Caso necessário, use os seguintes dados:

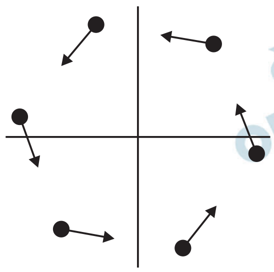
Aceleração da gravidade = $10 m/s^2$

Densidade da água = $1,0 g/cm^3$

Velocidade de som no ar = 340m/s

Comprimento de onda médio da luz = 570 nm

1 C

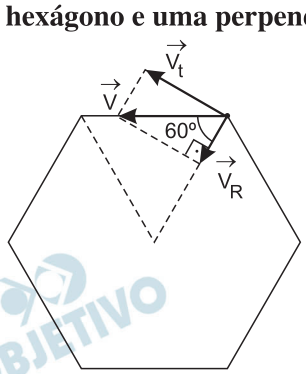


Um problema clássico da cinemática considera objetos que, a partir de certo instante, se movem conjuntamente com velocidade de módulo constante a partir dos vértices de um polígono regular, cada qual apontando à posição instantânea do objeto vizinho em movimento. A figura mostra a configuração desse movimento múltiplo no caso de um hexágono regular. Considere que o hexágono tinha 10,0 m de lado no instante inicial e que os objetos se movimentam com velocidade de módulo constante de 2,00 m/s. Após quanto tempo estes se encontrarão e qual deverá ser a distância percorrida por cada um dos seis objetos?

a) 5,8 s e 11,5 m
b) 11,5 s e 5,8 m
c) 10,0 s e 20,0 m
d) 20,0 s e 10,0 m
e) 20,0 s e 40,0 m

Resolução

1) **Em virtude da simetria em qualquer instante, os objetos estarão nos vértices de um hexágono cujo lado vai diminuindo com o tempo.**
A velocidade do objeto pode ser decomposta numa componente radial que aponta para o centro do hexágono e uma perpendicular à radial.



Da figura:

$$V_R = V \cos 60°$$

$$V_R = 2,00 \cdot \frac{1}{2} \text{ (m/s)}$$

$$\boxed{V_R = 1,00 m/s}$$

2) **A distância a ser percorrida na direção radial corresponde ao raio da circunferência circunscrita ao hexágono inicial.**
$\Delta s = R = L = 10,0 m$

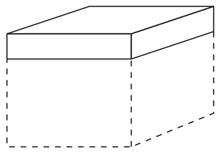
3) **O tempo gasto T será dado por:**

$$V_R = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$1,00 = \frac{10,0}{T} \Rightarrow \boxed{T = 10,0 s}$$

4) **Como o movimento é uniforme com velocidade escalar $V = 2{,}0m/s$, a distância total percorrida D é dada por:**
$D = V\ T$
$D = 2{,}00 \ .\ 10{,}0\ (m)$
$\boxed{D = 20{,}0m}$

2 E

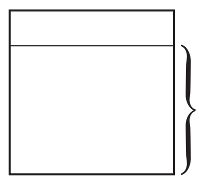


Um cubo maciço homogêneo com 4,0 cm de aresta flutua na água tranquila de uma lagoa, de modo a manter 70% da área total da sua superfície em contato com a água, conforme mostra a figura. A seguir, uma pequena rã se acomoda no centro da face superior do cubo e este se afunda mais 0,50 cm na água. Assinale a opção com os valores aproximados da densidade do cubo e da massa da rã, respectivamente.

a) $0{,}20\ g/cm^3$ e 6,4 g
b) $0{,}70\ g/cm^3$ e 6,4 g
c) $0{,}70\ g/cm^3$ e 8,0 g
d) $0{,}80\ g/cm^3$ e 6,4 g
e) $0{,}80\ g/cm^3$ e 8,0 g.

Resolução

1) **A área total A é dada por:**
$A = 6a^2 = 6\ .\ 16{,}0cm^2 = 96{,}0cm^2$
A área submersa é dada por:
$A_S = 0{,}70\ .\ 96{,}0cm^2 = 67{,}2cm^2$
$A_S = 16{,}0 + 4\ .\ 4{,}0\ .\ x = 67{,}2$
$16{,}0\ x = 51{,}2$
$\boxed{x = 3{,}2cm}$



2) **Na condição de equilíbrio:**
$E = P$
$\mu_a\ V_i\ g = \mu_C\ V\ g$
$1{,}0\ .\ 16{,}0\ .\ 3{,}2 = \mu_C\ 64{,}0$
$\boxed{\mu_C = 0{,}80g/cm^3}$

3) **O acréscimo de empuxo corresponde ao peso da rã:**
$\Delta E = mg = \mu_a\ a^2\ .\ \Delta x\ .\ g$
$m = \mu_a\ a^2\ \Delta x$
$m = 1{,}0\ .\ 16{,}0\ .\ 0{,}50\ (g)$
$\boxed{m = 8{,}0g}$

C

Uma pessoa de 80,0 kg deixa-se cair verticalmente de uma ponte amarrada a uma corda elástica de “bungee jumping” com 16,0 m de comprimento. Considere que a corda se esticará até 20,0 m de comprimento sob a ação do peso. Suponha que, em todo o trajeto, a pessoa toque continuamente uma vuvuzela, cuja frequência natural é de 235 Hz. Qual(is) é(são) a(s) distância(s) abaixo da ponte em que a pessoa se encontra para que um som de 225 Hz seja percebido por alguém parado sobre a ponte?

a) 11,4 m
b) 11,4 m e 14,4 m
c) 11,4 m e 18,4 m
d) 14,4 m e18,4 m
e) 11,4 m, 14,4 m e 18,4 m

Resolução

1) Cálculo da velocidade para que se obtenha a frequência desejada de 225Hz percebida por uma pessoa na ponte:

$$\frac{f_o}{V_S} = \frac{f_F}{V_S + V_F}$$

$$\frac{225}{340} = \frac{235}{340 + V_F} \Rightarrow V_F = 15{,}1\text{m/s}$$

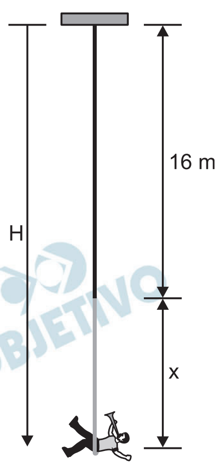
Esta velocidade poderá ser alcançada em duas posições: queda livre (posição 1) e corda esticando (posição 2).

2) *Obtenção da posição 1:*

$$V^2 = V_0^2 + 2 \,.\, g \,.\, H_1$$

$$(15{,}1)^2 = 0 + 2 \,.\, 10 \,.\, H_1 \Rightarrow \boxed{H_1 = 11{,}4\text{m}}$$

3) *Obtenção da posição 2:*
Ao atingir o comprimento máximo de 20m, a velocidade é nula.



Quando V = 0, temos
x = 4m e H = 20m

$$\tau_{el} + \tau_p = \Delta\varepsilon_{cin}$$

$$\tau_{el} + \tau_p = 0$$

$$-\frac{kx^2}{2} + m \,.\, g \,.\, H = 0$$

$$-\frac{k \,.\, 4^2}{2} + 80 \,.\, 10 \,.\, 20 = 0$$

$$k = 2000\,\text{N/m}$$

Para determinar a posição 2, basta impor que a velocidade da pessoa é 15,1m/s.

$$\tau_p + \tau_{el} = \frac{mV^2}{2}$$

$$m \,.\, g\,(16 + x) - \frac{k \,.\, x^2}{2} = \frac{mV^2}{2}$$

$$80 \cdot 10\,(16 + x) - \frac{2000 \cdot x^2}{2} = \frac{80 \cdot (15{,}1)^2}{2}$$

Resolvendo, obteremos:

$x_1 \cong 2{,}4m$ e $x_2 < 0$ (não serve)

$H_2 = 16 + x_1$

$H_2 = 16 + 2{,}4$

$\boxed{H_2 \cong 18{,}4m}$

4 B

Na ficção científica *A Estrela*, de H.G. Wells, um grande asteroide passa próximo à Terra que, em consequência, fica com sua nova órbita mais próxima do Sol e tem seu ciclo lunar alterado para 80 dias. Pode-se concluir que, após o fenômeno, o ano terrestre e a distância Terra-Lua vão tornar-se, respectivamente,

a) mais curto – aproximadamente a metade do que era antes.

b) mais curto – aproximadamente duas vezes o que era antes.

c) mais curto – aproximadamente quatro vezes o que era antes.

d) mais longo – aproximadamente a metade do que era antes.

e) mais longo – aproximadamente um quarto do que era antes.

Resolução

1) **Se a Terra se aproxima do Sol, de acordo com a 3ª Lei de Kepler, o seu período de translação vai diminuir, isto é, o ano terrestre ficará mais curto.**

2) **De acordo com a 3ª Lei de Kepler, aplicada para a órbita da Lua em torno da Terra, temos:**

$$\frac{R^3}{T^2} = K$$

O período atual da Lua é da ordem de 27d.

$$\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2}$$

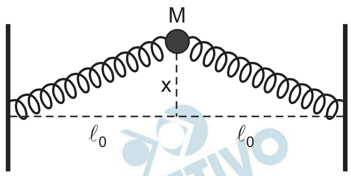
$$\frac{R_1^3}{(27)^2} = \frac{R_2^3}{(80)^2}$$

$$\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 = \left(\frac{80}{27}\right)^2 = 9 \Rightarrow \boxed{R_2 = \sqrt[3]{9}\,R_1}$$

$$\boxed{R_2 \cong 2R_1}$$

E

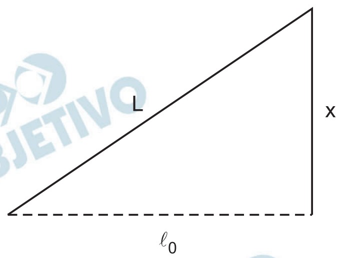
Sobre uma mesa sem atrito, uma bola de massa M é presa por duas molas alinhadas, de constante de mola k e comprimento natural ℓ_0, fixadas nas extremidades da mesa. Então, a bola é deslocada a uma distância x na direção perpendicular à linha inicial das molas, como mostra a figura, sendo solta a seguir.



Obtenha a aceleração da bola, usando a aproximação $(1 + a)^\alpha = 1 + \alpha a$.

a) $a = -kx/M$
b) $a = -kx^2/2M\ell_0$
c) $a = -kx^2/M\ell_0$
d) $a = -kx^3/2M\ell_0^2$
e) $a = -kx^3/M\ell_0^2$

Resolução



1) Da figura, temos:

$$L^2 = x^2 + \ell_0^2$$

$$L = (x^2 + \ell_0^2)^{\frac{1}{2}}$$

2) A deformação *d* da mola é dada por:

$$d = L - \ell_0 = (x^2 + \ell_0^2)^{\frac{1}{2}} - \ell_0$$

$$d = \ell_0 \left[\frac{x^2}{\ell_0^2} + 1 \right]^{\frac{1}{2}} - \ell_0$$

$$d = \ell_0 \left[\left(\frac{x^2}{\ell_0^2} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \ (1)$$

Da expressão dada, temos:

$$\left(1 + \frac{x^2}{\ell_0^2} \right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{x^2}{2\ell_0^2} \ (2)$$

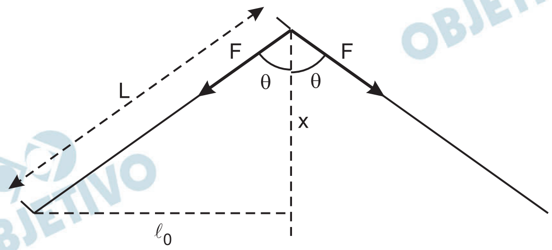
Substituindo-se (2) em (1):

$$d = \ell_0 \left(1 + \frac{x^2}{2\ell_0^2} - 1 \right) \Rightarrow \boxed{d = \frac{x^2}{2\ell_0}}$$

3) A força aplicada por cada mola será:

$$F = k\,d = \frac{k\,x^2}{2\ell_0}$$

4)



Da figura:

$$\cos\theta = \frac{x}{L} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + \ell_0^2}} = \frac{x}{\ell_0\sqrt{\dfrac{x^2}{\ell_0^2} + 1}}$$

Como $\sqrt{\dfrac{x^2}{\ell_0^2} + 1} = 1 + \dfrac{x^2}{2\ell_0^2}$, vem:

$$\cos\theta = \frac{x}{\ell_0\left(1 + \dfrac{x^2}{2\ell_0^2}\right)}$$

A força resultante F_R é dada por:

$$F_R = 2\,F\cos\theta = 2 \cdot \frac{k\,x^2}{2\ell_0} \cdot \frac{x}{\ell_0\left(1 + \dfrac{x^2}{2\ell_0^2}\right)}$$

$$F_R = \frac{k\,x^3}{\ell_0^2\left(1 + \dfrac{x^2}{2\ell_0^2}\right)} = \frac{k\,x^3}{\ell_0^2 + \dfrac{x^2}{2}}$$

PFD: $F_R = M\,|\,a\,|$

$$|\,a\,| = \frac{F_R}{M} = \frac{k\,x^3}{M\left(\ell_0^2 + \dfrac{x^2}{2}\right)} = \frac{k\,x^3}{M\,\ell_0^2\left(1 + \dfrac{x^2}{2\ell_0^2}\right)}$$

Para $\dfrac{x^2}{2\ell_0^2} \ll 1$, vem $|\,a\,| \cong \dfrac{k\,x^3}{M\ell_0^2}$

e $\boxed{a \cong -\dfrac{k\,x^3}{M\ell_0^2}}$

Resposta: E

Um corpo de massa M, inicialmente em repouso, é erguido por uma corda de massa desprezível até uma altura H, onde fica novamente em repouso. Considere que a maior tração que a corda pode suportar tenha módulo igual a nMg, em que n > 1. Qual deve ser o menor tempo possível para ser feito o erguimento desse corpo?

a) $\sqrt{\dfrac{2H}{(n-1)g}}$

b) $\sqrt{\dfrac{2nH}{(n-1)g}}$

c) $\sqrt{\dfrac{nH}{2(n-1)^2g}}$

d) $\sqrt{\dfrac{4nH}{(n-2)g}}$

e) $\sqrt{\dfrac{4nH}{(n-1)g}}$

Resolução

Para que o tempo seja mínimo, o corpo deve ter durante um certo tempo a máxima aceleração dirigida para cima e, no restante do tempo, a máxima aceleração dirigida para baixo, partindo do repouso e voltando ao repouso.

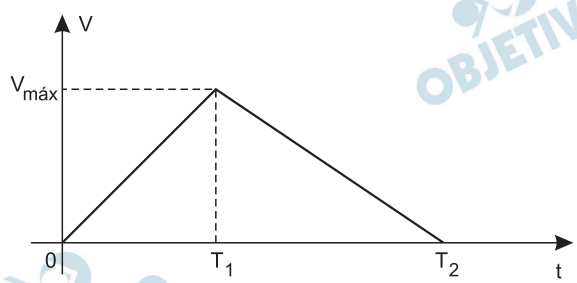
A máxima aceleração dirigida para cima é obtida quando a tração na corda tem intensidade $F_1 = n\,M\,g$

PFD: $F_1 - P = M\,a_1$

$n\,M\,g - M\,g = M\,a_1$

$\boxed{a_1 = g\,(n-1)}$

A máxima aceleração dirigida para baixo é obtida quando a tração na corda é nula e a aceleração tem módulo igual ao da gravidade.



$V_{máx} = a_1T_1 = g\,(T_2 - T_1)$

$g\,(n-1)\,T_1 = g\,(T_2 - T_1)$

$nT_1 - T_1 = T_2 - T_1 \Rightarrow \boxed{T_2 = n\,T_1}$

$V_{máx} = g\,(T_2 - T_1) = g\left(T_2 - \dfrac{T_2}{n}\right) = T_2\,g\left(1 - \dfrac{1}{n}\right)$

Δs = área (v x t)

$H = \dfrac{T_2 \cdot V_{máx}}{2}$

$$H = \frac{T_2}{2} \cdot T_2\, g \left(\frac{n-1}{n}\right)$$

$$T_2^2 = \frac{2\,H\,n}{g\,(n-1)}$$

$$\boxed{T_2 = \sqrt{\frac{2n\,H}{(n-1)\,g}}}$$

7

C

Uma partícula de massa m move-se sobre uma linha reta horizontal num Movimento Harmônico Simples (MHS) com centro O. Inicialmente, a partícula encontra-se na máxima distância x_0 de O e, a seguir, percorre uma distância a no primeiro segundo e uma distância b no segundo seguinte, na mesma direção e sentido. Quanto vale a amplitude x_0 desse movimento?

a) $2a^3 / (3a^2 - b^2)$

b) $2b^2 / (4a - b)$

c) $2a^2 / (3a - b)$

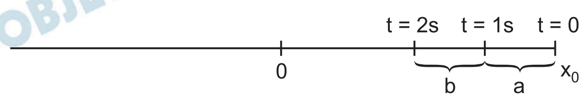
d) $2a^2b / (3a^2 - b^2)$

e) $4a^2 / (3a - 2b)$

Resolução

A equação do MHS é:

$$x = x_0 \cos \omega\, t$$



Para t = 1s $\Rightarrow x_0 - a = x_0 \cos \omega$

Para t = 2s $\Rightarrow x_0 - a - b = x_0 \cos 2\omega$

Como $\cos 2\omega = 2\cos^2\omega - 1$**, vem**

$$\frac{x_0 - a - b}{x_0} = 2\left(\frac{x_0 - a}{x_0}\right)^2 - 1$$

$$\frac{x_0 - a - b}{x_0} = 2\left(\frac{x_0^2 - 2a\,x_0 + a^2}{x_0^2}\right)^2 - 1$$

$$\frac{x_0 - a - b}{x_0} = \frac{2\,x_0^2 - 4a\,x_0 + 2a^2 - x_0^2}{x_0^2}$$

$$x_0 - a - b = \frac{x_0^2 - 4a\,x_0 + 2a^2}{x_0}$$

$$x_0^2 - a\,x_0 - b\,x_0 = x_0^2 - 4a x_0 + 2a^2$$

$$x_0\,(4a - a - b) = 2a^2 \Rightarrow \boxed{x_0 = \frac{2a^2}{3a - b}}$$

Duas partículas idênticas, de mesma massa m, são projetadas de uma origem O comum, num plano vertical, com velocidades iniciais de mesmo módulo v_0 e ângulos de lançamento respectivamente α e β em relação à horizontal. Considere T_1 e T_2 os respectivos tempos de alcance do ponto mais alto de cada trajetória e t_1 e t_2 os respectivos tempos para as partículas alcançar um ponto comum de ambas as trajetórias. Assinale a opção com o valor da expressão $t_1T_1 + t_2T_2$.

a) $2v_0^2\,(\mathrm{tg}\,\alpha + \mathrm{tg}\,\beta)/g^2$

b) $2v_0^2\,/g^2$

c) $4v_0^2\,\mathrm{sen}\,\alpha/g^2$

d) $4v_0^2\,\mathrm{sen}\,\beta/g^2$

e) $2v_0^2\,(\mathrm{sen}\,\alpha + \mathrm{sen}\,\beta)/g^2$

Resolução

O tempo de subida é dado por: $T = \dfrac{V_{0y}}{g}$

$$T_1 = \frac{V_0\,\mathrm{sen}\,\alpha}{g} \quad \text{e} \quad T_2 = \frac{V_0\,\mathrm{sen}\,\beta}{g}$$

O ponto comum terá coordenadas x e y dadas por:

$$x = (V_0 \cos\alpha)t_1 = (V_0 \cos\beta)t_2 \Rightarrow \boxed{t_2 = \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\,.\,t_1} \quad (1)$$

$$y = (V_0\,\mathrm{sen}\,\alpha)t_1 - \frac{g}{2}\,t_1^2 = (V_0\,\mathrm{sen}\,\beta)t_2 - \frac{g}{2}\,t_2^2 \quad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2):

$$(V_0\,\mathrm{sen}\,\alpha)t_1 - \frac{g}{2}\,t_1^2 = V_0\,\mathrm{sen}\,\beta\,.\,\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\,.\,t_1 - \frac{g}{2}\,\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta}\,t_1^2$$

$$V_0\,\mathrm{sen}\,\alpha - \frac{g}{2}\,t_1 = V_0\,\frac{\mathrm{sen}\,\beta\cos\alpha}{\cos\beta} - \frac{g}{2}\,\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta}\,.\,t_1$$

$$\frac{g}{2}\,t_1\left(\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta} - 1\right) = V_0\left(\frac{\mathrm{sen}\,\beta\cos\alpha}{\cos\beta} - \mathrm{sen}\,\alpha\right)$$

$$\frac{gt_1}{2}\left(\frac{\cos^2\alpha - \cos^2\beta}{\cos^2\beta}\right) = V_0\,\frac{(\mathrm{sen}\,\beta\cos\alpha - \mathrm{sen}\,\alpha\cos\beta}{\cos\beta}$$

$$t_1 = \frac{2V_0}{g}\,\frac{\cos\beta}{\cos^2\alpha - \cos^2\beta}\,\mathrm{sen}\,(\beta - \alpha)$$

O produto T_1t_1 é dado por:

$$T_1t_1 = \frac{2V_0}{g}\,\frac{\cos\beta}{\cos^2\alpha - \cos^2\beta}\,\mathrm{sen}\,(\beta - \alpha)\,\frac{V_0\,\mathrm{sen}\,\alpha}{g}$$

$$T_1t_1 = \frac{2V_0^2}{g^2}\,\frac{\mathrm{sen}(\beta - \alpha)\,.\,\mathrm{sen}\,\alpha\,.\,\cos\beta}{\cos^2\alpha - \cos^2\beta}$$

$$T_1t_1 = \frac{2V_0^2}{g^2} \quad \frac{\text{sen}(\alpha - \beta)\ .\ \text{sen}\ \alpha\ .\ \cos\beta}{\cos^2\beta - \cos^2\alpha}$$

Analogamente:

$$T_2t_2 = \frac{2V_0^2}{g^2} \quad \frac{\text{sen}(\alpha - \beta)\ .\ \cos\alpha\ .\ \text{sen}\ \beta}{\cos^2\beta - \cos^2\alpha}$$

$$y = T_1t_1 + T_2t_2 = \frac{2V_0^2}{g^2} \quad \frac{\text{sen}(\alpha - \beta)}{\cos^2\beta - \cos^2\alpha} \ (\cos\alpha\ \text{sen}\ \beta + \text{sen}\ \alpha \cos\beta)$$

$$y = \frac{2V_0^2}{g^2} \quad \frac{\text{sen}(\alpha - \beta)}{\cos^2\beta - \cos^2\alpha} \ .\ \text{sen}(\alpha + \beta)$$

$$y = \frac{2V_0^2}{g^2} \ .\ \left(\frac{\text{sen}^2\alpha \cos^2\beta - \text{sen}^2\beta \cos^2\alpha}{\cos^2\beta - \cos^2\alpha} \right)$$

$$y = \frac{2V_0^2}{g^2} \ .\ \frac{(1 - \cos^2\alpha)\cos^2\beta - (1 - \cos^2\beta)\cos^2\alpha}{\cos^2\beta - \cos^2\alpha}$$

$$y = \frac{2V_0^2}{g^2} \ .\ \frac{(\cos^2\beta - \cos^2\alpha\ .\ \cos^2\beta - \cos^2\alpha + \cos^2\beta\cos^2\alpha)}{\cos^2\beta - \cos^2\alpha}$$

$$\boxed{y = \frac{2V_0^2}{g^2}}$$

Um exercício sobre a dinâmica da partícula tem seu início assim enunciado: *Uma partícula está se movendo com uma aceleração cujo módulo é dado por* $\mu\,(r + a^3/r^2)$, *sendo r a distância entre a origem e a partícula. Considere que a partícula foi lançada a partir de uma distância a com uma velocidade inicial* $2\sqrt{\mu a}$. Existe algum erro conceitual nesse enunciado? Por que razão?

a) Não, porque a expressão para a velocidade é consistente com a da aceleração;

b) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a^2\sqrt{\mu}$;

c) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a^2\sqrt{\mu/r}$;

d) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2\sqrt{a^2\mu/r}$;

e) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a\sqrt{\mu}$.

Resolução

De acordo com o texto, *r* e *a* têm dimensão de comprimento:

$$[r] = [a] = L$$

Sendo $\gamma = \mu\left(r + \dfrac{a^3}{r^2}\right)$, **vem:**

$$L\,T^{-2} = [\mu]\,L \Rightarrow \boxed{[\mu] = T^{-2}}$$

A velocidade será uma expressão do tipo:

$$v = 2\,\mu^x\,a^y$$

$$L\,T^{-1} = (T^{-2})^x \,.\, L^y$$

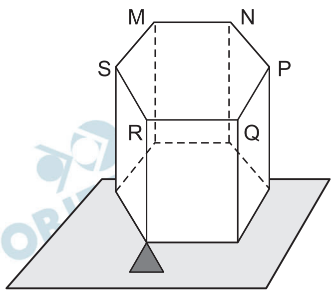
$$LT^{-1} = L^y\,T^{-2x}$$

$$\boxed{y = 1}$$

$$-2x = -1 \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}}$$

Portanto: $v = 2\,\mu^{\frac{1}{2}}\,a^1$

$$\boxed{v = 2a\sqrt{\mu}}$$



Um prisma regular hexagonal homogêneo com peso de 15 N e aresta da base de 2,0 m é mantido de pé graças ao apoio de um dos seus vértices da base inferior (ver figura) e à ação de uma força vertical de suspensão de 10 N (não mostrada).

Nessas condições, o ponto de aplicação da força na base superior do prisma encontra-se

a) sobre o segmento $\overline{RM}$ a 2,0 m de R.

b) sobre o segmento $\overline{RN}$ a 4,0 m de R.

c) sobre o segmento $\overline{RN}$ a 3,0 m de R.

d) sobre o segmento $\overline{RN}$ a 2,0 m de R.

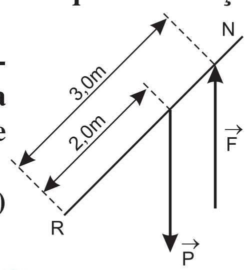
e) sobre o segmento $\overline{RP}$ a 2,5 m de R.

Resolução

Para o equilíbrio, o somatório dos torques em relação ao ponto de apoio deve ser nulo.

O peso terá um braço equivalente ao raio da circunferência circunscrita ao hexágono e que coincide com o seu lado: 2,0m.

Torque (peso) = Torque (força F)



$\mathbf{P \cdot d_P = F \cdot d_F}$

$\mathbf{15 \cdot 2{,}0 = 10 \cdot d_F}$

$\boxed{\mathbf{d_F = 3{,}0m}}$

Um relógio tem um pêndulo de 35 cm de comprimento. Para regular seu funcionamento, ele possui uma porca de ajuste que encurta o comprimento do pêndulo de 1 mm a cada rotação completa à direita e alonga este comprimento de 1 mm a cada rotação completa à esquerda. Se o relógio atrasa um minuto por dia, indique o número aproximado de rotações da porca e sua direção necessários para que ele funcione corretamente.

a) 1 rotação à esquerda
b) 1/2 rotação à esquerda
c) 1/2 rotação à direita
d) 1 rotação à direita
e) 1 e 1/2 rotações à direita.

Resolução

Vamos admitir que o período T do pêndulo seja dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Como o relógio está atrasando, o seu período é maior do que deveria ser e, portanto, o seu comprimento L deve ser reduzido e o ajuste da porca deve ser para a *direita*.

Para um dia, temos 1440min e o pêndulo registra um tempo de 1439min.

$$\Delta t = n_E T_E = n_C T_C$$

$$1439\ T_E = 1440 T_C$$

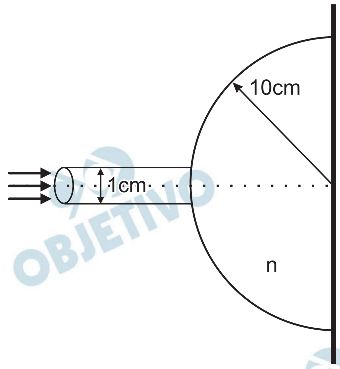
$$1439\ .\ 2\pi\sqrt{\frac{L_E}{g}} = 1440\ 2\pi\sqrt{\frac{L_C}{g}}$$

$$\frac{L_C}{L_E} = \left(\frac{1439}{1440}\right)^2$$

$$\frac{L_C}{35cm} = 0{,}9986 \Rightarrow L_C = 34{,}95cm$$

$$\Delta L = L_C - L_E = -0{,}05cm = -0{,}5mm$$

Uma redução de comprimento de 0,5mm equivale a $\frac{1}{2}$ rotação à direita.



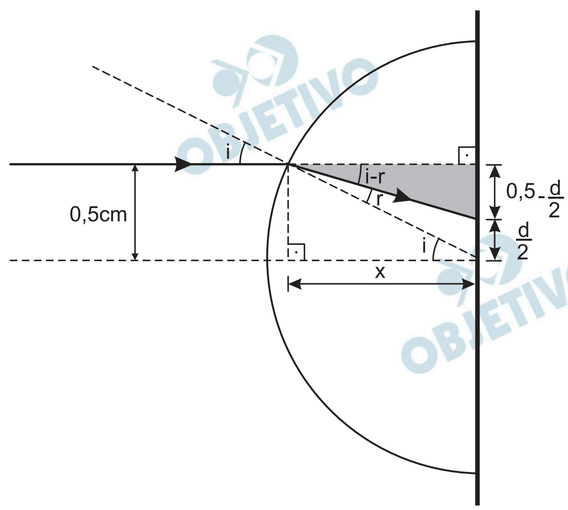
Um hemisfério de vidro maciço de raio de 10 cm e índice de refração n = 3/2 tem sua face plana apoiada sobre uma parede, como ilustra a figura. Um feixe colimado de luz de 1 cm de diâmetro incide sobre a face esférica, centrado na direção do eixo de simetria do hemisfério. Valendo-se das aproximações de ângulos pequenos, sen θ ≈ θ e tg θ ≈ θ, o diâmetro do círculo de luz que se forma sobre a superfície da parede é de

a) 1 cm. b) $\frac{2}{3}$ cm. c) $\frac{1}{2}$ cm.

d) $\frac{1}{3}$ cm. e) $\frac{1}{10}$ cm.

Resolução

No esquema a seguir, representa-se, fora de escala, a trajetória do raio luminoso limítrofe da parte superior do feixe em sua refração do ar ($n_{ar} = 1$) para o interior do hemisfério. O comprimento d representa o diâmetro do círculo de luz que se forma sobre a superfície da parede.



I) $$\text{sen } i = \frac{0,5}{10}$$

$$\text{sen } i = \frac{1}{20} \Rightarrow \boxed{i \cong \frac{1}{20}}$$

II) $$\text{sen}^2 i + \cos^2 i = 1$$

$$\left(\frac{1}{20}\right)^2 + \cos^2 i = 1$$

$$\cos^2 i = 1 - \frac{1}{400} \Rightarrow \boxed{\cos i = \frac{\sqrt{399}}{20}}$$

(III) $\cos i = \frac{x}{10} \Rightarrow \frac{\sqrt{399}}{20} = \frac{x}{10}$

$\boxed{x \cong 10 \text{ cm}}$

IV) Lei de Snell: $n_H \text{ sen } r = n_{ar} \text{ sen } i$

$$\frac{3}{2} \text{ sen } r = 1 \,.\, \frac{1}{20} \Rightarrow \text{sen } r = \frac{1}{30} \therefore \boxed{r \cong \frac{1}{30}}$$

V) No triângulo retângulo hachurado:

$$\text{tg}\,(i - r) = \frac{0{,}5 - \frac{d}{2}}{x} \Rightarrow i - r \cong \frac{0{,}5 - \frac{d}{2}}{x}$$

$$\frac{1}{20} - \frac{1}{30} = \frac{0{,}5 - \frac{d}{2}}{10}$$

$$\frac{3-2}{6} = \frac{1}{2} - \frac{d}{2} \Rightarrow \frac{d}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{d}{2} = \frac{3-1}{6} \Rightarrow \boxed{d = \frac{2}{3} \text{ cm}}$$

13 B

A inversão temporal de qual dos processos abaixo NÃO violaria a segunda lei de termodinâmica?

a) A queda de um objeto de uma altura H e subsequente parada no chão

b) O movimento de um satélite ao redor da Terra

c) A freiada brusca de um carro em alta velocidade

d) O esfriamento de um objeto quente num banho de água fria

e) A troca de matéria entre as duas estrelas de um sistema binário

Resolução

Entre os processos apresentados na questão, o único que ocorre sem dissipação de energia é o movimento de um satélite ao redor da Terra. Observemos que o movimento do satélite é mantido por uma força do tipo centrípeta, que não dissipa energia (não realiza trabalho).

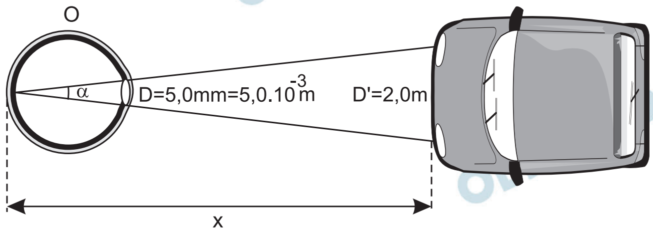
Assim, o processo em um sentido ou no sentido contrário não precisa do aporte de uma energia extra, não violando a segunda lei da termodinâmica.

Fontes distantes de luz separadas por um ângulo α numa abertura de diâmetro D podem ser distinguidas quando $\alpha > 1{,}22\lambda / D$, em que λ é o comprimento de onda da luz. Usando o valor de 5 mm para o diâmetro das suas pupilas, a que distância máxima aproximada de um carro você deveria estar para ainda poder distinguir seus faróis acesos? Considere uma separação entre os faróis de 2 m.

a) 100 m b) 500 m c) 1 km
d) 10 km e) 100 km

Resolução

A figura abaixo (fora de escala) representa a vista superior do globo ocular O, ao receber os feixes de luz, provenientes dos faróis, no limite de sua visão distinta.



Do enunciado, temos que $\alpha > \dfrac{1{,}22\lambda}{D}$. **Mas, como** $\lambda = 570\text{nm}$ **(comprimento de onda médio da luz, fornecido no cabeçalho da prova) é um valor muito pequeno, o ângulo** α **também é muito pequeno e, dessa forma, podemos utilizar a aproximação:**

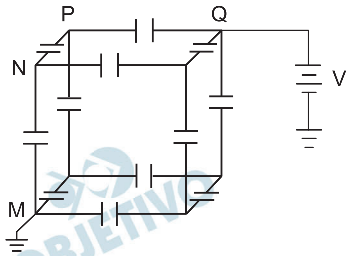
$$\text{tg}\,\alpha \cong \alpha > \frac{1{,}22\lambda}{D}$$

$$\frac{2{,}0}{x} > \frac{1{,}22 \cdot 570 \cdot 10^{-9}}{5{,}0 \cdot 10^{-3}}$$

$$x < \frac{2{,}0 \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-3}}{1{,}22 \cdot 570 \cdot 10^{-9}} \text{ (m)}$$

$$x < 14\,380\text{m} \quad (\cong 14\text{km})$$

Entre as alternativas, a distância de 10km é a maior possível dentro do limite acima estabelecido.



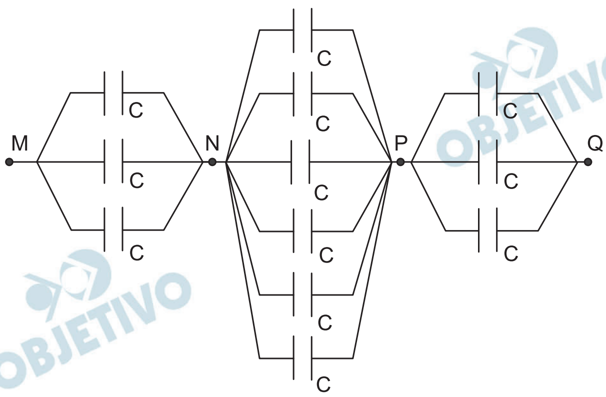
Uma diferença de potencial eletrostático V é estabelecida entre os pontos M e Q da rede cúbica de capacitores idênticos mostrada na figura. A diferença de potencial entre os pontos N e P é

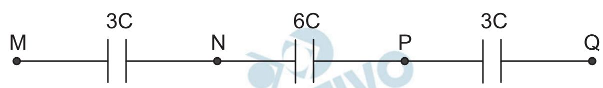
a) V/2. b) V/3. c) V/4.

d) V/5. e) V/6.

Resolução

A simetria do circuito proposto permite-nos redesenhá-lo como se segue:





$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{3C} + \frac{1}{6C} + \frac{1}{3C}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{2+1+2}{6C} \Rightarrow \boxed{C_{eq} = \frac{6C}{5}}$$

Cálculo da quantidade de carga elétrica total no circuito:

$$Q_{total} = C_{eq} \cdot U_{total}$$

$$Q_{total} = \frac{6C}{5} \cdot V$$

Na associação em série, a quantidade de carga é a mesma para todos os capacitores participantes dessa associação, assim:

$$Q_{total} = Q_{NP}$$

$$\frac{6C}{5} \cdot V = C_{NP} \cdot U_{NP}$$

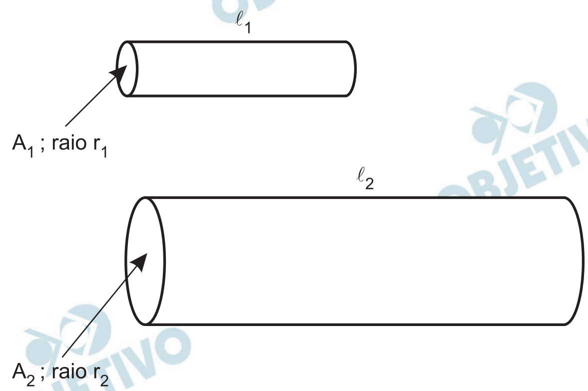
$$\frac{6C}{5} \cdot V = 6C \cdot U_{NP}$$

$$\boxed{U_{NP} = \frac{V}{5}}$$

Um fio condutor é derretido quando o calor gerado pela corrente que passa por ele se mantém maior que o calor perdido pela superfície do fio (desprezando a condução de calor pelos contatos). Dado que uma corrente de 1 A é a mínima necessária para derreter um fio de seção transversal circular de 1 mm de raio e 1 cm de comprimento, determine a corrente mínima necessária para derreter um outro fio da mesma substância com seção transversal circular de 4 mm de raio e 4 cm de comprimento.

a) 1/8 A b) 1/4 A c) 1A
d) 4A e) 8A

Resolução



$$\left.\begin{array}{l} A_1 = \pi \,.\, r_1^2 = \pi \,.\, 1^2 cm^2 \\ A_2 = \pi \,.\, r_2^2 = \pi \,.\, 4^2 cm^2 \end{array}\right\} A_2 = 16\,A_1$$

$$\left.\begin{array}{l} \ell_2 = 4cm \\ \ell_1 = 1cm \end{array}\right\} \ell_2 = 4\,\ell_1$$

2ª Lei de Ohm:

$$R_1 = \frac{\rho \ell_1}{A_1} \qquad R_2 = \frac{\rho \ell_2}{A_2}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho \dfrac{4\ell_1}{16A_1}}{\rho \dfrac{\ell_1}{A_1}} = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{R_1 = 4R_2} \quad (1)$$

Relação entre as áreas laterais dos fios:

$S_1 = 2\pi r_1 \,.\, \ell_1 = 2\pi \,.\, 1 \,.\, 1 = 2\pi \text{ cm}^2$

$S_2 = 2\pi r_2 \,.\, \ell_2 = 2\pi \,.\, 4 \,.\, 4 = 32\pi \text{ cm}^2$

$$\boxed{S_2 = 16S_1} \quad (2)$$

A quantidade de calor perdida pela superfície lateral do fio 2 deve ser 16 vezes maior do que aquela que é perdida pela superfície do fio 1.

$Q_2 = 16\ Q_1$

$P_2 \ .\ \Delta t = 16\ P_1 \ .\ \Delta t$

$P_2 = 16\ P_1$

$R_2 \ .\ i_2^2 = 16 \ .\ R_1 \ .\ i_1^2 \quad (3)$

Substituindo-se (1) em (3):

$R_2 \ .\ i_2^2 = 16 \ .\ 4 \ .\ R_2\ i_1^2$

Sendo $i_1 = 1A$, vem:

$i_2^2 = 16 \ .\ 4 \ .\ 1$

$i^2 = \sqrt{16 \ .\ 4} \ \ (A)$

$\boxed{i_2 = 8A}$

Prótons (carga e e massa m_p), deuterons (carga e e massa $m_d = 2m_p$) e partículas alfas (carga $2e$ e massa $m_a = 4m_p$) entram em um campo magnético uniforme $\vec{B}$ perpendicular a suas velocidades, onde se movimentam em órbitas circulares de períodos T_p, T_d e T_a, respectivamente. Pode-se afirmar que as razões dos períodos T_d/T_p e T_a/T_p são, respectivamente,

a) 1 e 1. b) 1 e $\sqrt{2}$. c) $\sqrt{2}$ e 2.

d) 2 e $\sqrt{2}$. e) 2 e 2.

Resolução

Na situação proposta, a força magnética irá atuar como força centrípeta, assim:

$$F_{mag} = F_{cp}$$

$$|q|\, v\, B \text{ sen } \theta = \frac{m\, v^2}{R}$$

$$|q|\, v\, B \text{ sen } 90^\circ = \frac{m\, v^2}{R}$$

$$R = \frac{m\, v}{|q|\, B}$$

O período das órbitas circulares pode ser dado por:

$$v = \frac{2\, \pi\, R}{T}$$

$$v = \frac{2\pi \dfrac{m\, v}{|q|\, B}}{T}$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi\, m}{|q|\, B}}$$

Para o próton, temos:

$$T_p = \frac{2\, \pi\, m_p}{e\ \ B}$$

Para o dêuteron, temos:

$$T_d = \frac{2\, \pi\, 2m_p}{e\ \ B}$$

Para a partícula alfa, temos:

$$T_a = \frac{2\, \pi\, 4m_p}{2\, e\, B}$$

Assim:

$$\frac{T_d}{T_p} = \frac{\dfrac{2\pi\, 2m_p}{e\ \ B}}{\dfrac{2\pi\, m_p}{e\, B}} \Rightarrow \boxed{\frac{T_d}{T_p} = 2}$$

$$\frac{T_a}{T_p} = \frac{\dfrac{2\pi\, 4m_p}{2\, e\, B}}{\dfrac{2\pi\, m_p}{e\, B}} \Rightarrow \boxed{\frac{T_a}{T_p} = 2}$$

18 B

Uma bobina de 100 espiras, com seção transversal de área de 400 cm^2 e resistência de 20Ω, está alinhada com seu plano perpendicular ao campo magnético da Terra, de $7,0 \times 10^{-4}$ T na linha do Equador. Quanta carga flui pela bobina enquanto ela é virada de 180° em relação ao campo magnético?

a) $1,4 \times 10^{-4}$ C b) $2,8 \times 10^{-4}$ C

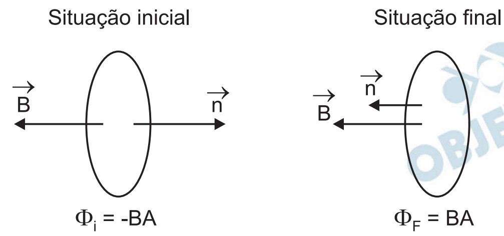
c) $1,4 \times 10^{-2}$ C d) $2,8 \times 10^{-2}$ C

e) 1,4 C

Resolução

O fluxo magnético para uma espira é dado por:

$$\Phi = BA \cos \alpha$$



A variação do fluxo magnético, na situação proposta, será dada por:

$$\Delta\Phi = BA - (-BA)$$

$$\Delta\Phi = 2BA$$

Para n espiras, vem:

$$\boxed{\Delta\Phi = n\,2BA} \quad (I)$$

O valor da fem induzida E pode ser calculado, em módulo, por:

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Mas $E = R\,i$

então $Ri = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

$$R \cdot \frac{Q}{\Delta t} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

portanto, $Q = \dfrac{\Delta\Phi}{R}$ **(II)**

Substituindo I em II, vem:

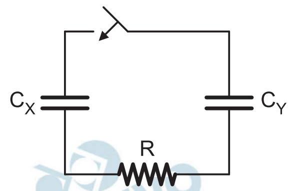
$$Q = \frac{n2BA}{R}$$

Para $n = 100$, $B = 7,0 \cdot 10^{-4}$ T, $A = 400 \cdot 10^{-4} m^2$ **e** $R = 20\Omega$**, temos:**

$$Q = \frac{100 \cdot 2 \cdot 7{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 400 \cdot 10^{-4}}{20} \ (C)$$

$$\boxed{Q = 2{,}8 \cdot 10^{-4}C}$$

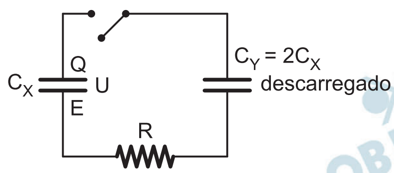
19 Ⓒ



No circuito ideal da figura, inicialmente aberto, o capacitor de capacitância C_X encontra-se carregado e armazena uma energia potencial elétrica E. O capacitor de capacitância $C_Y = 2C_X$ está inicialmente descarregado. Após fechar o circuito e este alcançar um novo equilíbrio, pode-se afirmar que a soma das energias armazenadas nos capacitores é igual a

a) 0. b) E /9. c) E/3.
d) 4E/9. e) E.

Resolução



Sendo E a energia potencial elétrica armazenada pelo capacitor de capacitância C_x, temos:

$$E = \frac{Q \cdot U}{2}$$

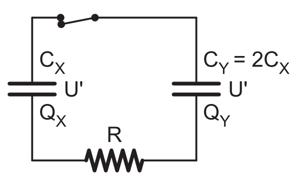
Sendo $Q = C_x \cdot U$, vem: $E = \dfrac{Q^2}{2\,C_x}$ (1)

Fechando-se o circuito, a carga Q se divide entre os capacitores:

$$Q_x + Q_y = Q$$

$$C_x\, U' + 2C_x U' = Q$$

$$U' = \frac{Q}{3C_x}$$



Energia potencial elétrica armazenada por C_x:

$$E_x = \frac{C_x \cdot (U')^2}{2} \Rightarrow E_x = \frac{C_x \cdot (Q/3C_x)^2}{2}$$

$$E_x = \frac{Q^2}{18C_x} \quad (2)$$

De (1) e (2): $E_x = \dfrac{E}{9}$

Energia potencial elétrica armazenada por C_y:

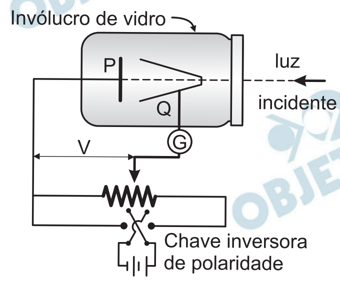
$$E_y = \frac{2\,C_x\,.\,(U')^2}{2} \Rightarrow E_y = 2E_x \Rightarrow E_y = \frac{2E}{9}$$

Soma das energias armazenadas pelos capacitores:

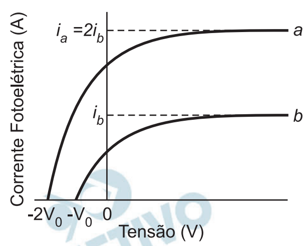
$$E_x + E_y = \frac{E}{9} + \frac{2E}{9} = \frac{E}{3}$$

20 C

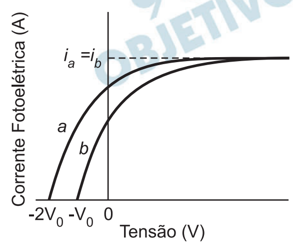
O aparato para estudar o efeito fotoelétrico mostrado na figura consiste de um invólucro de vidro que encerra o aparelho em um ambiente no qual se faz vácuo. Através de uma janela de quartzo, luz monocromática incide sobre a placa de metal P e libera elétrons. Os elétrons são então detectados sob a forma de uma corrente, devido à diferença de potencial V estabelecida entre P e Q. Considerando duas situações distintas a e b, nas quais a intensidade da luz incidente em a é o dobro do caso b, assinale qual dos gráficos abaixo representa corretamente a corrente fotoelétrica em função da diferença de potencial.



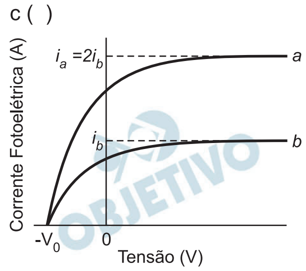
a ( )



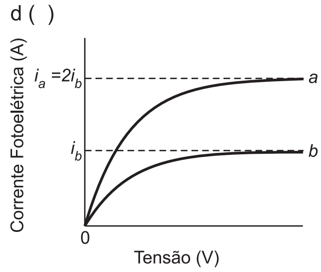
b ( )



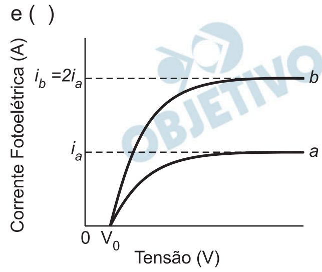
c ( )



d ( )



e ( )



Resolução

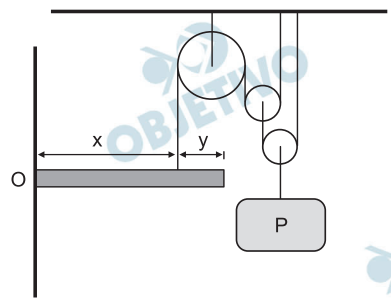
O potencial limite V_0 é independente da intensidade da luz, mas as correntes de saturação i_a e i_b são diretamente proporcionais a ela.

A diferença de potencial aplicada V é dita positiva quando o coletor Q, na figura do enunciado, está a um potencial maior que o da superfície fotoelétrica. Na curva b, da alternativa c, a intensidade da luz incidente foi reduzida à metade daquela sob a qual se obteve a curva a.

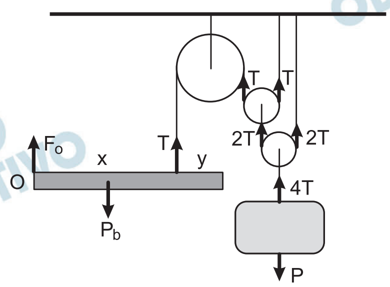
As questões dissertativas, numeradas de **21** a **30**, devem ser resolvidas no caderno de soluções

21

Uma barra homogênea, articulada no pino O, é mantida na posição horizontal por um fio fixado a uma distância x de O. Como mostra a figura, o fio passa por um conjunto de três polias que também sustentam um bloco de peso P. Desprezando efeitos de atrito e o peso das polias, determine a força de ação do pino O sobre a barra.



Resolução



1) **Para o equilíbrio do bloco:** $4T = P \Rightarrow T = \dfrac{P}{4}$

2) **Para o equilíbrio da barra, o somatório dos torques em relação ao ponto O deve ser nulo:**

$$P_b\left(\frac{x+y}{2}\right) = \frac{P}{4}\,.\,x$$

$$\boxed{P_b = \frac{P}{2}\,.\,\frac{x}{(x+y)}}$$

3) **Para o equilíbrio da barra, a força resultante deve ser nula.**

$$F_o + T = P_b$$

$$F_o + \frac{P}{4} = \frac{P}{2}\;\frac{x}{(x+y)}$$

$$F_o = \frac{Px}{2\,(x+y)} - \frac{P}{4} = \frac{P\,(2x - x - y)}{4\,(x+y)}$$

Resposta: $\boxed{F_o = \dfrac{P\,(x-y)}{4\,(x+y)}}$

22

Um objeto de massa m é projetado no ar a 45° do chão horizontal com uma velocidade v. No ápice de sua trajetória, este objeto é interceptado por um segundo objeto, de massa M e velocidade V, que havia sido projetado verticalmente do chão. Considerando que os dois objetos "se colam" e desprezando qualquer tipo de resistência aos movimentos, determine a distância d do ponto de queda dos objetos em relação ao ponto de lançamento do segundo objeto.

Resolução

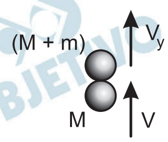
1) **Cálculo da altura máxima atingida pelo objeto de massa m:**

$$V_y^2 = V_{0y}^2 + 2\gamma_y \Delta s_y$$

$$0 = \left(v\,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 2\,(-g)\,H$$

$$\boxed{H = \frac{v^2}{4g}}$$

2) **Conservação da quantidade de movimento na direção vertical:**



$$(M + m)\,V_y = MV$$

$$\boxed{V_y = \left(\frac{M}{M + m}\right) V}$$

3) **Cálculo do tempo gasto pelos objetos colados para chegarem ao solo:**

$$h = H + V_y t + \frac{\gamma_y}{2}\,t^2$$

$$0 = \frac{v^2}{4g} + \left(\frac{M}{M + m}\right) Vt - \frac{g}{2}\,t^2$$

$$\frac{g}{2}\,t^2 - \left(\frac{M}{M + m}\right) Vt - \frac{v^2}{4g} = 0$$

$$T = \frac{\dfrac{MV}{M + m} \pm \sqrt{\dfrac{M^2V^2}{(M + m)^2} + 4 \cdot \dfrac{g}{2} \cdot \dfrac{v^2}{4g}}}{g}$$

$$\boxed{T = \frac{\dfrac{MV}{M + m} + \sqrt{\dfrac{M^2V^2}{(M + m)^2} + \dfrac{v^2}{2}}}{g}}$$

4) **Conservação da quantidade de movimento na direção horizontal:**

$$(M + m)\,V_x = m\,V_{0x}$$

$$(M + m)\ V_x = mv\ \frac{\sqrt{2}}{2}$$

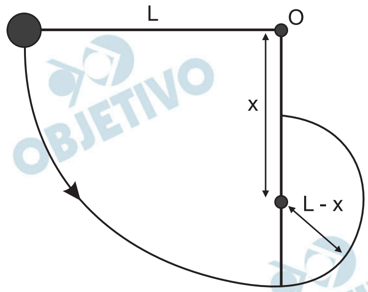
$$\boxed{V_x = \frac{m\ v\ \sqrt{2}}{2\ (M + m)}}$$

5) **A distância horizontal percorrida D é dada por:**
$D = V_x \ . \ T$

Resposta:

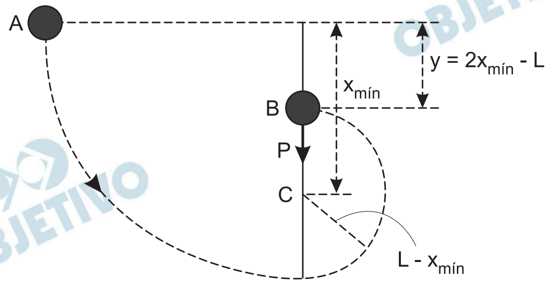
$$\boxed{D = \frac{m\ v\ \sqrt{2}}{2g\ (M + m)} \left(\frac{M\ V}{M + m} + \sqrt{\frac{M^2V^2}{(M + m)^2} + \frac{v^2}{2}} \right)}$$

Um pêndulo, composto de uma massa M fixada na extremidade de um fio inextensível de comprimento L, é solto de uma posição horizontal.



Em dado momento do movimento circular, o fio é interceptado por uma barra metálica de diâmetro desprezível, que se encontra a uma distância x na vertical abaixo do ponto O. Em consequência, a massa M passa a se movimentar num círculo de raio L – x, conforme mostra a figura. Determine a faixa de valores de x para os quais a massa do pêndulo alcance o ponto mais alto deste novo círculo.

Resolução



1) A condição limite para completar a circunferência ($x = x_{mín}$) é que, no ponto mais alto da trajetória, a força de tração no fio se anule e o peso faça o papel de resultante centrípeta:

$$P = F_{cp}$$

$$mg = \frac{m\,V_B^2}{L - x_{mín}}$$

$$\boxed{V_B^2 = g\,(L - x_{mín})}$$

2) Conservação da energia mecânica entre os pontos A e B:

$$\boxed{E_B = E_A}$$

(referência em B)

$$\frac{m\,V_B^2}{2} = m\,g\,(2x_{mín} - L)$$

$$\frac{g\,(L - x_{mín})}{2} = g\,(2x_{mín} - L)$$

$$L - x_{mín} = 2\,(2x_{mín} - L)$$

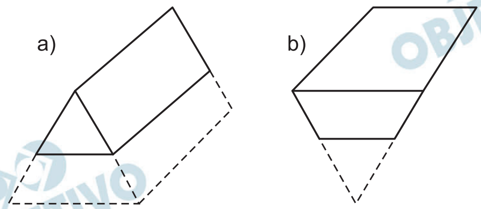
$$L - x_{mín} = 4x_{mín} - 2L$$

$$5x_{mín} = 3L$$

$$\boxed{x_{mín} = \frac{3L}{5}}$$

Como *x* deve ser menor que L, a faixa de variação de *x* é dada por:

$$\boxed{\frac{3L}{5} \leq x < L}$$ **(Resposta)**

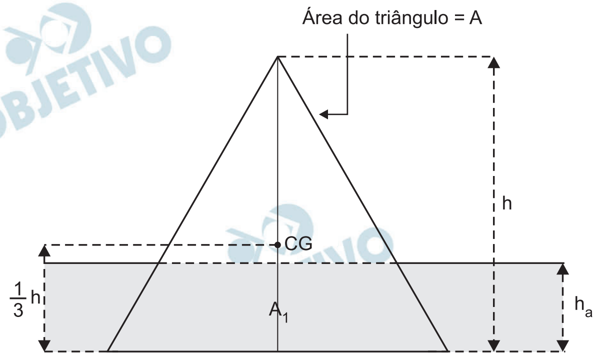


Um bloco, com distribuição homogêna de massa, tem o formato de um prisma regular cuja seção transversal é um triângulo equilátero. Tendo 0,5 g/cm^3 de densidade, tal bloco poderá flutuar na água em qualquer das posições mostradas na figura. Qual das duas posições será a mais estável? Justifique sua resposta. Lembrar que o baricentro do triângulo encontra-se a 2/3 da distância entre um vértice e seu lado oposto.

Resolução

A posição mais estável corresponde à de energia potencial de gravidade mínima, isto é, o centro de gravidade do prisma fica mais abaixo, tomando-se como referência o nível da água.

1) Posição a:



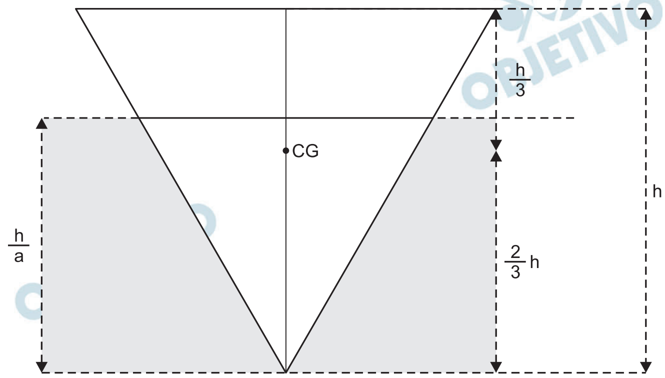
$$\left(\frac{h - h_a}{h}\right)^2 = \frac{A_1}{A} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{h - h_a}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow h\sqrt{2} - h_a\sqrt{2} = h$$

$$h_a\sqrt{2} = h(\sqrt{2} - 1) \Rightarrow h_a = \frac{h(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2}} \cong 0{,}29h$$

Como $h_a < \dfrac{h}{3}$, o centro de gravidade está acima da linha de água.

2) Posição b:



$$\left(\frac{h_a}{h}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$h_a = \frac{\sqrt{2}}{2}\,h$$

Como $h_a > \dfrac{2}{3}$ h, o centro de gravidade fica abaixo da linha de água.

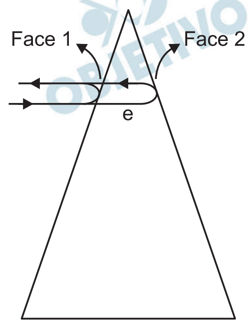
Portanto, o CG na posição b está abaixo do CG na posição a e, por isso

Resposta: ***A posição b é a mais estável.***

Um filme fino de sabão é sustentado verticalmente no ar por uma argola. A parte superior do filme aparece escura quando é observada por meio de luz branca refletida. Abaixo da parte escura aparecem bandas coloridas. A primeira banda tem cor vermelha ou azul? Justifique sua resposta.

Resolução

Sob ação da gravidade, a água do filme flui para a parte inferior, que é sempre mais grossa que a superior, como mostra a figura abaixo.



Ocorrem duas reflexões, uma com inversão de fase na face externa 1 e outra sem inversão de fase na face interna 2, e, em seguida, pode ocorrer interferência entre os raios refletidos.

A relação entre a espessura *e* com o número inteiro n de comprimentos de onda λ define essa possibilidade de ocorrer as interferências construtivas e destrutivas:

$$e = n\,\lambda$$

Por essa expressão, a espessura e o comprimento de onda são proporcionais, logo, para a menor espessura ocorre interferência para o menor comprimento de onda na parte superior do filme, que corresponde à cor azul.

26

O tubo mais curto de um orgão típico de tubos tem um comprimento de aproximadamente 7 cm. Qual é o harmônico mais alto na faixa audível, considerada como estando entre 20 Hz e 20.000 Hz, de um tubo deste comprimento aberto nas duas extremidades?

Resolução

1) O primeiro harmônico emitido pelo tubo de 7cm tem frequência fundamental dada por:

$$V = \lambda\, f_1$$

$$340 = 0{,}14\ .\ f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{340}{0{,}14}\ \text{Hz}$$

2) Os próximos harmônicos possuem frequências dadas por:

$$f_n = n\, f_1$$

$$f_n = n\,\frac{340}{0{,}14}\ \text{Hz}$$

sendo *n* um inteiro, correspondendo à ordem do harmônico emitido.

Como a máxima frequência a ser emitida deve ser 20 000Hz, temos:

$$f_n < 20\,000\text{Hz}$$

$$n\,\frac{340}{0{,}14} < 20\,000$$

$$n < 8{,}23$$

$$n = 8$$

Assim:

$$f = 8\ .\ \frac{340}{0{,}14}\ \text{Hz}$$

$$\boxed{f \cong 19\,428\text{Hz}}$$

Resposta: 19428Hz

Uma bolha de gás metano com volume de 10 cm^3 é formado a 30 m de profundidade num lago. Suponha que o metano comporta-se como um gás ideal de calor específico molar $C_V = 3R$ e considere a pressão atmosférica igual a 10^5 N/m^2. Supondo que a bolha não troque calor com a água ao seu redor, determine seu volume quando ela atinge a superfície.

Resolução

1) **Pressão a 30m de profundidade:**

$$p_I = p_0 + \mu\, g\, H \text{ (Lei de Stevin)}$$

$$p_I = 1 \cdot 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 30 \text{ (SI)}$$

$$\boxed{p_I = 4 \cdot 10^5 N/m^2}$$

2) **Transformação adiabática:**

$$p_F V_F^{\gamma} = p_I V_I^{\gamma}$$

$$p_F V_F^{\frac{C_V + R}{C_V}} = p_I V_I^{\frac{C_V + R}{C_V}}$$

Sendo $C_V = 3R$, temos:

$$p_0 V_F^{4/3} = p_I V_I^{4/3}$$

Logo:

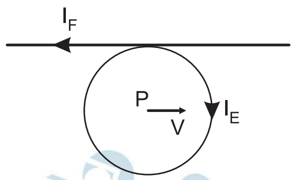
$$1 \cdot 10^5 \cdot V_F^{4/3} = 4 \cdot 10^5 \cdot (10)^{4/3}$$

$$\boxed{V_F = 10 \cdot (4)^{3/4} cm^3}$$

$$V_F = 10 \cdot \sqrt[4]{64}\, cm^3 = 10\sqrt{8}\, cm^3$$

$$\boxed{V_F = 20\sqrt{2}\, cm^3 \cong 28 cm^3}$$

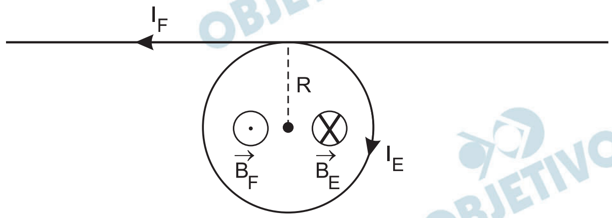
Resposta: $20\sqrt{2}\, cm^3 \cong 28cm^3$



Uma corrente I_E percorre uma espira circular de raio R enquanto uma corrente I_F percorre um fio muito longo, que tangencia a espira, estando ambos no mesmo plano, como mostra a figura. Determine a razão entre as correntes I_E/I_F para que uma carga Q com velocidade v paralela ao fio no momento que passa pelo centro P da espira não sofra aceleração nesse instante.

Resolução

Pela regra da mão direita, determinamos $\vec{B}_E$ e $\vec{B}_F$.

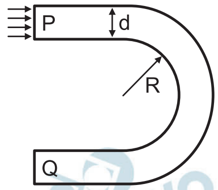


Para que a carga Q não sofra aceleração nesse instante (devido à ação de campos magnéticos), o campo magnético resultante nesse ponto deve ser nulo, assim:

$$\left|\vec{B}_F\right| = \left|\vec{B}_E\right|$$

$$\frac{\mu\, I_F}{2\pi R} = \frac{\mu\, I_E}{2R}$$

Resposta: $\boxed{\dfrac{I_E}{I_F} = \dfrac{1}{\pi}}$



Um tarugo de vidro de índice de refração n = 3/2 e seção transversal retangular é moldado na forma de uma ferradura, como ilustra a figura. Um feixe de luz incide perpendicularmente sobre a superfície plana P. Determine o valor mínimo da razão R/d para o qual toda a luz que penetra pela superfície P emerja do vidro pela superfície Q.

Resolução

A condição para que todos os raios luminosos que incidem perpendicularmente na face P sejam emergentes em Q é de que um raio de luz (1) interno e rasante na face S do tarugo incida sob um ângulo α maior do que o ângulo limite L para o dioptro vidro-ar no ponto A. O raio luminoso (2) refletido em A tangencia interiormente o tarugo no ponto B (ver figura). Do triângulo OAB, temos:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{R}{R+d} \quad (1)$$

Mas

$$\alpha > L \Rightarrow \text{sen}\,\alpha > \text{sen}\,L = \frac{n_{ar}}{n_{vidro}}$$

$$\text{sen}\,\alpha > \frac{1}{\frac{3}{2}}$$

$$\text{sen}\,\alpha > \frac{2}{3} \quad (2)$$

Substituindo a equação (1) na equação (2), temos:

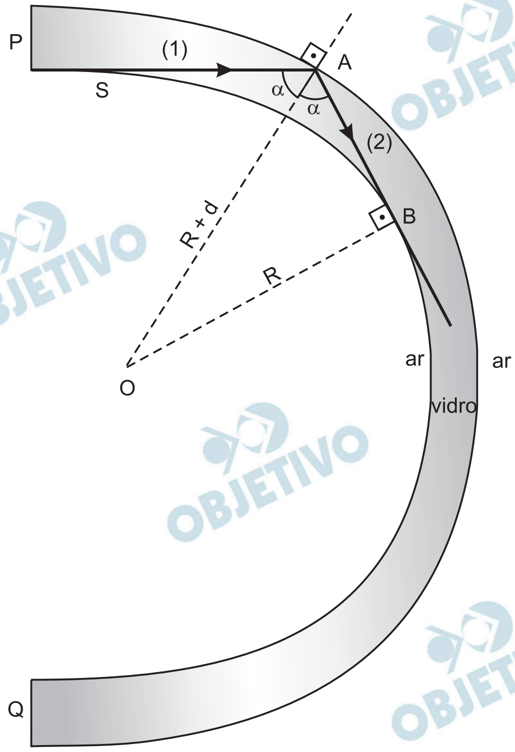
$$\frac{R}{R+d} > \frac{2}{3}$$

$$3R > 2R + 2d$$

$$R > 2d$$

$$\frac{R}{d} > 2$$

Resposta: $\boxed{\left(\frac{R}{d}\right)_{mín} \cong 2}$



P
(1)
S
A
α
α
(2)
B
R + d
R
O
ar
ar
vidro
Q

Obtenha uma expressão para as energias das órbitas do modelo de Bohr do átomo de Hidrogênio usando a condição de que o comprimento da circunferência de uma órbita do elétron ao redor do próton seja igual um número inteiro de comprimentos de onda de de Broglie do elétron.

Resolução

A energia da órbita (E) do modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio deve ser consistente com a expressão:

$$E = E_c + E_p$$

em que E_c é a energia cinética do elétron e E_p, sua energia potencial eletrostática.

A energia cinética E_c é calculada igualando-se a força elétrica ($F_{e\ell}$) de atração entre o elétron, de carga – e, e o próton (núcleo), de carga + e, com a força centrípeta (F_{cp}), num meio de constante eletrostática k.

$$F_{cp} = F_{e\ell}$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{k \cdot e \cdot e}{r^2}$$

$$mv^2 = \frac{k\,e^2}{r}$$

$$E_c = \frac{k\,e^2}{2r}$$

Para a energia potencial E_p, consideramos o potencial zero no infinito e sua expressão é: $E_p = -\dfrac{k\,e^2}{r}$

Assim, temos:

$$E = \frac{k\,e^2}{2r} + \left(-\frac{k\,e^2}{r}\right)$$

$$E = -\frac{k\,e^2}{2r} \quad (1)$$

De acordo com o enunciado, o comprimento da circunfência de uma órbita do elétron ao redor do próton é igual a um número inteiro n de comprimentos de onda λ de de Broglie do elétron.

$$2\pi\, r = n\lambda$$

$$r = \frac{n\lambda}{2\pi} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), vem:

$$E = -\frac{k \cdot e^2}{2\left(\frac{n\lambda}{2\pi}\right)}$$

$$\boxed{E = -\frac{\pi k e^2}{n\lambda}}$$

Outra expressão para a energia da órbita do modelo de Bohr do átomo de hidrogênio pode ser obtida como se segue:

$$2 \pi r = n \lambda$$

Mas o comprimento de onda de de Broglie é dado por:

$$\lambda = \frac{h}{Q} = \frac{h}{mv}$$

Assim, temos:

$$2\pi r = n \frac{h}{mv}$$

$$mvr = n \frac{h}{2\pi} \quad (1)$$

Mas $E_c = \dfrac{Q^2}{2m}$

$Q^2 = 2m E_c$ (2)

Das expressões (1) e (2), vem:

$$\left(\frac{n h}{2\pi r}\right)^2 = 2m E_c$$

$$E_c = \frac{n^2 h^2}{8\pi^2 r^2 m}$$

Observemos, na dedução anterior, que:

$E = -E_c$

$$\boxed{E = -\frac{n^2 h^2}{8\pi^2 r^2 m}}$$

Resposta: $E = -\dfrac{\pi k e^2}{n\lambda}$ ou $E = -\dfrac{n^2 h^2}{8\pi^2 r^2 m}$