerra do Peloponeso e diferencie os sistemas políticos vigentes em cada uma delas.

### Resolução

- a) **Trata-se da democracia, instituída em Atenas por Clístenes a partir de 507 a.C. De acordo com o discurso de Péricles, o regime democrático ateniense se caracterizava pelo ineditismo, pela igualdade de direitos políticos entre os cidadãos, pela liberdade de opinião, pelo respeito recíproco e pelo mérito como fator principal para o exercício dos cargos públicos.**
- b) **Esparta, localizada na Península do Peloponeso. Enquanto Atenas era regida por uma democracia escravista direta, Esparta se caracterizava por um governo aristocrático fortemente militarizado, baseado em uma gerontocracia.**

## H.02

O problema agrário era portanto o fundamental no ano de 1789, e é fácil compreender por que a primeira escola sistematizada de economia do continente, os fisiocratas franceses, tomara como verdade o fato de que a terra, e o aluguel da terra, era a única fonte de renda líquida. E o ponto crucial do problema agrário era a relação entre os que cultivavam a terra e os que a possuíam, os que produziam sua riqueza e os que a acumulavam.

Eric Hobsbawm. *A era das revoluções. 1789-1848*.  
Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1982, p. 29.

- a) Caracterize o momento social e econômico por que a França passava no período a que se refere o texto.
- b) Quais são as principais diferenças entre as propostas fisiocratas e as práticas mercantilistas anteriores a elas?

### Resolução

- a) **Momento social: crise da sociedade do Antigo Regime, provocada pela desigualdade de direitos entre nobreza e clero (estamentos privilegiados, sobretudo no tocante à isenção de impostos) e o Terceiro Estado, camada majoritária heterogênea, que compreendia desde a alta burguesia até servos remanescentes do feudalismo medieval. Na época, a burguesia reivindicava igualdade jurídica e o fim dos privilégios das duas outras ordens sociais, enquanto as camadas populares urbanas e rurais agitavam-se contra a miséria e a exploração a que estavam submetidas.**

**Momento econômico: a economia francesa ainda era predominantemente agrária, mas em estágio pré-industrial por causa do desenvolvimento manufatureiro. O avanço econômico era prejudicado pelo desequilíbrio financeiro do Estado (tendo como resultado uma carga tributária quase intolerável), pelas práticas do mercantilismo (que entravavam a liberdade econômica), pelo comércio exterior deficitário e, conjuntamente, pelas secas que afetaram a produção agrícola nos anos anteriores a 1789.**

- b) **Enquanto o mercantilismo praticava o intervencionismo e considerava os metais preciosos como a base da riqueza nacional, o fisiocratismo defendia a liberdade econômica (laissez faire) e considerava serem os recursos naturais (principalmente agricultura) o fator gerador da prosperidade de um país.**

## H.03

Subindo ao poder em outubro de 1930, Getúlio Vargas nele permaneceu por quinze anos, sucessivamente, como chefe de um governo provisório, presidente eleito pelo voto indireto e ditador. Deposto em 1945, seria eleito presidente pelo voto popular em 1950, não chegando a completar o mandato por se suicidar em 1954.

Boris Fausto. *História do Brasil*. 2ª ed. São Paulo: Edusp, 1995, p. 331. Adaptado.

O primeiro período de governo de Getúlio Vargas (1930-1945) iniciou-se com um golpe; o último (1951-1954), com um processo eleitoral direto.

- a) Identifique outras duas diferenças entre esses períodos.
- b) Caracterize as relações entre o Brasil e os Estados Unidos da América em cada um desses períodos.

### Resolução

- a) **No primeiro período, as liberdades políticas foram cerceadas ou até mesmo suprimidas, ao passo que no segundo elas foram preservadas. Também o primeiro período foi marcado pelo controle de Vargas sobre o conjunto da vida política, ao passo que no segundo ele não conseguiu repetir essa supremacia.**
- b) **No primeiro período, Vargas aproximou-se dos Estados Unidos, no contexto da “Política da Boa Vizinhança” criada por Franklin Roosevelt e, apesar de certos contatos amistosos com a Alemanha nos primeiros anos do Estado Novo, alinhou-se tão estreitamente com a política norte-americana que o Brasil participou da Segunda Guerra Mundial junto aos Aliados. No segundo período, as relações Brasil-Estados Unidos tornaram-se tensas em decorrência do nacionalismo econômico de Vargas, consubstanciado na criação da Petrobras e no monopólio do Estado sobre o petróleo brasileiro.**

## H.04

A República não foi uma transformação pacífica. Bem ao contrário. Para além da surpresa provocada pelo golpe de Estado de 15 de novembro, seguiu-se uma década de conflitos e violências de toda ordem, na qual se sucederam as dissensões militares, os conflitos intraoligárquicos, os motins populares, a guerra civil, o atentado político contra a vida de um presidente da República. No interior dessas lutas se forjou a transformação do Estado Imperial em Estado Republicano, do Império Unitário em República Federativa, do parlamentarismo em presidencialismo, do bipartidarismo organizado nacionalmente em um sistema de partidos únicos estaduais. Forjou-se um novo pacto entre as elites e um novo papel para as forças armadas.

Wilma Peres Costa. *A espada de Dâmocles*.  
São Paulo: Hucitec, 1996, p. 16.

- a) Identifique e caracterize um episódio conflituoso próprio dos primeiros anos da República no Brasil.
- b) Explique o “novo papel para as forças armadas” a que se refere o texto.

### Resolução

- a) • **Revolta da Armada: insurreição da Marinha contra o governo de Floriano Peixoto, tendo como causa essencial a rivalidade entre as duas Armas (o Exército era fundamentalmente republicano e a Marinha, monarquista).**
  - **Revolução Federalista do Rio Grande do Sul: motivada por questões políticas locais, transformou-se em movimento antiflorianista, contando inclusive com a participação de monarquistas.**
  - **Guerra de Canudos: ocorrida no governo de Prudente de Moraes, concluiu-se com a destruição de um movimento messiânico (tachado como monarquista) surgido no sertão da Bahia.**
- b) **Com a proclamação da República, as Forças Armadas assumiram o papel de guardiãs do novo regime, interferindo direta ou indiretamente na vida política, notadamente durante a República da Espada.**

**Obs.:** Embora a questão deixe subentendido que as Forças Armadas (na época, conjunto formado pelo Exército e pela Marinha de Guerra) tiveram uma atuação política homogênea no recém-instalado regime republicano, coube na verdade ao Exército – por identificação ideológica e pelo maior peso militar – exercer o papel atribuído pela autora.



Viktor Koretsky, *Soldado, liberte sua Bielorrússia*, 1943.



Anônimo, *Libertadores*, 1944.

As duas imagens acima foram divulgadas durante a Segunda Guerra Mundial, respectivamente, na União Soviética e na Alemanha.

- a) Indique semelhanças e diferenças de maior relevância entre elas, no tocante à relação forma-conteúdo.

- b) Qual era a situação político-militar vivida por esses países, no momento em que os cartazes foram produzidos?

#### **Resolução**

- a) **Semelhanças: utilização das artes gráficas na propaganda, objetivando mobilizar populações com finalidades político-militares, no contexto da Segunda Guerra Mundial (1939-45).**

**Diferenças na relação forma-conteúdo: o poster soviético, de estilo realista, constitui um apelo ao nacionalismo dos bielo-russos (e não dos soviéticos como um todo) contra os invasores alemães. Já o poster alemão apresenta uma composição surreal de elementos destinados a inspirar medo, horror e repulsa em relação aos norte-americanos.**

- b) **Em 1943, o Exército Vermelho (Exército Soviético) havia iniciado a contraofensiva para retomar os territórios ocupados pelos alemães, entre os quais a Bielorrússia. Em 1944, a Alemanha encontrava-se totalmente na defensiva, comprimida pelo avanço soviético a leste e pela progressão anglo-norte-americana a oeste, prenunciando o iminente colapso do Terceiro Reich.**

**Obs. Embora o segundo poster conste como sendo de autoria anônima, trata-se de um trabalho produzido por Harald Damsleth (1906-71), norueguês que colaborou com os nazistas durante a Segunda Guerra Mundial.**

## H.06

O Plano Colômbia inicial consistia antes de tudo em uma ajuda militar destinada à erradicação das plantações de droga. Os programas de fumigação não tiveram início com ele: existiram desde 1994. Isto não impediu um crescimento ainda maior da superfície cultivada. Com o Plano Colômbia, e sobretudo a partir de 2001, esses programas adquiriram nova dimensão. Entretanto, não parece que eles tenham tido, tampouco, mais sucesso.

Daniel Pécaut, “Lógicas econômicas, militares e políticas na ‘guerra’ colombiana”.

In: C. Brigagão & D. Proença Jr. (orgs.).

*Paz e terrorismo*. São Paulo: Hucitec, 2004, p. 255.

- a) Qual foi o papel desempenhado pelos Estados Unidos da América na implementação do “Plano Colômbia”?
- b) A afirmação do autor de que o “Plano Colômbia” e outros programas semelhantes a ele, aparentemente, não tiveram grande sucesso se justifica? Explique.

### Resolução

- a) **Os EUA foram o principal incentivador do Plano Colômbia. No início dos anos 1990, a Colômbia se encontrava envolvida em dois processos políticos que ameaçavam a unidade do país. De um lado, como principal justificativa para o plano, grupos de narcotraficantes dominavam algumas áreas e cidades do país, ameaçando a estabilidade institucional, produzindo drogas que eram exportadas, principalmente para os EUA. Outras áreas (notadamente as áreas montanhosas e florestadas do centro-sul) eram dominadas por grupos guerrilheiros, principalmente as FARC – Forças Armadas Revolucionárias de Colômbia – que desejavam implantar um governo revolucionário (provavelmente de esquerda). A diplomacia colombiana entrou em contato com o governo estadunidense e, assim foi gerado o Plano Colômbia que atendia tanto aos interesses da Colômbia, de combate aos guerrilheiros e aos narcotraficantes, quanto aos EUA que queriam ver aumentada sua influência na América do Sul. Daí a união de forças entre os dois Estados para combater tanto o narcotráfico como os movimentos de esquerda.**
- b) **O Plano Colômbia e outros semelhantes permitem várias avaliações. Por um lado, observou-se que as áreas de plantio de coca e maconha, as principais fontes para produção de drogas, diminuíram consideravelmente, o que confirmaria o sucesso daqueles planos. Os grandes cartéis de droga foram desmantelados, melhorando a segurança das cidades da Colômbia. Se, contudo, se pensarmos que muitos desses cartéis de drogas se transferiram para o México, intensificando o tráfico junto à fronteira com os EUA, o Plano Colômbia pode ser considerado, nesse caso, um fracasso. Finalmente, com efeito indireto para o combate aos movimentos guerrilheiros, o Plano**

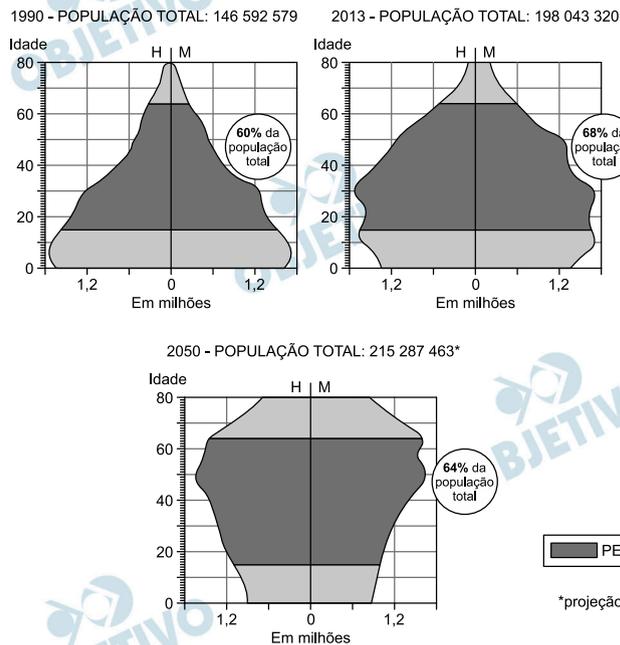
Colômbia ajudou a reduzir consideravelmente a ação dos grupos insurretos, tornando-se nesse sentido um sucesso.



# G.01

Os gráficos abaixo representam a composição da população brasileira, por sexo e idade, nos anos de 1990 e 2013, bem como sua projeção para 2050.

Observe que, para cada ano, está destacado o percentual da população economicamente ativa (PEA).



www.ibge.gov.br. Acessado em 20/08/2013. Adaptado.

Com base nas informações acima e em seus conhecimentos, atenda ao que se pede.

- Na atualidade, o Brasil encontra-se no período denominado “janela demográfica”. Caracterize esse período.
- Analise a pirâmide etária de 2050 e cite duas medidas que poderão ser tomadas pelo governo brasileiro para garantir o bem-estar da população nesse contexto demográfico. Explique.

## Resolução

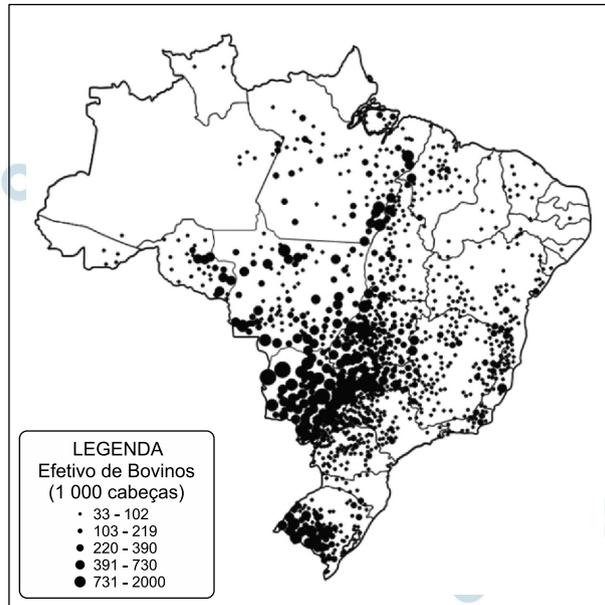
- É o período no qual a população adulta e ativa é superior em contingente aos não ativos (jovens e idosos), situação observada no Brasil pela pirâmide de 2013, que apresenta, do total, 68% de adultos. Num determinado momento do futuro, tal situação terminará e, então, a situação voltará ao desequilíbrio, pois aumentará o número de idosos. Lembrando que, por “janela demográfica” ou “bônus demográfico”, entende-se o período no qual o número de pessoas em idade ativa (dos 15 aos 65 anos) é suficiente para sustentar o contingente de crianças e idosos.
- A pirâmide etária do Brasil em 2050 mostrará um enorme contingente de idosos, uma redução do número de adultos (de 68% em 2013 para 64% em 2050) e um contingente reduzido do número de jovens. Esse envelhecimento da população exigirá do governo medidas como a adoção de políticas de apoio à população idosa. O sistema de previdência

social deverá procurar recursos para sustentar uma população aposentada cada vez maior, o Estado deverá construir maior número de hospitais para dar atendimento à população idosa, esforços deverão ser envidados na preparação de serviços geriátricos, como a formação de médicos, enfermeiros e cuidadores. Cursos especiais de terceira idade deverão preparar os idosos para um provável reaproveitamento ativo dessa população.

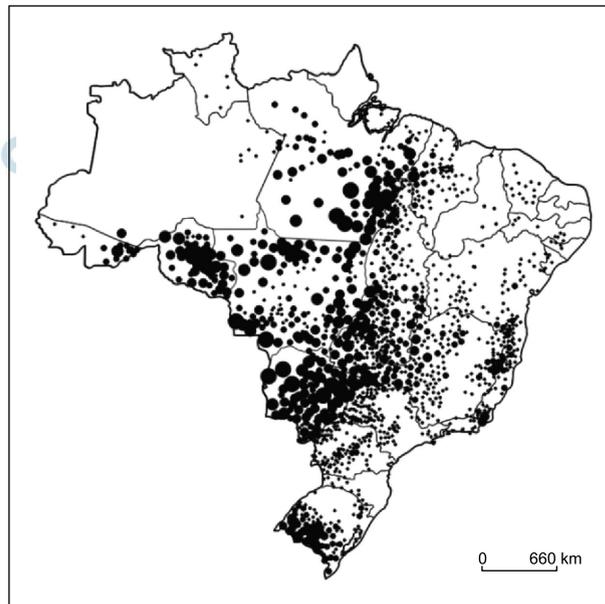
## G.02

Considere os mapas a seguir.

BRASIL: EFETIVO DE BOVINOS (1995)



BRASIL: EFETIVO DE BOVINOS (2006)



IBGE, Atlas Rural do Brasil, 2012. Adaptado.

Os mapas representam alterações na distribuição espacial e quantitativa do efetivo de bovinos no Brasil.

- Identifique e explique dois fatores responsáveis por essa mudança.
- Explique dois impactos ambientais decorrentes da alteração na distribuição espacial do efetivo de bovinos, no Brasil.

### Resolução

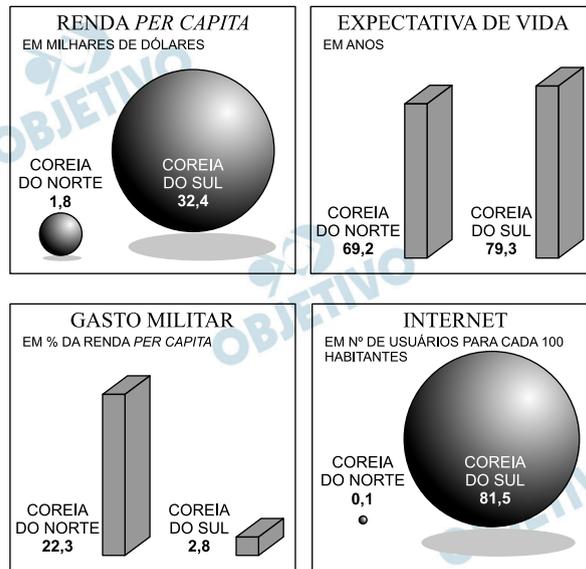
- Um primeiro fator responsável pela mudança relaciona-se com o aumento numérico das cabeças de gado, observando-se um grande crescimento entre 1995 e 2006. Uma justificativa para isso se relaciona com o fato de que o Brasil se tornou, no período, um dos maiores exportadores de carne, além, é claro, do crescimento do consumo do mercado interno. Quanto à mudança espacial,

nota-se a expansão do gado na Região Centro-Oeste, em direção à Região Norte, abrindo novas áreas de criação. Um fator a justificar tal situação é a maior facilidade de acesso criada pela melhoria da rede de rodovias e os terrenos mais baratos disponíveis na fronteira entre as Regiões Norte e Centro-Oeste.

- b) Um primeiro impacto ambiental causado pelas alterações na distribuição espacial dos efetivos bovinos é a devastação de formações vegetais importantes, como o Cerrado e a Floresta Equatorial Amazônica. O gado é o elemento pioneiro de ocupação logo após o desmate, geralmente feito com queimadas. Além da eliminação de espécies, a devastação das formações certamente provocará alterações climáticas difíceis de se precisar. Outra alteração ambiental com consequências climáticas é o aumento na emissão de gases-estufa, seja pela queimada que causará maior emissão de  $\text{CO}_2$ , seja pelo funcionamento intestinal dos bovinos, que produz gás metano.

## G.03

A Coreia do Sul e a Coreia do Norte têm populações com a mesma composição étnica, mas modelos políticos e econômicos contrastantes.



Exame, abril de 2013. Adaptado.

Com base nas informações acima e em seus conhecimentos,

- descreva o processo de divisão política que levou à formação desses dois países situados na península da Coreia, caracterizando seus respectivos regimes políticos;
- explique qual é a posição de cada um desses países em relação à questão nuclear atual;
- explique a situação atual de cada um desses dois países, no contexto das exportações mundiais. Justifique com exemplos.

### Resolução

- A Península Coreana foi dividida ao final da Segunda Guerra Mundial, em 1945, pelas forças aliadas, que puseram fim à dominação japonesa iniciada em 1905 com o Tratado de Eulsa, ampliada em 1910 com a anexação do território ao Império Japonês, por força do Tratado de Anexação Japão-Coreia.

O objetivo dos Aliados era tornar independentes os coreanos, em conformidade com a Conferência do Cairo, de 1943, mas não havia consenso sobre o estabelecimento do novo país, quanto ao governo e ao regime político.

O paralelo 38°N, que coincidentemente fora a referência utilizada na proposta russo-nipônica para dividir a Península Coreana, serviu como divisor entre a área ocupada pelos soviéticos, ao norte, e pelos norte-americanos, ao sul.

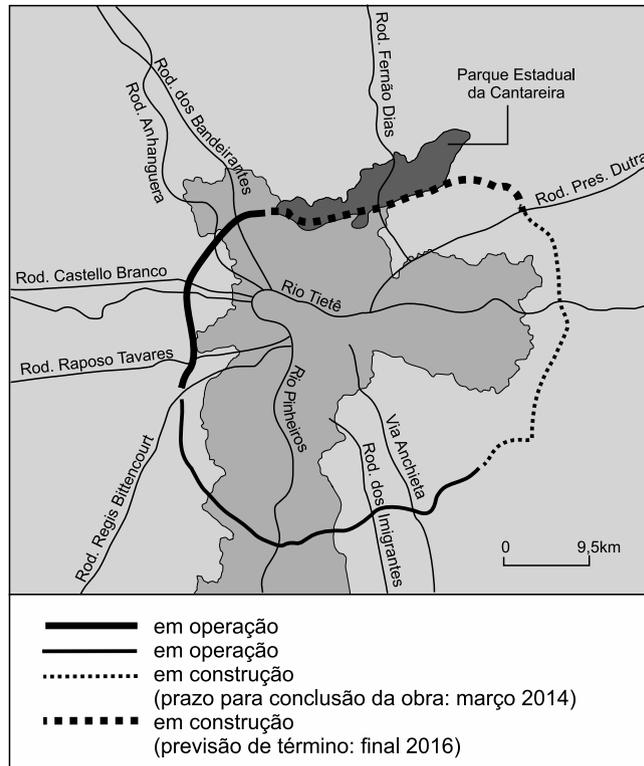
Entre 1950 e 1953, a Guerra da Coreia, manifestação dos interesses estratégicos da Guerra Fria, do confronto Oeste x Leste, dividiu definitivamente a península em dois Estados antagônicos: a República Democrática e Popular da Coreia – a

Coreia do Norte, socialista, sob a influência da União Soviética, de regime não democrático, autoritário e militarista – e a República da Coreia – a Coreia do Sul, capitalista, sob influência dos Estados Unidos, a qual, três décadas após o fim da guerra, tornou-se um “tigre asiático”, país emergente, de industrialização recente, de grande investimento em tecnologia. Ao longo das décadas de 1980 e 1990, tornou-se um Estado democrático de direito, ao contrário da Coreia do Norte, na qual boa parte dos investimentos estão voltados para o setor militar.

- b) O Tratado de Não Proliferação de Armas Nucleares – TNP, estabelecido em 1968, é o acordo internacional que regula a questão nuclear na atualidade. A Coreia do Sul assinou e ratificou esse Tratado ainda na sua primeira década de vigência. A Coreia do Norte aderiu ao TNP em 1985, mas denunciou-o em 2002. Realizou em 2006 e 2009 testes nucleares. Atualmente, desenvolve um programa nuclear considerado hostil pelos Estados Unidos e seus aliados.
- c) A Coreia do Norte, desde o colapso da União Soviética, teve sua situação de isolamento no cenário internacional agravada. A persistência em desenvolver um programa nuclear que ameaça a relativa estabilidade política da Ásia Oriental fez com que as Nações Unidas pressionassem o país, submetendo-o a um embargo comercial que, somado à precariedade de sua infraestrutura, fez com a situação de sua economia e de sua população se deteriorasse.
- A Coreia do Norte é exportadora de armamentos, têxteis, produtos pesqueiros e metalúrgicos
- A Coreia do Sul é uma economia emergente, de industrialização tardia; trata-se de um “tigre asiático” cujo desenvolvimento econômico baseou-se em maciços investimentos externos atraídos pela possibilidade de exploração de sua mão de obra abundante. É um país *global trader*, ou seja, comercializa com o mundo todo, sendo uma plataforma de exportações. Os principais produtos exportados são eletro-eletrônicos, veículos automotivos, aço, embarcações e petroquímicos, destinados principalmente a China, Japão e EUA.

## G.04

Considere o mapa esquemático do rodoanel na região metropolitana de São Paulo.



www.dersa.gov.br. Acessado em 20/10/2013. Adaptado.

Com base no mapa e em seus conhecimentos, atenda ao que se pede.

- Identifique um impacto ambiental e um impacto social que poderão ocorrer nessa região com a construção do trecho norte do rodoanel. Explique.
- O Estado de São Paulo é um importante produtor/exportador de laranja e de seus derivados. Cite uma área com importante produção no Estado e identifique, a partir do mapa, os trajetos rodoviários mais utilizados para o escoamento dessa produção até o seu principal porto de exportação.

### Resolução

- O Rodoanel, anel viário que liga as rodovias que cruzam a região metropolitana de São Paulo com o objetivo de diminuir a circulação de veículos, em especial de caminhões, nas marginais, tem o término de sua obra previsto para 2016, sendo que o trecho norte se encontra atualmente em construção. Trata-se de uma área com grande vulnerabilidade ambiental, onde encontramos a Serra da Cantareira, que possui expressivos fragmentos da Mata Atlântica. Dessa forma, podemos considerar como os principais impactos ambientais decorrentes de tal construção: a supressão vegetativa e a morte de animais silvestres em razão do desmatamento; o avanço da mancha urbana, em direção às áreas especialmente protegidas, uma vez que o anel viário poderá servir como vetor de ocupação na região; e os ruídos causados pela circulação dos

veículos, capazes de afugentar animais silvestres. No tocante a impactos sociais, é possível destacar o deslocamento / desalojamento de pessoas, com a desapropriação de suas residências ao longo das áreas afetadas pelas obras, bem como a valorização / desvalorização dos imóveis da região em razão da proximidade do anel viário.

- b) O estado de São Paulo responde por quase 80% da produção de laranja do País. Tem como importantes áreas de produção a Depressão Periférica e o Planalto Ocidental Paulista, com destaque para as cidades de Itápolis, Casa Branca, Bebedouro, Mogi Guaçu, Brotas, Barretos, Limeira e Botucatu. A partir dos eixos rodoviários apresentados no mapa e as principais áreas de produção, os trajetos mais utilizados são as rodovias Anhanguera e Bandeirantes, passando por dentro da região metropolitana da capital com a utilização das marginais ou pela borda da metrópole utilizando os trechos oeste e sul do Rodoanel (já em operação), chegando por fim às rodovias Anchieta e Imigrantes para atingir o Porto de Santos, principal porto de exportação.

OBJETIVO

OBJETIVO

OBJETIVO

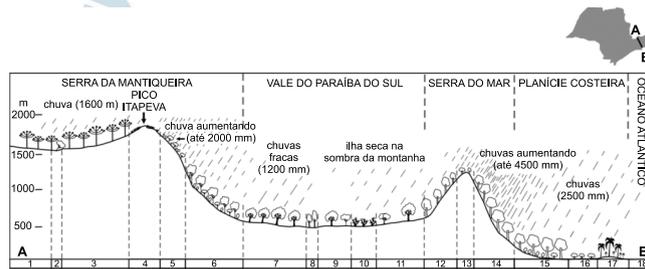
OBJETIVO

OBJETIVO

OBJETIVO

## G.05

O perfil topográfico, abaixo, apresenta alguns aspectos estruturais da vegetação nativa e do comportamento dos totais anuais de chuva em um segmento que se estende do litoral até os contrafortes da Serra da Mantiqueira.



Kurt Hueck, *As florestas da América do Sul*, 1972. Adaptado.

Com base nessas informações e em seus conhecimentos, atenda ao que se pede.

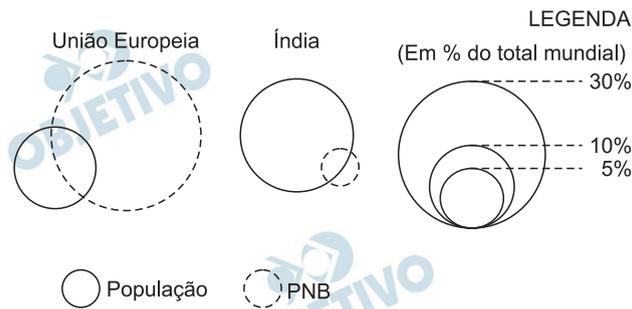
- Das seções numeradas de 1 a 18, considere as que correspondem à Serra do Mar, identificando aquela onde, tendo em vista os fatores naturais, os processos erosivos podem ser mais frequentes e intensos. Justifique.
- Observe que, na encosta escarpada da Serra da Mantiqueira, a estatura da vegetação aumenta em direção às partes mais baixas. Identifique duas causas desse fenômeno. Explique.

### Resolução

- Levando-se em conta os totais de precipitação e a maior declividade do terreno, conclui-se que o setor 14 da Serra do Mar será aquele em que os processos erosivos serão os mais intensos.
- Dos topos de morros da Serra da Mantiqueira à sua base junto ao Vale do Paraíba, observa-se que as árvores aumentam de porte. A justificativa para tal situação se deve a vários fatores, entre eles, primeiramente, maior volume de umidade percolada através do subsolo para a base da serra, maior disponibilidade de oxigênio nas proximidades da base, o que colabora para o desenvolvimento das plantas, permitindo-lhes o aumento no número de folhas e, também, temperaturas mais elevadas, que facilitam o metabolismo das plantas e contribuem para seu maior crescimento.

## G.06

Analise os dados de população e o PNB (Produto Nacional Bruto) da União Europeia e da Índia, apresentados abaixo.



www.un.org. Acessado em 18/07/2013. Adaptado.

- Com base nessas informações e em seus conhecimentos,
- discuta a relação população/PNB na União Europeia e na Índia e compare as implicações sociais passíveis de serem inferidas dessas informações;
  - identifique um país asiático insular no qual a proporção entre população e PNB seja semelhante à da União Europeia. Analise a atual inserção desse país no cenário econômico mundial.

### Resolução

- A União Europeia apresenta uma grande população absoluta, e seu PNB, Produto Nacional Bruto, é muito elevado, o que dá a seus habitantes um alto padrão de vida. Ao contrário, na Índia, a despeito das dimensões e da emergência de sua economia, sua população absoluta é desproporcionalmente maior, o que, somando-se à má distribuição da renda, resulta num padrão socioeconômico baixo.

Enquanto na União Europeia é elevado o IDH – Índice de Desenvolvimento Humano –, na Índia grande parte da população vive abaixo da linha de pobreza, é grave o seu problema da insegurança alimentar, além de haver elevados índices de analfabetismo, doenças endêmicas e frequentes epidemias.

- Entre os países insulares asiáticos, aquele que apresenta proporção entre PNB e população absoluta, ou seja, PNB/*per capita* semelhante à da União Europeia – US\$ 31 700, é o Japão, com US\$ 34 400.

Deve-se atentar para o fato de que no cálculo do PNB se considera a produção relativa ao capital nacional, diferente do PIB – Produto Interno Bruto –, que considera o volume da produção de empresas estrangeiras em território de determinado país.

No que concerne ao PIB *per capita*, outros países insulares asiáticos assemelham-se ao Japão, como Bahrein e Taiwan. No entanto, deve-se considerar que nesses países o PNB é consideravelmente menor, devido à grande ação de empresas

estrangeiras em seus territórios, além disso, Taiwan – República da China –, não é reconhecido com país pela ONU (Organização das Nações Unidas). Cingapura é um país insular asiático com uma excelente relação PNB *per capita*, a tal ponto que seus valores nominais são maiores que os da União Europeia.

	População absoluta (em mil habitantes)	População relativa (hab/km <sup>2</sup> )	PNB _ Produto Nacional Bruto (em US\$ bilhões)	PNB per capita (em US\$)
União Europeia	507 890	114	15 037	31 700
Cingapura	4 117	6 814	238	51 142
Bahrein	791	1 189	27	34 662
Japão	127 433	337	4 394	34 400
Taiwan	23 037	636	876	37 720