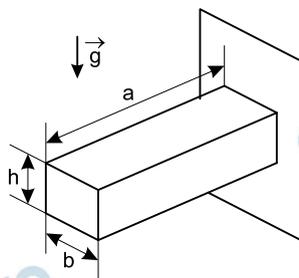


FÍSICA

Símbolos adotados nesta prova: g : módulo da gravidade na superfície da Terra. G : constante gravitacional universal. c : velocidade da luz no vácuo. \hbar : constante de Planck reduzida.

1 D

O módulo de Young de um material mede sua resistência a deformações causadas por esforços externos. Numa parede vertical, encontra-se engastado um sólido maciço de massa específica ρ e módulo de Young ϵ , em formato de paralelepípedo reto, cujas dimensões são indicadas na figura.



Com base nas correlações entre grandezas físicas, assinale a alternativa que melhor expressa a deflexão vertical sofrida pela extremidade livre do sólido pela ação do seu próprio peso.

- a) $3\rho g a b / (2\epsilon)$ b) $3\rho g b^2 / (2\epsilon)$ c) $3\epsilon b^2 h^2 / (2\rho g a^4)$
d) $3\rho g a^4 / (2\epsilon h^2)$ e) $3\rho g b h / (2\epsilon)$

Resolução

A deflexão vertical (flecha) f é dada pela relação:

$$f = \frac{q a^4}{8 \epsilon I} \text{ (Teoria da resistência de materiais)}$$

$$q = \frac{m g}{a} \text{ é a carga por unidade de comprimento}$$

ϵ = módulo de Young

$$I = \frac{b h^3}{12} \text{ (obtido de tabelas)}$$

$$m = \rho \cdot \text{vol} = \rho \cdot a b h$$

Assim:

$$f = \frac{\frac{g}{a} \cdot \rho \cdot a b h \cdot a^4}{8 \epsilon \frac{b h^3}{12}}$$

$$f = \frac{\rho g a^4}{2 \epsilon h^2/3}$$

$$f = \frac{3 \rho g a^4}{2 \epsilon h^2}$$

Observação: O aluno poderia responder a questão por eliminação pelo fato de a deflexão vertical não depender do parâmetro b .

Considere dois satélites artificiais S e T em torno da Terra. S descreve uma órbita elíptica com semieixo maior a , e T, uma órbita circular de raio a , com os respectivos vetores posição \vec{r}_S e \vec{r}_T com origem no centro da Terra. É correto afirmar que

- para o mesmo intervalo de tempo, a área varrida por \vec{r}_S é igual à varrida por \vec{r}_T .
- para o mesmo intervalo de tempo, a área varrida por \vec{r}_S é maior que a varrida por \vec{r}_T .
- o período de translação de S é igual ao de T.
- o período de translação de S é maior que o de T.
- se S e T têm a mesma massa, então a energia mecânica de S é maior que a de T.

Resolução

- 1) De acordo com a 3ª Lei de Kepler:

$$\frac{a^3}{T^2} = k \text{ (constante)}$$

a representa o semieixo maior no caso da órbita elíptica e também o raio da circunferência no caso da órbita circular.

Como o semieixo maior da elipse e o raio da circunferência são iguais, concluímos que os períodos de translação são iguais.

- A elipse, terá área menor que a circunferência e, como os períodos são iguais, a velocidade areolar de T é maior e, no mesmo intervalo de tempo, a área varrida pelo raio vetor \vec{r}_T será maior que a área varrida por \vec{r}_S .
- Para satélites de mesma massa quando o raio da trajetória circular é igual ao semieixo maior da órbita elíptica as energias mecânicas são iguais conforme se demonstra a seguir:

Para a órbita circular:

$$E_T = -E_{\text{cin}} = -\frac{GMm}{2a}$$

Para a órbita elíptica (satélite S):

$$\text{No periélio: } E_S = -\frac{GMm}{d} + \frac{m V_{\text{máx}}^2}{2} \quad (1)$$

$$\text{No afélio: } E_S = -\frac{GMm}{D} + \frac{m V_{\text{mín}}^2}{2} \quad (2)$$

$$\text{Em (1): } V_{\text{máx}}^2 = \left(E_S + \frac{GMm}{d} \right) \frac{2}{m}$$

$$\text{Em (2): } V_{\text{mín}}^2 = \left(E_S + \frac{GMm}{D} \right) \frac{2}{m}$$

$$\text{Sabe-se que: } V_{\text{máx}} \cdot d = V_{\text{mín}} D$$

$$V_{\max}^2 d^2 = V_{\min}^2 D^2$$

$$\left(E_S + \frac{GMm}{d}\right) \frac{2}{m} \cdot d^2 = \left(E_S + \frac{GMm}{D}\right) \frac{2}{m} \cdot D^2$$

$$E_S \cdot d^2 + GMm d = E_S D^2 + GMm D$$

$$E_S (d^2 - D^2) = GMm (D - d)$$

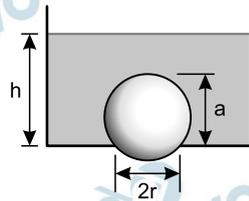
$$E_S (d - D) (d + D) = GMm (D - d)$$

$$E_S = - \frac{GMm}{D + d}$$

$$\text{Sendo } a = \frac{D + d}{2}, \text{ vem: } E_S = - \frac{GMm}{2a}$$

$$\text{Portanto: } E_T = E_S = - \frac{GMm}{2a}$$

Uma esfera de massa m tampa um buraco circular de raio r no fundo de um recipiente cheio de água de massa específica ρ . Baixando-se lentamente o nível da água, num dado momento a esfera se desprende do fundo do recipiente.

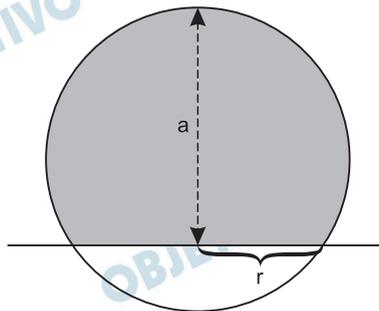


Assinale a alternativa que expressa a altura h do nível de água para que isto aconteça, sabendo que o topo da esfera, a uma altura a do fundo do recipiente, permanece sempre coberto de água.

- a) $m/(\rho\pi a^2)$
- b) $m/(\rho\pi r^2)$
- c) $a(3r^2 + a^2)/(6r^2)$
- d) $a/2 - m/(\rho\pi r^2)$
- e) $a(3r^2 + a^2)/(6r^2) - m/(\rho\pi r^2)$

Resolução

Se a base da calota fosse banhada pelo líquido, o empuxo seria dado por:



$$V_i = V_{\text{calota}} = \frac{\pi a}{6} (3r^2 + a^2)$$

$$E = \rho V_i g = \frac{\rho \pi a}{6} (3r^2 + a^2) g$$

Como a base da calota não está banhada pelo líquido, devemos descontar a força que o líquido aplicaria nesta região:

$$F_\ell = \rho g h \pi r^2$$

Assim, a força F efetivamente aplicada pelo líquido será:

$$F = E - F_\ell = \frac{\rho \pi a}{6} (3r^2 + a^2) g - \rho g h \pi r^2$$

$$F = \rho \pi g \left(\frac{a (3r^2 + a^2)}{6} - h r^2 \right)$$

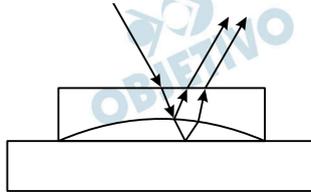
Esta força deverá equilibrar o peso da calota:

$$F = P$$

$$\rho \pi g \left[\frac{a (3r^2 + a^2)}{6} - h r^2 \right] = mg$$

$$hr^2 = \frac{a (3r^2 + a^2)}{6} - \frac{m}{\rho \pi} \Rightarrow h = \frac{a(3r^2 + a^2)}{6r^2} - \frac{m}{\rho \pi r^2}$$

Sobre uma placa de vidro plana é colocada uma lente plano-côncava, com 1,50 de índice de refração e concavidade de 8,00 m de raio voltada para baixo. Com a lente iluminada perpendicularmente de cima por uma luz de comprimento de onda 589 nm (no ar), aparece um padrão de interferência com um ponto escuro central circundado por anéis, dos quais 50 são escuros, inclusive o mais externo na borda da lente. Este padrão de interferência aparece devido ao filme de ar entre a lente e a placa de vidro (como esquematizado na figura).

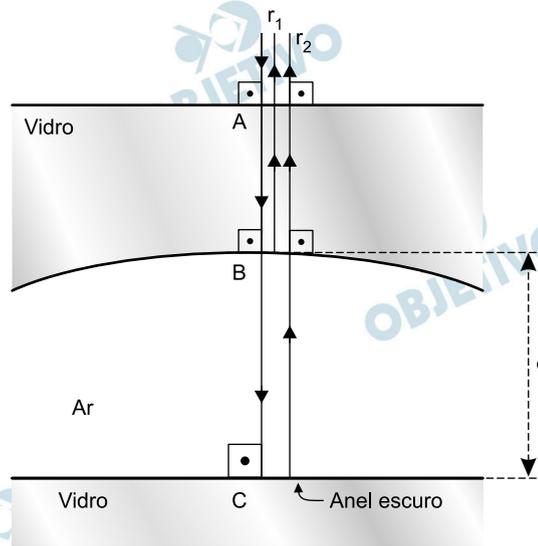


A espessura da camada de ar no centro do padrão de interferência e a distância focal da lente são, respectivamente,

- a) $14,7 \mu\text{m}$ e $-10,0 \text{ m}$. b) $14,7 \mu\text{m}$ e $-16,0 \text{ m}$.
 c) $238 \mu\text{m}$ e $-8,00 \text{ m}$. d) $35,2 \mu\text{m}$ e $16,0 \text{ m}$.
 e) $29,4 \mu\text{m}$ e $-16,0 \text{ m}$.

Resolução

- 1) **Cálculo da espessura e da camada de ar no centro do padrão de interferência.**



Os raios de luz r_1 e r_2 se interferem destrutivamente. O raio r_2 percorre uma distância $\Delta x = 2e$ a mais que o raio r_1 . O raio r_2 também sofre reflexão com inversão de fase no ponto C, na interface ar-vidro.

Para interferência destrutiva, a diferença de fase $\Delta\phi$ entre r_1 e r_2 é dada por:

$$\Delta\phi = (2k + 1)\pi; k = 0; 1; 2; 3; \dots$$

Como:

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} + \pi$$

$$2\pi \cdot \frac{2e}{\lambda} + \pi = (2k + 1)\pi$$

$$4 \frac{e}{\lambda} + 1 = 2k + 1$$

$$e = \frac{k}{2}\lambda$$

Para o ponto escuro central, circundado por 50 anéis escuros, temos $k = 50$:

$$e_{\text{máx}} = \frac{50}{2} \cdot 589 \cdot 10^{-9} \text{ (m)}$$

$$e_{\text{máx}} = 14,725 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$e_{\text{máx}} \cong 14,7 \mu\text{m}$$

2) Cálculo da distância focal da lente.

Da Equação de Halley, temos:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_{\text{lente}}}{n_{\text{meio}}} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

em que: $n_{\text{lente}} = 1,50$

$$n_{\text{meio}} = n_{\text{ar}} = 1,00$$

$$R_1 = -8,00 \text{ m (face côncava)}$$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1,50}{1,00} - 1 \right) \left(\frac{1}{-8,00} + 0 \right) \text{ (di)}$$

$$\frac{1}{f} = -0,0625 \text{ di}$$

$$f = -16,0 \text{ m}$$

Um capacitor de placas planas paralelas de área A , separadas entre si por uma distância inicial r_0 muito menor que as dimensões dessa área, tem sua placa inferior fixada numa base isolante e a superior suspensa por uma mola (figura (1)). Dispondo-se uma massa m sobre a placa superior, resultam pequenas oscilações de período T do conjunto placa superior + massa m . Variando-se m , obtém-se um gráfico de T^2 versus m , do qual, após ajuste linear, se extrai o coeficiente angular α . A seguir, após remover a massa m da placa superior e colocando entre as placas um meio dielétrico sem resistência ao movimento, aplica-se entre elas uma diferença de potencial V e monitora-se a separação r de equilíbrio (figuras (2) e (3)).

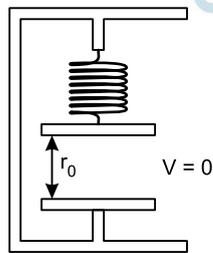


Fig. 1

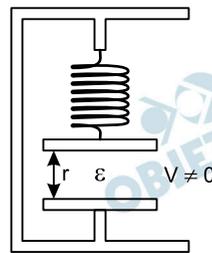


Fig. 2

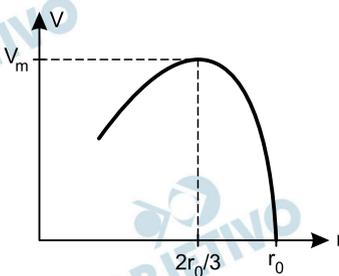


Fig. 3

Nestas condições, a permissividade ϵ do meio entre as placas é

- a) $32\pi^2 r_0^3 / (27\alpha AV_m^2)$. b) $16\pi^2 r_0^3 / (27\alpha AV_m^2)$.
 c) $8\pi^2 r_0^3 / (27\alpha AV_m^2)$. d) $4\pi^2 r_0^3 / (\alpha AV_m^2)$.
 e) $16\pi^2 r^3 / (27\alpha AV^2)$.

Resolução

Do gráfico T^2 versus m , concluímos que $T^2 = m \cdot \alpha$ (1) em que α é o coeficiente angular.

$$\text{Sendo } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}, \text{ vem: } T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{K} \quad (2)$$

$$\text{De (1) e (2): } m\alpha = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{K} \Rightarrow K = \frac{4\pi^2}{\alpha} \quad (3)$$

Introduzindo um dielétrico de permissividade ϵ entre as placas, temos:

$$C = \epsilon \cdot \frac{A}{d}, \text{ sendo } d = \frac{2r_0}{3} \text{ (figura 3) e } Q = C \cdot V_m, \text{ vem:}$$

$$Q = \varepsilon \cdot \frac{A}{\frac{2r_0}{3}} \cdot V_m \Rightarrow Q = \frac{3 \varepsilon A V_m}{2r_0} \quad (4)$$

No equilíbrio da placa superior, temos:

$$F_{\text{elástica}} = F_{\text{elétrica}}$$

$K \cdot (r_0 - r) = Q \cdot \left(\frac{E}{2} \right)$ em que E é o campo entre as placas.

$$K \cdot \left(r_0 - \frac{2r_0}{3} \right) = Q \cdot \frac{V_m}{\frac{2 \cdot 2r_0}{3}} \quad (5)$$

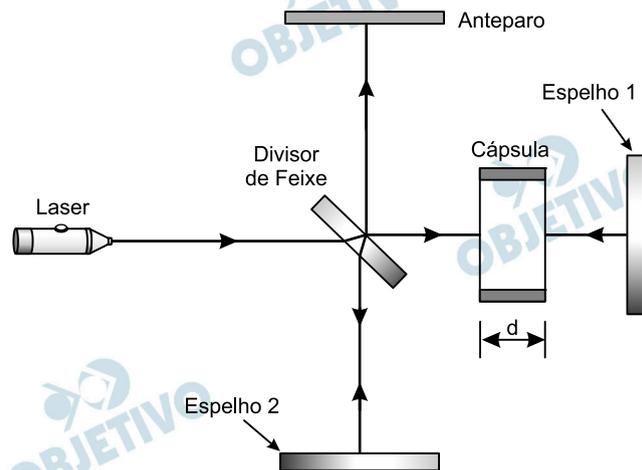
Substituindo-se (3) e (4) em (5), vem:

$$\frac{4\pi^2}{\alpha} \cdot \frac{r_0}{3} = \frac{3 \varepsilon A V_m}{2r_0} \cdot \frac{3 V_m}{4r_0}$$

$$\varepsilon = \frac{32\pi^2 r_0^3}{27 \alpha A V_m^2}$$

Observação: nos cálculos, desprezou-se o peso da placa superior.

A figura mostra um interferômetro de Michelson adaptado para determinar o índice de refração do ar. As características do padrão de interferência dos dois feixes incidentes no anteparo dependem da diferença de fase entre eles, neste caso, influenciada pela cápsula contendo ar. Reduzindo a pressão na cápsula de 1 atm até zero (vácuo), nota-se que a ordem das franjas de interferências sofre um deslocamento de N , ou seja, a franja de ordem 0 passa a ocupar o lugar da de ordem N , a franja de ordem 1 ocupa o lugar da de ordem $N + 1$ e assim sucessivamente.



Sendo d a espessura da cápsula e λ o comprimento de onda da luz, no vácuo, o índice de refração do ar é igual a

- a) $N \lambda / d$. b) $N \lambda / (2d)$. c) $1 + N \lambda / d$.
 d) $1 + N \lambda / (2d)$. e) $1 - N \lambda / d$.

Resolução

- 1) Para a cápsula preenchida com ar, temos:

$$\Delta p_{\text{ar}} = \frac{\Delta x}{\lambda_{\text{ar}}} 2\pi + k \pi$$

$$\Delta p_{\text{ar}} = \frac{2d}{\lambda_{\text{ar}}} 2\pi + \pi$$

- 2) Para a cápsula em pressão nula (vácuo), temos:

$$\Delta p_{\text{v}} = \frac{\Delta x}{\lambda_{\text{v}}} 2\pi + k \pi$$

$$\Delta p_{\text{v}} = \frac{2d}{\lambda} 2\pi + \pi$$

- 3) O deslocamento das franjas de interferência é obtido por:

$$|\Delta p_{\text{ar}} - \Delta p_{\text{v}}| = \left(\frac{2d}{\lambda_{\text{ar}}} 2\pi + \pi \right) - \left(\frac{2d}{\lambda} 2\pi + \pi \right)$$

$$|\Delta p_{ar} - \Delta p_v| = 4\pi d \left(\frac{1}{\lambda_{ar}} - \frac{1}{\lambda} \right) \quad (I)$$

Mas:

$$\frac{\lambda_{ar}}{\lambda_v} = \frac{n_v}{n_{ar}}$$

$$\lambda_{ar} = \frac{\lambda}{n_{ar}} \quad (II)$$

4) Substituindo II em I, vem:

$$|\Delta p_{ar} - \Delta p_v| = 4\pi d \left(\frac{1}{\frac{\lambda}{n_{ar}}} - \frac{1}{\lambda} \right)$$

$$|\Delta p_{ar} - \Delta p_v| = \frac{4\pi d}{\lambda} (n_{ar} - 1)$$

$$|2N\pi - 2(N + N)\pi| = \frac{4\pi d}{\lambda} (n_{ar} - 1)$$

$$N \cdot 2\pi = \frac{4\pi d}{\lambda} (n_{ar} - 1)$$

$$N = \frac{2d}{\lambda} (n_{ar} - 1)$$

$$n_{ar} = 1 + \frac{N\lambda}{2d}$$

É muito comum a ocorrência de impurezas em cristais semicondutores. Em primeira aproximação, a energia de ionização dessas impurezas pode ser calculada num modelo semelhante ao do átomo de hidrogênio. Considere um semicondutor com uma impureza de carga $+e$ atraindo um elétron de carga $-e$. Devido a interações com os átomos da rede cristalina, o elétron, no semicondutor, possui uma massa igual a $m_r m_0$, em que m_0 é a massa de repouso do elétron e m_r , uma constante adimensional. O conjunto impureza/elétron está imerso no meio semicondutor de permissividade relativa ϵ_r . A razão entre a energia

de ionização desta impureza e a energia de ionização do átomo de hidrogênio é igual a

- a) 1. b) m_r/ϵ_r^2 . c) ϵ_r^2/m_r . d) m_r/ϵ_r . e) ϵ_r/m_r .

Resolução

Energia potencial do estado fundamental do hidrogênio (E_H):

$$E_H = - \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_0 e^4}{2h^2}$$

Energia potencial no estado fundamental do cristal-elétron reduzido a um sistema hidrogenoide, levando em consideração o fato de o elétron mover-se numa rede polarizável em vez do vácuo ($\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$) com massa efetiva $m = m_r \cdot m_0$:

$$E_{\text{cristal}} = - \left(\frac{1}{4\pi\epsilon} \right)^2 \frac{m e^4}{2h^2}$$

$$E_{\text{cristal}} = - \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \right)^2 \cdot \frac{m_r \cdot m_0 \cdot e^4}{2h^2}$$

Assim, a relação E_{cristal}/E_H é dada por:

$$\frac{E_{\text{cristal}}}{E_H} = \frac{- \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \right)^2 \cdot \frac{m_r \cdot m_0 \cdot e^4}{2h^2}}{- \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_0 e^4}{2h^2}}$$

$$\frac{E_{\text{cristal}}}{E_H} = \frac{m_r}{\epsilon_r^2}$$

Considere um capacitor de placas paralelas ao plano yz tendo um campo elétrico de intensidade E entre elas, medido por um referencial S em repouso em relação ao capacitor. Dois outros referenciais, S' e S'' , que se movem com velocidade de módulo v constante em relação a S nas direções de x e y , nesta ordem, medem as respectivas intensidades E' e E'' dos campos elétricos entre as placas do capacitor. Sendo $\gamma = 1 / \sqrt{1 - (v/c)^2}$, pode-se dizer que

E'/E e E''/E são, respectivamente, iguais a

- a) 1 e 1. b) γ e 1. c) 1 e γ .
 d) γ e $1/\gamma$. e) 1 e $1/\gamma$.

Resolução

Cálculo do campo elétrico uniforme no interior do capacitor plano (E):

$$E \cdot d = U$$

$$E = \frac{U}{d} \quad (\text{I})$$

A capacitância do capacitor plano é dada por:

$$C = \frac{Q}{U} \quad (\text{II}) \quad \text{e} \quad C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (\text{III})$$

Igualando-se II e III, vem:

$$\frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

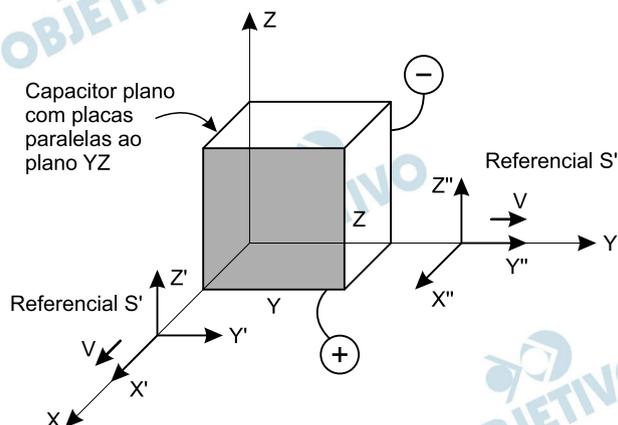
$$U = \frac{Qd}{\epsilon_0 \cdot A} \quad (\text{IV})$$

Substituindo-se IV em I, obtemos:

$$E = \frac{Q \cdot d}{\epsilon_0 A} \cdot \frac{1}{d}$$

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

De acordo com o enunciado, podemos montar a seguinte figura, para representar o capacitor e os referenciais S' , em movimento com velocidade de módulo V na direção x , e S'' , em movimento com velocidade V na direção y , em relação ao referencial S .



Note que, para S' , que se desloca na direção x , não há variação relativística nas dimensões do capacitor, portanto:

$$E' = E$$

$$\frac{E'}{E} = 1$$

Para o referencial S'' , que se desloca no eixo y , ocorrerá uma contração na dimensão y da placa do capacitor, contração essa calculada por

$$y'' = \frac{y}{\frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}}$$

$$y'' = \frac{y}{\gamma}$$

Para o referencial S : $E = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot A}$

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot YZ}$$

Para o referencial S'' : $E'' = \frac{Q}{\epsilon \cdot A''}$

$$E'' = \frac{Q}{\epsilon_0 XY''}$$

Assim: $\frac{E''}{E} = \frac{\frac{Q}{\epsilon_0 \cdot XY''}}{\frac{Q}{\epsilon_0 XY}} = \frac{Y}{Y''} = \frac{Y}{\frac{Y}{\gamma}}$

$$\frac{E''}{E} = \gamma$$

Considere as afirmações a seguir:

- I. Em equilíbrio eletrostático, uma superfície metálica é equipotencial.
- II. Um objeto eletrostaticamente carregado induz uma carga uniformemente distribuída numa superfície metálica próxima quando em equilíbrio eletrostático.
- III. Uma carga negativa desloca-se da região de maior para a de menor potencial elétrico.
- IV. É nulo o trabalho para se deslocar uma carga teste do infinito até o ponto médio entre duas cargas pontuais de mesmo módulo e sinais opostos.

Destas afirmações, é (são) correta(s) somente

- a) I e II. b) I, II e III. c) I, II e IV.
d) I e IV. e) III.

Resolução

I. CORRETA. Em equilíbrio eletrostático, o corpo metálico apresenta a seguinte propriedade:

- Todos os seus pontos internos, bem como os de sua superfície, têm o mesmo potencial elétrico, pois não há deslocamento de cargas elétricas entre dois pontos.

II. INCORRETA. Para que haja cargas induzidas uniformemente distribuídas, o corpo indutor e o corpo induzido deveriam ser, por exemplo:

- duas superfícies planas e paralelas
ou
- duas superfícies esféricas concêntricas, com o indutor interno.

III. INCORRETA. A carga negativa ($-q$) desloca-se sempre no sentido de perder energia potencial:

$$\epsilon_{\text{pot}_1} = -q \cdot V_1$$

$$\epsilon_{\text{pot}_2} = -q \cdot V_2$$

$$\text{sendo: } \epsilon_{\text{pot}_1} > \epsilon_{\text{pot}_2} \Rightarrow V_1 < V_2$$

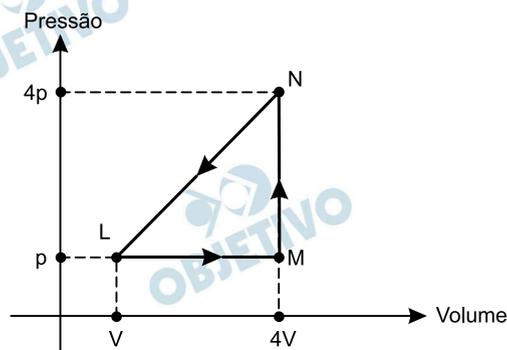
A carga abandonada na posição 1 vai deslocar-se para a posição 2, ou seja, do menor potencial, V_1 , para o maior, V_2 .

IV. CORRETA. No ponto médio entre duas cargas opostas de mesmo módulo, o potencial é nulo.

$$\tau = q \underbrace{(V_\infty - V_f)}_{\text{zero}}$$

$$\tau = 0$$

Um recipiente contém um gás monoatômico ideal inicialmente no estado L, com pressão p e volume V . O gás é submetido a uma transformação cíclica $L M N L$, absorvendo de uma fonte quente uma quantidade de calor Q_1 e cedendo a uma fonte fria uma quantidade de calor Q_2 .



Pode-se afirmar que Q_1 é igual a

- a) $30pV$. b) $51pV/2$. c) $8pV$.
d) $15pV/2$. e) $9pV/2$.

Resolução

I) *No ciclo LMNL:* $Q_{\text{total}} = \tau_{\text{total}} + \Delta U_{\text{total}}$

$$\Delta U_{\text{total}} = 0 \text{ e } \tau_{\text{total}} \stackrel{N}{=} (\text{área interna do ciclo})$$

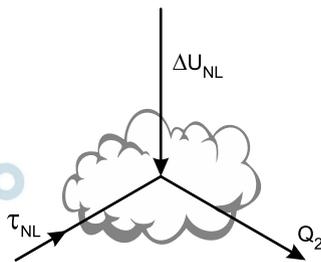
$$\tau_{\text{total}} = - \frac{3V \cdot 3p}{2}$$

$$\tau_{\text{total}} = - \frac{9pV}{2}$$

($\tau_{\text{total}} < 0 \Leftrightarrow$ o ciclo é percorrido no sentido anti-horário)

$$\text{Logo: } Q_{\text{total}} = - \frac{9pV}{2} \Rightarrow Q_1 + Q_2 = - \frac{9pV}{2} \quad \textcircled{1}$$

II) *Trecho NL:* O gás recebe trabalho (τ_{NL}), rejeita calor (Q_2) e sua energia interna diminui ($\Delta U_{NL} < 0$), conforme ilustra o esquema.



$$Q_2 = \tau_{NL} + \Delta U_{NL}$$

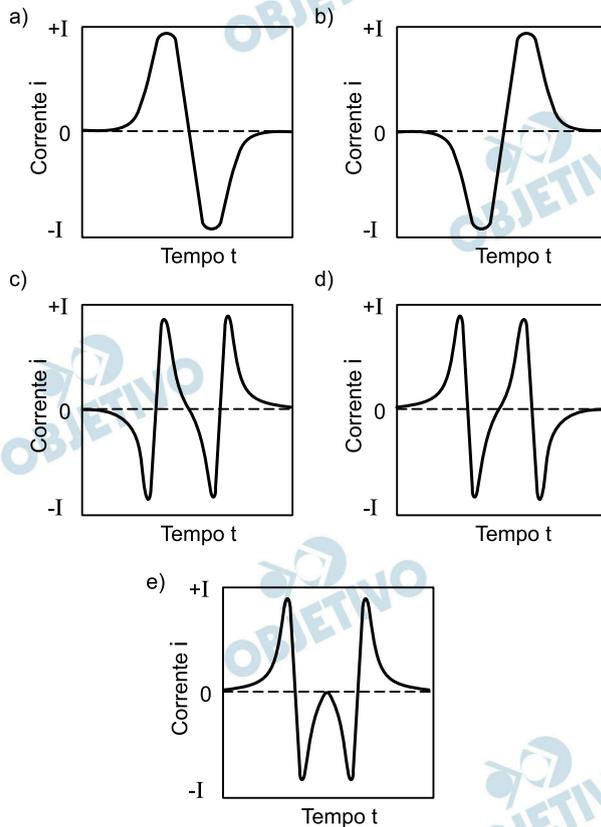
$$Q_2 = - \frac{(4p + p)3V}{2} + \frac{3}{2}(pV - 16pV)$$

$$Q_2 = - \frac{15pV}{2} - \frac{45pV}{2} \Rightarrow Q_2 = - \frac{60pV}{2}$$

III) Substituindo-se Q_2 na equação 1, vem:

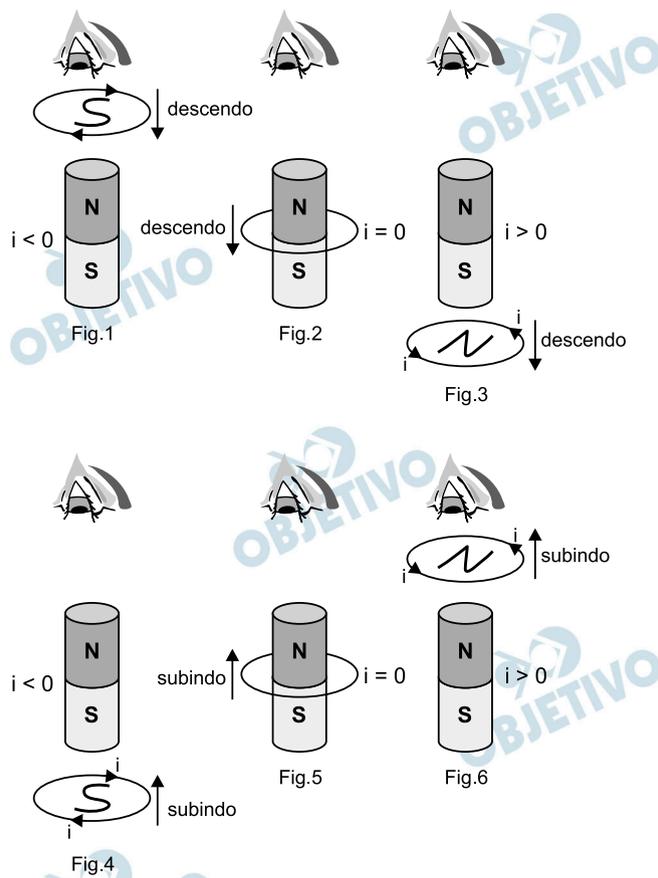
$$Q_1 - \frac{60pV}{2} = - \frac{9pV}{2} \Rightarrow Q_1 = \frac{51pV}{2}$$

Considere um ímã cilíndrico vertical com o polo norte para cima, tendo um anel condutor posicionado acima do mesmo. Um agente externo imprime um movimento ao anel que, partindo do repouso, desce verticalmente em torno do ímã e atinge uma posição simétrica à original, iniciando, logo em seguida, um movimento ascendente e retornando à posição inicial em repouso. Considerando o eixo de simetria do anel sempre coincidente com o do ímã e sendo positiva a corrente no sentido anti-horário (visto por um observador de cima), o gráfico que melhor representa o comportamento da corrente induzida i no anel é



Resolução

Nas figuras de 1 a 6, representamos um ciclo completo em que o anel sai de sua posição inicial e atinge uma posição de simetria à original, abaixo do polo sul. A seguir, retorna à posição inicial.



As figuras 1, 2 e 3 representam o movimento de descida do anel e as figuras 4, 5 e 6, o de subida.

Na figura 1, na face inferior do anel, voltada para o polo norte do ímã, surge um polo norte se opondo ao movimento de aproximação (Lei de Lenz). Logo, na face superior, o observador vê um polo sul e a corrente induzida tem sentido horário ($i < 0$). Estando o anel passando pelo meio do ímã, não há indução ($i = 0$): figura 2.

Na figura 3, o anel está-se afastando do ímã e o observador vê um polo norte no anel. A corrente induzida tem sentido anti-horário ($i > 0$).

Na figura 4, o anel está-se aproximando do polo sul, em movimento ascendente. A corrente induzida tem o sentido horário ($i < 0$).

Na figura 5, analogamente à situação 2, a corrente é nula ($i = 0$).

Na figura 6, o anel se afasta do polo norte. Na sua face inferior, surge um polo sul e, portanto, na face superior, surge o polo norte.

O observador vê a corrente no sentido anti-horário ($i > 0$).

Das seis considerações anteriores, concluímos que a corrente induzida versus o tempo está mais bem representada pela alternativa c.

12 D

Um circuito elétrico com dois pares de terminais é conhecido como quadripolo. Para um quadripolo passivo, as tensões medidas em cada par de terminais podem ser expressas em função das correntes mediante uma matriz

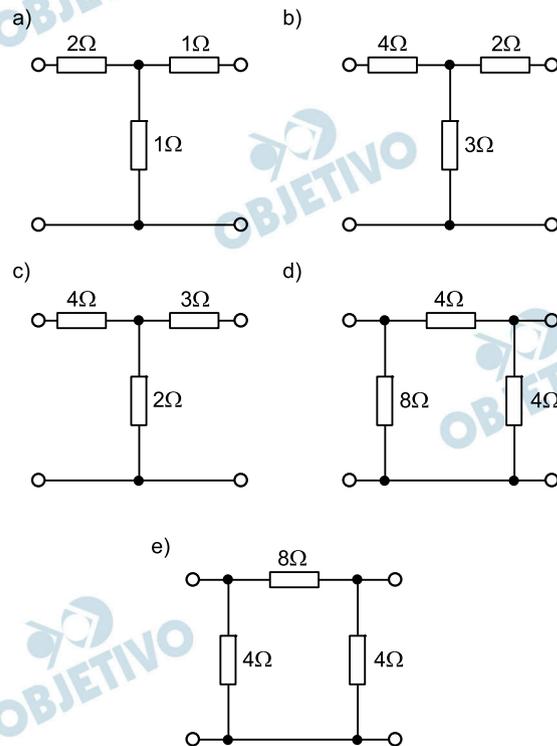
de impedância $Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$, de tal forma que:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}.$$



Dos quadripolos propostos nas alternativas seguintes, assinale aquele cuja matriz de impedância seja

$$\begin{bmatrix} 4\Omega & 2\Omega \\ 2\Omega & 3\Omega \end{bmatrix}.$$



Resolução

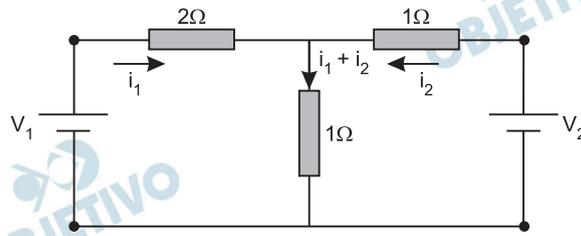
Sendo $\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\Omega & 2\Omega \\ 2\Omega & 3\Omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$, vem:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4i_1 + 2i_2 \\ 2i_1 + 3i_2 \end{bmatrix}$$

Portanto $\begin{cases} v_1 = 4i_1 + 2i_2 & (1) \\ v_2 = 2i_1 + 3i_2 & (2) \end{cases}$

Vamos analisar cada alternativa:

a) *Incorreta.*

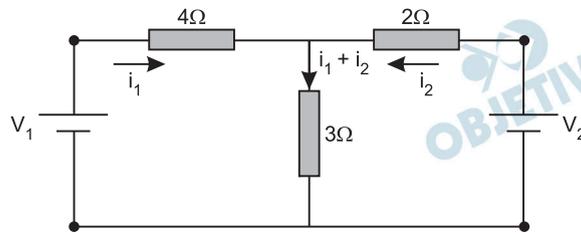


$$V_1 = 2i_1 + 1 \cdot (i_1 + i_2) \Rightarrow V_1 = 3i_1 + i_2$$

$$V_2 = 1i_2 + 1 \cdot (i_1 + i_2) \Rightarrow V_2 = i_1 + 2i_2$$

Estes resultados são diferentes dos valores das equações (1) e (2).

b) *Incorreta.*

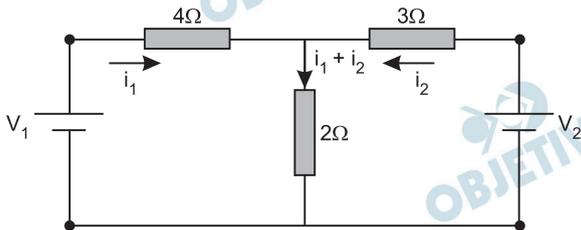


$$v_1 = 4i_1 + 3 \cdot (i_1 + i_2) \Rightarrow v_1 = 7i_1 + 3i_2$$

$$v_2 = 2i_2 + 3 \cdot (i_1 + i_2) \Rightarrow v_2 = 3i_1 + 5i_2$$

Estes resultados são diferentes daqueles encontrados em (1) e (2).

c) *Incorreta.*

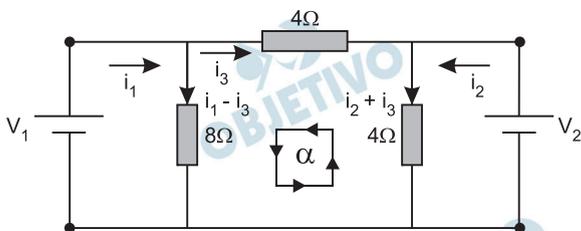


$$v_1 = 4i_1 + 2 \cdot (i_1 + i_2) \Rightarrow v_1 = 6i_1 + 2i_2$$

$$v_2 = 3i_2 + 2 \cdot (i_1 + i_2) \Rightarrow v_2 = 2i_1 + 5i_2$$

Estes resultados são diferentes daqueles encontrados em (1) e (2).

d) *Correta.*



$$\text{Malha } \alpha: 8(i_1 - i_3) - 4(i_2 + i_3) - 4i_3 = 0$$

$$8i_1 - 8i_3 - 4i_2 - 4i_3 - 4i_3 = 0$$

$$i_3 = \frac{i_1}{2} - \frac{i_2}{4}$$

$$V_1 = 8(i_1 - i_3)$$

$$V_1 = 8 \left[i_1 - \left(\frac{i_1}{2} - \frac{i_2}{4} \right) \right]$$

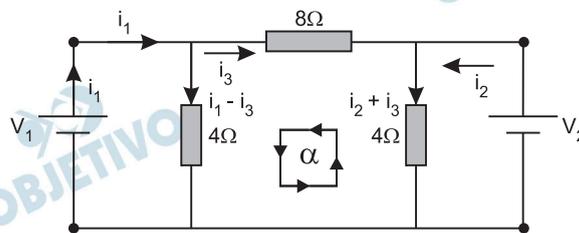
$$V_1 = 8i_1 - 4i_1 + 2i_2 \Rightarrow \boxed{V_1 = 4i_1 + 2i_2}$$

$$V_2 = 4(i_2 + i_3)$$

$$V_2 = 4 \left[i_2 + \left(\frac{i_1}{2} - \frac{i_2}{4} \right) \right] \Rightarrow \boxed{V_2 = 2i_1 + 3i_2}$$

Estes resultados são os mesmos encontrados em (1) e (2).

e) *Incorreta.*



$$\text{Malha } \alpha: 4(i_1 - i_3) - 4(i_2 + i_3) - 8i_3 = 0$$

$$4i_1 - 4i_3 - 4i_2 - 4i_3 - 8i_3 = 0$$

$$i_3 = \frac{i_1 - i_2}{4}$$

$$V_1 = 4(i_1 - i_3)$$

$$V_1 = 4 \left[i_1 - \left(\frac{i_1 - i_2}{4} \right) \right] \Rightarrow \boxed{V_1 = 3i_1 + i_2}$$

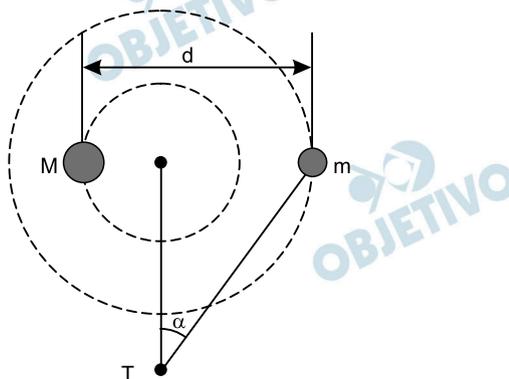
$$V_2 = 4(i_2 + i_3)$$

$$V_2 = 4 \left[i_2 + \left(\frac{i_1 - i_2}{4} \right) \right] \Rightarrow \boxed{V_2 = i_1 + 3i_2}$$

Estes resultados são diferentes daqueles encontrados em (1) e (2).

Observação: Da equação (1) notamos que a corrente i_1 deve percorrer uma resistência equivalente de 4Ω . Isso não ocorre nos quadripolos das alternativas A, B e C. Portanto, poderíamos tê-las eliminado dessa análise.

Um sistema binário é formado por duas estrelas esféricas de respectivas massas m e M , cujos centros distam d entre si, cada qual descrevendo um movimento circular em torno do centro de massa desse sistema. Com a estrela de massa m na posição mostrada na figura, devido ao efeito Doppler, um observador T da Terra detecta uma raia do espectro do hidrogênio, emitida por essa estrela, com uma frequência f ligeiramente diferente da sua frequência natural f_0 . Considere a Terra em repouso em relação ao centro de massa do sistema e que o movimento das estrelas ocorre no mesmo plano de observação.



Sendo as velocidades das estrelas muito menores que c , assinale a alternativa que explicita o valor absoluto de $(f - f_0)/f_0$. Se necessário, utilize $(1 + x)^n \cong 1 + nx$ para $x \ll 1$.

a) $\sqrt{GM^2/[d(M + m)c^2]}$

b) $\sqrt{Gm^2\text{sen}^2\alpha/[d(M + m)c^2]}$

c) $\sqrt{Gm^2\text{cos}^2\alpha/[d(M + m)c^2]}$

d) $\sqrt{GM^2\text{sen}^2\alpha/[d(M + m)c^2]}$

e) $\sqrt{GM^2\text{cos}^2\alpha/[d(M + m)c^2]}$

Resolução

$$1) \quad x_{CM} = \frac{m x_1 + M x_2}{M + m}$$

$$0 = \frac{m x_1 + M (x_1 - d)}{M + m}$$

$$m x_1 + M(x_1 - d) = 0$$

$$m x_1 + M x_1 = M d \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{M d}{M + m}}$$

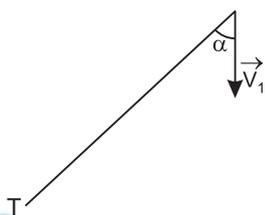
$$2) F_G = F_{cp}$$

$$\frac{G M m}{d^2} = \frac{m V_1^2}{M d} = \frac{m V_1^2}{M d} (M + m)$$

$$V_1^2 = \frac{G M}{d} \frac{M}{M + m} = \frac{G M^2}{d(M + m)}$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{G M^2}{d(M + m)}}$$

3)



$$V_{ap} = V_1 \cos \alpha = \sqrt{\frac{G M^2}{d(M + m)}} \cos \alpha$$

4) Equação do Efeito Doppler:

$$\frac{f}{V} = \frac{f_0}{V - V_F}$$

$$\frac{f}{f_0} = \frac{V}{V - V_F}$$

$$\frac{f - f_0}{f_0} = \frac{V}{V - V_F} - 1$$

$$\frac{f - f_0}{f_0} = \frac{V_F}{V - V_F}$$

$$\frac{f - f_0}{f_0} = \frac{\sqrt{\frac{G M^2}{d(M + m)}} \cos \alpha}{c}$$

$$\frac{f - f_0}{f_0} = \sqrt{\frac{G M^2 \cos^2 \alpha}{d(M + m) c^2}}$$

Pode-se associar a segunda lei da Termodinâmica a um princípio de degradação da energia. Assinale a alternativa que melhor justifica esta associação.

- a) A energia se conserva sempre.
- b) O calor não flui espontaneamente de um corpo quente para outro frio.
- c) Uma máquina térmica operando em ciclo converte integralmente trabalho em calor.
- d) Todo sistema tende naturalmente para o estado de equilíbrio.
- e) É impossível converter calor totalmente em trabalho.

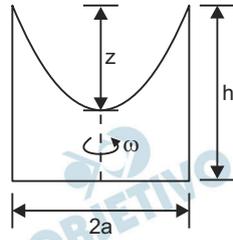
Resolução

A segunda lei da Termodinâmica pode ser enunciada das maneiras equivalentes a seguir:

- I) Nenhuma máquina térmica é capaz de transformar integralmente em trabalho a energia térmica recebida da fonte quente.
- II) Nenhuma máquina térmica, operando em ciclos, pode ter rendimento igual a 1 ou 100%.
- III) Toda máquina térmica, operando em ciclos, rejeita para a fonte fria parte da energia térmica absorvida da fonte quente.

16 D

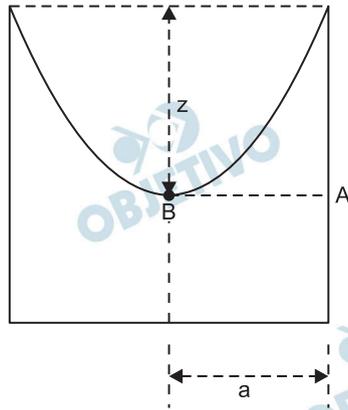
Um cilindro de altura h e raio a , com água até uma certa altura, gira com velocidade angular ω constante. Qual o valor máximo de ω para que a água não transborde, sabendo que neste limite a altura z (ver figura) é igual a $h/3 + \omega^2 a^2/(4g)$?



Dado: num referencial que gira com o cilindro, e, portanto, considerando a força centrífuga, todos os pontos da superfície da água têm mesma energia potencial.

- a) $\omega = \sqrt{2gh/(3a^2)}$ b) $\omega = \sqrt{4ga/(9h^2)}$
 c) $\omega = \sqrt{4ga/(3h^2)}$ d) $\omega = \sqrt{4gh/(3a^2)}$
 e) $\omega = \sqrt{4gh/(9a^2)}$

Resolução



- 1) No ponto B, a velocidade é nula e no ponto A, a velocidade tem módulo $V_A = \omega a$
- 2) Aplicando-se a Lei de Bernoulli em relação aos pontos A e B, vem:

$$p_B + \frac{\mu V_B^2}{2} = p_A + \frac{\mu V_A^2}{2}$$

$$p_B - p_A = \frac{\mu V_A^2}{2}$$

$$\mu g z = \frac{\mu}{2} \omega^2 a^2$$

Sendo $z = \frac{h}{3} + \frac{\omega^2 a^2}{4g}$, vem:

$$g \left(\frac{h}{3} + \frac{\omega^2 a^2}{4g} \right) = \frac{\omega^2 a^2}{2}$$

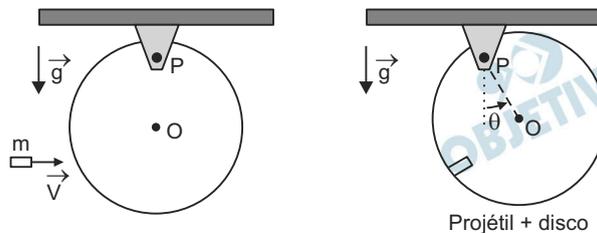
$$\frac{h}{3} + \frac{\omega^2 a^2}{4g} = \frac{\omega^2 a^2}{2g}$$

$$\frac{\omega^2 a^2}{4g} = \frac{h}{3} \Rightarrow \omega^2 = \frac{4 g h}{3 a^2} \Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4 g h}{3 a^2}}$$

17

Um disco rígido de massa M e centro O pode oscilar sem atrito num plano vertical em torno de uma articulação P . O disco é atingido por um projétil de massa $m \ll M$ que se move horizontalmente com velocidade \vec{v} no plano do disco. Após a colisão, o projétil se incrusta no disco e o conjunto gira em torno de P até o ângulo θ .



Nestas condições, afirmam-se:

- I. A quantidade de movimento do conjunto projétil + disco se mantém a mesma imediatamente antes e imediatamente depois da colisão.
- II. A energia cinética do conjunto projétil + disco se mantém a mesma imediatamente antes e imediatamente depois da colisão.
- III. A energia mecânica do conjunto projétil + disco imediatamente após a colisão é igual à da posição de ângulo $\theta/2$.

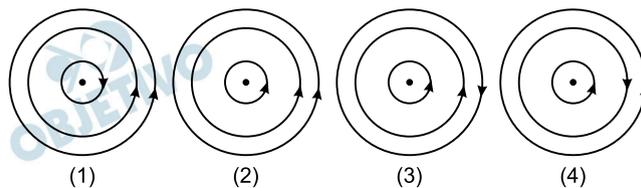
É (são) verdadeira(s) apenas a(s) assertiva(s)

- a) I. b) I e II. c) I e III.
d) II e III. e) III.

Resolução

- I. **FALSA.** No evento descrito há conservação da quantidade de movimento angular do sistema em relação ao ponto fixo P . Como o projétil incide numa direção que não passa pelo centro de massa do disco (suposto homogêneo) o “braço” da quantidade de movimento linear \vec{Q} , em relação ao ponto P , vai variar e consequentemente a quantidade de movimento linear também vai variar.
- II. **FALSA.** A colisão é totalmente inelástica, havendo dissipação de parte da energia mecânica inicial.
- III. **VERDADEIRA.** Como os atritos são desprezíveis, bem como, supostamente, a influência do ar, a energia mecânica do conjunto projétil + disco se conserva depois do ato da colisão.

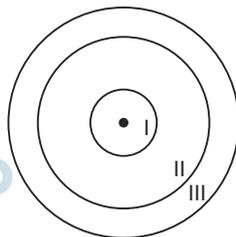
As figuras mostram três espiras circulares concêntricas e coplanares percorridas por correntes de mesma intensidade I em diferentes sentidos.



Assinale a alternativa que ordena corretamente as magnitudes dos respectivos campos magnéticos nos centros B_1, B_2, B_3 e B_4 .

- a) $B_2 > B_4 > B_3 > B_1$. b) $B_1 > B_4 > B_3 > B_2$.
 c) $B_2 > B_3 > B_4 > B_1$. d) $B_3 > B_2 > B_4 > B_1$.
 e) $B_4 > B_3 > B_2 > B_1$.

Resolução



O campo magnético no centro de uma espira é dado por

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}. \text{ Com isso, temos:}$$

B_I (campo da espira 1) $>$ B_{II} (campo da espira 2) $>$ B_{III} (campo da espira 3)

Analisando-se as figuras, concluímos que:

B_2 é o mais intenso, pois: $B_2 = B_I + B_{II} + B_{III}$

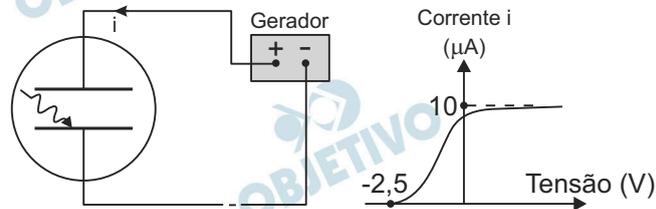
B_3 é o 2º campo mais intenso, pois: $B_3 = B_I + B_{II} - B_{III}$

B_4 é o 3º campo em intensidade, pois: $B_4 = B_I + B_{III} - B_{II}$

B_1 é o menos intenso, pois: $B_1 = B_I - (B_{II} + B_{III})$

Logo: $B_2 > B_3 > B_4 > B_1$

Dois placas de um mesmo metal e com a mesma área de $5,0 \text{ cm}^2$, paralelas e próximas entre si, são conectadas aos terminais de um gerador de tensão ajustável. Sobre a placa conectada ao terminal negativo, faz-se incidir radiação e, por efeito fotoelétrico, aparece uma corrente no circuito, cuja relação com a tensão aplicada é explicitada no gráfico.



Sabendo que a função trabalho do metal é de $4,1 \text{ eV}$ e assumindo que na região de saturação da corrente todo fóton incidente sobre a placa gera um fotoelétron que é coletado, a medida da intensidade dessa radiação em $\mu\text{W}/\text{cm}^2$ é igual a

- a) 13. b) 8,2. c) 6,6. d) 3,2. e) 1,6.

Resolução

O gráfico indica que o efeito fotoelétrico ocorre quando a energia cinética do elétron é $E_c = 2,5 \text{ eV}$, sendo suplantada, também, a função trabalho do metal ($\tau = 4,1 \text{ eV}$). A Equação de Einstein para o efeito fotoelétrico fornece a energia do fóton incidente na placa (E_f).

$$E_c = E_f - \tau$$

$$2,5 = E_f - 4,1$$

$$E_f = 6,6 \text{ eV}$$

Cada elétron enfrenta uma diferença de potencial U para atravessar o espaço entre as placas e o trabalho realizado vale $E_f = 6,6 \text{ eV}$

$$E_f = q U$$

$$6,6 \text{ eV} = e \cdot U$$

$$U = 6,6 \text{ V}$$

A intensidade I da radiação pode ser relacionada com a corrente $i = 10 \mu\text{A}$ do gráfico e com a área $A = 5,0 \text{ cm}^2$ das placas por meio da potência elétrica Pot :

$$Pot = U i$$

$$I \cdot A = U i$$

$$I \cdot 5,0 \text{ (cm}^2\text{)} = 6,6 \text{ (V)} \cdot 10 \text{ (}\mu\text{A)}$$

$$I = 13,2 \mu\text{W}/\text{cm}^2$$

Uma amostra I de átomos de ^{57}Fe , cujos núcleos excitados emitem fótons devido a uma transição nuclear, está situada a uma altura d verticalmente acima de uma amostra II de ^{57}Fe que recebe a radiação emitida pela amostra I. Ao chegar a II, os fótons da amostra I sofrem um aumento de frequência devido à redução de sua energia potencial gravitacional, sendo, portanto, incapazes de excitar os núcleos de ^{57}Fe dessa amostra. No entanto, essa incapacidade pode ser anulada se a amostra I se afastar verticalmente da amostra II com uma velocidade v adequada. Considerando $v \ll c$ e que a energia potencial gravitacional do fóton de energia ε pode ser obtida mediante sua “massa efetiva” ε/c^2 , assinale a opção que explicita v . Se necessário, utilize $(1 + x)^n \cong 1 + nx$ para $x \ll 1$.

- a) \sqrt{gd} b) gd/c c) $2\sqrt{gd}$
 d) $2gd/c$ e) $gd\sqrt{gd}/c^2$

Resolução

Para que ocorra emissão na amostra (II), a energia adicional recebida pelos fótons que atingem essa amostra deve compensar a perda de energia potencial gravitacional.

$$|\Delta\varepsilon| = |\Delta\varepsilon_p|$$

$$h|\Delta f| = m g d \Rightarrow h|f' - f| = \frac{\varepsilon}{c^2} g d$$

$$h \left| \frac{c f}{c + v} - f \right| = \frac{h f}{c^2} g d$$

Efeito
Doppler

$$\left| \frac{c}{c + v} - 1 \right| = \frac{g d}{c^2} \Rightarrow \left| \frac{c - c - v}{c + v} \right| = \frac{g d}{c^2}$$

$$v = \frac{g d}{c^2} (c + v) \Rightarrow v = \frac{g d}{c} \left(1 + \underbrace{\frac{v}{c}}_{\text{tende a zero}} \right)$$

Logo: $v = \frac{g d}{c}$

As questões dissertativas, numeradas de 21 a 30, devem ser desenvolvidas, justificadas e respondidas no caderno de soluções. Atente para os algarismos significativos.

21

No sistema de unidades atômicas de Hartree, as unidades de carga elétrica, de massa, de comprimento e de tempo podem ser representadas respectivamente por q_A , m_A , L_A e t_A . Neste sistema, a carga elétrica e do próton é igual a $1 q_A$, a massa do elétron m_0 vale $1 m_A$, a constante de Planck reduzida \hbar é igual a $1 m_A \cdot L_A^2 / t_A$ e a constante de Coulomb $K_0 = 1 / (4\pi\epsilon_0)$ vale $1 m_A \cdot L_A^3 / (q_A^2 \cdot t_A^2)$.

Dados no SI: $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

$$m_0 = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg.}$$

$$\hbar = 1,1 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s.}$$

$$K_0 = 9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2.$$

- a) Qual a medida em metros de um comprimento igual a $1,0 L_A$?
- b) Qual a medida em segundos de um tempo igual a $1,0 t_A$?

Resolução

$$\text{a) } \hbar = \frac{m_A L_A^2}{t_A} \quad (1) \quad e \quad k_0 = \frac{m_A L_A^3}{q_A^2 t_A^2} \quad (2)$$

$$\text{De (1): } t_A = \frac{m_A L_A^2}{\hbar}$$

$$\text{Em (2): } k_0 = \frac{m_A L_A^3}{q_A^2} \cdot \frac{\hbar^2}{m_A^2 L_A^4}$$

$$k_0 = \frac{\hbar^2}{q_A^2 m_A L_A} \Rightarrow L_A = \frac{\hbar^2}{q_A^2 m_A \cdot k_0}$$

$$L_A = \frac{(1,1 \cdot 10^{-34})^2}{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9,0 \cdot 10^9} \quad (\text{m})$$

$$L_A = \frac{1,21 \cdot 10^{-68}}{209,664 \cdot 10^{-60}} \quad (\text{m}) = \frac{1,21 \cdot 10^{-68}}{2,1 \cdot 10^{-58}} \quad (\text{m})$$

$$L_A \cong 0,58 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$L_A \cong 5,8 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

- b) Em (1):

$$t_A = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (5,8)^2 \cdot 10^{-22}}{1,1 \cdot 10^{-34}} \quad (\text{s})$$

$$t_A = 278 \cdot 10^{-19} \text{ s}$$

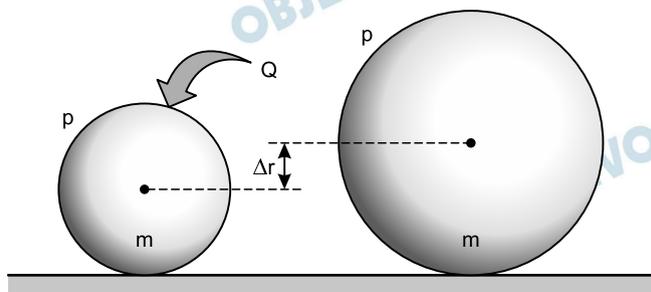
$$t_A \cong 2,8 \cdot 10^{-17} \text{ s}$$

Respostas: a) $L_A \cong 5,8 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

b) $t_A \cong 2,8 \cdot 10^{-17} \text{ s}$

Considere uma esfera maciça de raio r , massa m , coeficiente de dilatação volumétrica α , feita de um material com calor específico a volume constante c_V . A esfera, sujeita à pressão atmosférica p , repousa sobre uma superfície horizontal isolante térmica e está inicialmente a uma temperatura T alta o suficiente para garantir que a sua energia interna não se altera em processos isotérmicos. Determine a temperatura final da esfera após receber uma quantidade de calor Q , sem perdas para o ambiente. Dê sua resposta em função de g e dos outros parâmetros explicitados.

Resolução



$$\Delta r = r \cdot \frac{\alpha}{3} \cdot \Delta T \quad (1)$$

$$\Delta V = V \cdot \alpha \cdot \Delta T; \text{ sendo } V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3, \text{ vem:}$$

$$\Delta V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \alpha \cdot \Delta T \quad (2)$$

A quantidade de calor Q fornecida à esfera é utilizada para aumentar a sua energia potencial (elevando o centro de massa), realizar um trabalho contra a atmosfera e ainda aumentar a sua energia interna.

$$\Delta \varepsilon_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot \Delta r = m \cdot g \cdot r \cdot \frac{\alpha}{3} \cdot \Delta T \quad (3)$$

$$\tau = p \cdot \Delta V = p \cdot V \cdot \alpha \cdot \Delta T = p \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \alpha \cdot \Delta T \quad (4)$$

$$\Delta U = m \cdot c_V \cdot \Delta T \quad (5)$$

Sendo:

$$Q = \Delta \varepsilon_{\text{pot}} + \tau + \Delta U, \text{ vem:}$$

$$Q = m \cdot g \cdot r \cdot \frac{\alpha}{3} \cdot \Delta T + p \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \alpha \cdot \Delta T + m \cdot c_V \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{Q}{m \cdot g \cdot r \cdot \frac{\alpha}{3} + p \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \alpha + m \cdot c_V}$$

$$\Delta T = \frac{3Q}{m \cdot g \cdot r \cdot \alpha + 4p \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \alpha + 3 \cdot m \cdot c_V}$$

Sendo $\Delta T = T_f - T$, obtemos a temperatura final:

$$T_f = T + \frac{3Q}{m \cdot g \cdot r \cdot \alpha + 4p \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \alpha + 3 \cdot m \cdot c_V}$$

OBJETIVO

OBJETIVO

OBJETIVO

OBJETIVO

OBJETIVO

OBJETIVO

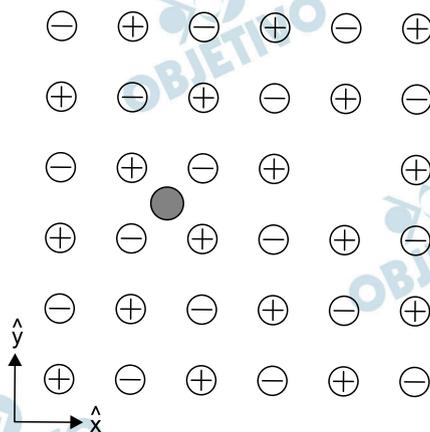
OBJETIVO

OBJETIVO

OBJETIVO

23

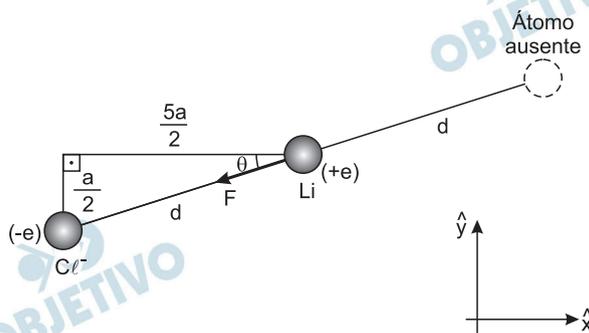
A figura mostra parte de uma camada de um cristal tridimensional infinito de sal de cozinha, em que a distância do átomo de Na ao de seu vizinho Cl é igual a a . Considere a existência dos seguintes defeitos neste cristal: ausência de um átomo de Cl e a presença de uma impureza de lítio (esfera cinza), cuja carga é igual à fundamental $+e$, situada no centro do quadrado formado pelos átomos de Na e Cl. Obtenha as componentes F_x e F_y da força eletrostática resultante $\vec{F} = F_x \hat{x} + F_y \hat{y}$ que atua no átomo de lítio.



Dê sua resposta em função de e , a e da constante de Coulomb K_0 .

Resolução

Se não houvesse o defeito da ausência do átomo de cloro, a distribuição de átomos de Na e Cl seria simétrica em relação à impureza (átomo de lítio). Logo, a força eletrostática resultante sobre ela seria nula. Com a ausência do átomo de cloro, a força resultante sobre o átomo de lítio é dada pela ação do átomo de cloro simétrico ao átomo ausente:



$$d^2 = \left(\frac{5a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$d^2 = \frac{26a^2}{4} = \frac{13a^2}{2}$$

$$F = K_0 \cdot \frac{e \cdot e}{d^2}$$

$$F = K_0 \cdot \frac{e^2}{13a^2/2} \Rightarrow F = K_0 \cdot \frac{2e^2}{13a^2}$$

$$\vec{F} = F_x \cdot \hat{x} + F_y \cdot \hat{y}$$

$$\vec{F} = (-F \cdot \cos \theta) \cdot \hat{x} + (-F \sin \theta) \cdot \hat{y}$$

$$\vec{F} = -K_0 \cdot \frac{2e^2}{13a^2} \cdot \frac{5a/2}{\sqrt{13a^2/2}} \cdot \hat{x} - K_0 \cdot \frac{2e^2}{13a^2} \cdot \frac{a/2}{\sqrt{13a^2/2}} \cdot \hat{y}$$

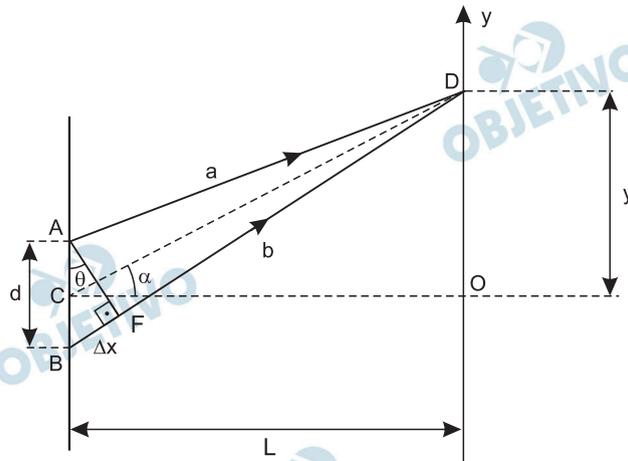
$$\vec{F} = -K_0 \cdot \frac{e^2}{13a^2} \cdot \frac{5}{\sqrt{13/2}} \cdot \hat{x} - K_0 \cdot \frac{e^2}{13a^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{13/2}} \cdot \hat{y}$$

$$\vec{F} = -K_0 \cdot \frac{e^2}{13a^2} \cdot \frac{5\sqrt{26}}{13} \cdot \hat{x} - K_0 \cdot \frac{e^2}{13a^2} \cdot \frac{\sqrt{26}}{13} \cdot \hat{y}$$

$$\vec{F} = -K_0 \cdot \frac{e^2 \cdot 5\sqrt{26}}{169a^2} \cdot \hat{x} - K_0 \cdot \frac{e^2 \cdot \sqrt{26}}{169a^2} \cdot \hat{y}$$

Em uma experiência de interferência de Young, uma luz magenta, constituída por uma mistura de luz vermelha (de comprimento de onda de 660 nm) e luz azul (comprimento de onda de 440 nm) de mesma intensidade da luz vermelha, incide perpendicularmente num plano onde atravessa duas fendas paralelas separadas de $22,0 \mu\text{m}$ e alcança um anteparo paralelo ao plano, a $5,00 \text{ m}$ de distância. Neste, há um semieixo Oy perpendicular à direção das fendas, cuja origem também está a $5,00 \text{ m}$ do ponto médio entre estas. Obtenha o primeiro valor de $y > 0$ onde há um máximo de luz magenta (intensidades máximas de vermelho e azul no mesmo local). Se necessário, utilize $\tan \theta \cong \sin \theta$, para $\theta \ll 1 \text{ rad}$.

Resolução



A figura mostra a diferença de percursos entre os feixes luminosos a e b . Para ângulos menores que 1 rad , $\alpha \cong \theta$.

Do triângulo COD, temos:

$$\text{tg } \alpha = \frac{y}{L}$$

Do triângulo ABF, temos: $\text{sen } \theta = \frac{\Delta x}{d} \cong \text{tg } \theta$

Como $\alpha \cong \theta$, temos

$$\frac{y}{L} = \frac{\Delta x}{d}$$

$$\Delta x = \frac{y}{L} d \quad (\text{I})$$

Para interferência construtiva entre a e b , no ponto D, a diferença de fase entre os feixes deve ser múltipla par de $\pi \text{ rad}$:

$$\Delta \varphi = 2k\pi, k = 0; 1; 2; 3; \dots$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$$

$$2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} = 2k\pi$$

$$\Delta x = k\lambda$$

Da equação (I), temos:

$$k\lambda = \frac{y}{L} d$$

$$y = \frac{k}{d} L \lambda \text{ (II)}$$

Para a luz vermelha, temos:

$$y_V = \frac{k_V}{d} L \lambda_V$$

Para a luz azul, temos:

$$y_A = \frac{k_A}{d} L \lambda_A$$

O problema pede que

$$y_V = y_A$$

$$\frac{k_V}{d} L \lambda_V = \frac{k_A}{d} L \lambda_A$$

$$k_V \cdot 660 \cdot 10^{-9} = k_A \cdot 440 \cdot 10^{-9}$$

$$3k_V = 2k_A$$

Tal proporção é satisfeita pela primeira vez quando $k_V = 2$ e $k_A = 3$, ou seja, o 2.º máximo para a luz vermelha e o 3.º máximo para a luz azul. Ambos coincidem no mesmo ponto do eixo Oy.

De fato, temos:

$$y_V = \frac{2}{22,0 \cdot 10^{-6}} \cdot 5,00 \cdot 660 \cdot 10^{-9}(\text{m})$$

$$y_V = 3,00 \cdot 10^{-1}\text{m}$$

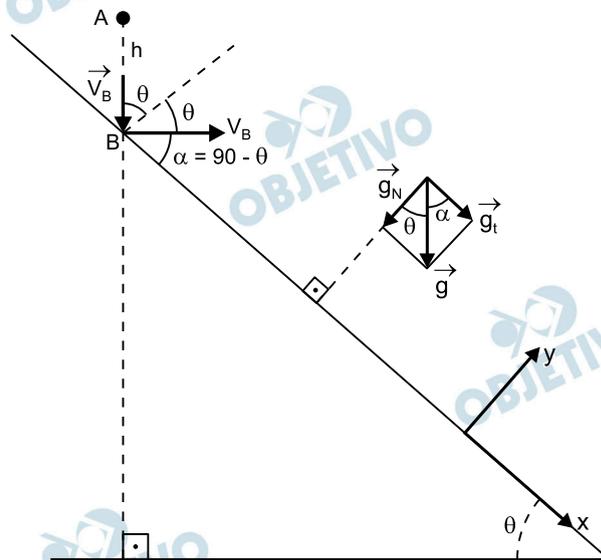
$$y_A = \frac{3}{22,0 \cdot 10^{-6}} \cdot 5,00 \cdot 440 \cdot 10^{-9}(\text{m})$$

$$y_A = 3,00 \cdot 10^{-1}\text{m}$$

$$\text{Resposta: } y_V = y_A = 3,00 \cdot 10^{-1}\text{m}$$

Partindo do repouso, uma bolinha cai verticalmente sobre um plano inclinado de um ângulo θ com relação à horizontal, originando seguidos choques perfeitamente elásticos. Se d é a distância inicial da bolinha ao plano, obtenha, em função de d , n e θ , a distância do ponto do n -ésimo choque em relação ao ponto do primeiro choque.

Resolução



1) De A para B:

$$V_B^2 = 2 g h$$

2) $g_N = g \cos \theta$

$$g_T = g \cos \alpha = g \sin \theta$$

3) Na direção y:

$$V_y = V_{B_y} - g_N \cdot T_S$$

$$0 = V_B \cos \theta - g \cos \theta T_S$$

$$T_S = \frac{V_B}{g}$$

O tempo de voo é:

$$T = 2T_S = \frac{2V_B}{g}$$

4) O tempo entre colisões sucessivas é sempre o mesmo.

Para a n -ésima colisão:

$$T_n = (n - 1) T = (n - 1) \frac{2V_B}{g}$$

5) Na direção x:

$$\Delta S_x = V_{Bx} T_n + \frac{g_T}{2} T_n^2$$

$$D = V_B \operatorname{sen} \theta (n-1) \frac{2V_B}{g} + \frac{g \operatorname{sen} \theta (n-1)^2 4V_B^2}{2g^2}$$

$$D = \frac{2V_B^2 \operatorname{sen} \theta (n-1)}{g} + \frac{2V_B^2 \operatorname{sen} \theta (n-1)^2}{g}$$

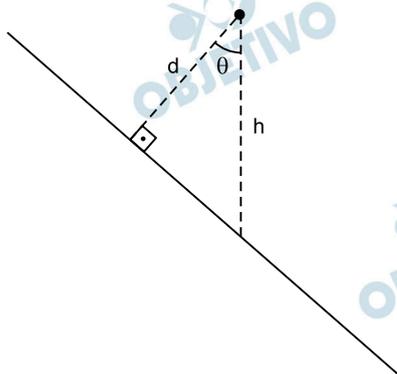
$$D = \frac{2V_B^2 \operatorname{sen} \theta (n-1) (1+n-1)}{g}$$

$$D = \frac{2V_B^2 \operatorname{sen} \theta (n^2 - n)}{g}$$

Como $V_B^2 = 2gh$, vem:

$$D = \frac{2 \cdot 2gh \operatorname{sen} \theta (n^2 - n)}{g}$$

$D = 4h \operatorname{sen} \theta (n^2 - n)$

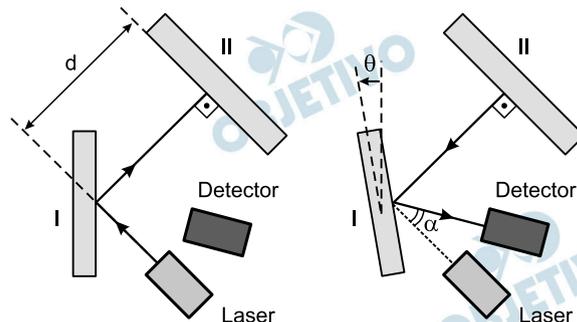


Sendo $h = \frac{d}{\cos \theta}$, vem:

$$D = 4 \cdot \frac{d}{\cos \theta} \cdot \operatorname{sen} \theta (n^2 - n)$$

Resposta: $D = 4d \operatorname{tg} \theta (n^2 - n)$

O aparato esquematizado na figura mede a velocidade da luz usando o método do espelho rotativo de Foucault, em que um feixe de laser é refletido por um espelho rotativo I, que gira a velocidade angular ω constante, sendo novamente refletido por um espelho estacionário II a uma distância d . Devido ao tempo de percurso do feixe, o espelho rotativo terá girado de um ângulo θ quando o feixe retornar ao espelho I, que finalmente o deflete para o detector.



- Obtenha o ângulo α do posicionamento do detector em função de θ .
- Determine a velocidade da luz em função de d , ω e θ .
- Explique como poderá ser levemente modificado este aparato experimental para demonstrar que a velocidade da luz na água é menor que no ar.

Resolução

- O raio refletido pelo espelho rotativo (I) gira o dobro do ângulo de rotação do espelho, logo:

$$\alpha = 2\theta$$

- Para um mesmo intervalo de tempo Δt , tem-se:
Para o espelho rotativo (I):

$$\omega = \frac{\theta}{\Delta t} \quad (\theta \text{ em radianos})$$

Para o raio luminoso que se reflete sucessivamente nos espelhos (I) e (II):

$$c = \frac{2d}{\Delta t}$$

$$\text{Logo: } \frac{c}{\omega} = \frac{2d}{\theta} \Rightarrow c = \frac{2d\omega}{\theta}$$

- Pode-se, por exemplo, deslocar o detector no sentido anti-horário, de modo a afastá-lo da fonte laser. Como, na água, a luz é mais lenta, o espelho rotativo (I) girará de um ângulo maior que θ , fazendo com que o laser atinja o detector em uma posição mais afastada.

Pontos quânticos são nanoestruturas que permitem a manipulação do estado quântico de um único elétron, sendo um caminho promissor para a Computação Quântica. Em primeira aproximação, um ponto quântico confina elétrons com um potencial semelhante ao de um oscilador harmônico, isto é, com uma energia potencial do tipo $V(x) = m\omega^2 x^2/2$, em que x é a posição da partícula em relação ao ponto de equilíbrio, m é a massa da partícula confinada, $\omega = \sqrt{k/m}$ e k é a “constante de mola” (embora não seja este um conceito apropriado no mundo quântico). De acordo com a Mecânica Clássica, a energia mecânica deste oscilador pode variar continuamente de zero até infinito. Por outro lado, na Mecânica Quântica, a energia deste oscilador varia de forma discreta, de acordo com a expressão $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$, em que n pode assumir os valores 0, 1, 2, Na descrição quântica do oscilador harmônico, o menor valor possível para a energia mecânica é $\hbar\omega/2$, diferentemente do previsto na Mecânica Clássica. Explique por que não é possível haver energia igual a zero na descrição quântica do oscilador harmônico.

Resolução

De acordo com o Princípio da Incerteza de Heisenberg, o produto das incertezas nas medidas de posição e quantidade de movimento não pode ser nulo.

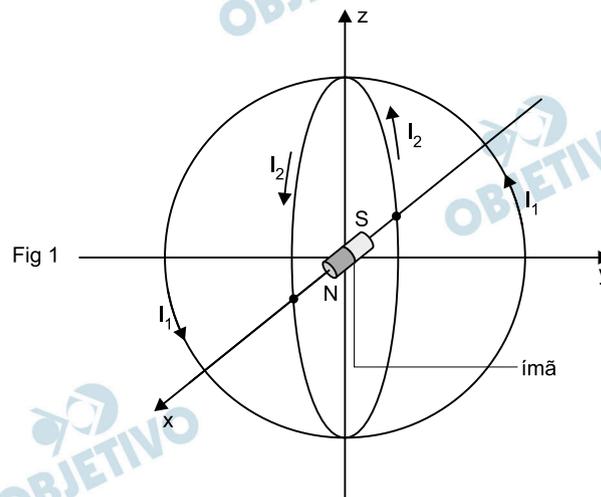
Para energia igual a zero, a quantidade de movimento também será nula e a incerteza na medida da quantidade de movimento seria nula, contrariando o Princípio da Incerteza.

Duas espiras verticais estacionárias com aproximadamente o mesmo diâmetro d , perpendiculares e isoladas eletricamente entre si, têm seu centro comum na origem de um sistema de coordenadas xyz , na qual também está centrado um ímã cilíndrico de comprimento $\ell \ll d$ e raio $r \ll \ell$. O ímã tem seu polo norte no semieixo x positivo e pode girar livremente em torno do eixo vertical z , sendo mantido no plano xy . Numa das espiras, situada no plano yz , circula uma corrente $I_1 = i \cos(\omega t)$, cujo sentido positivo é o anti-horário visto do semieixo x positivo, e na outra circula uma corrente $I_2 = i \sin(\omega t)$, cujo sentido positivo é o anti-horário visto do semieixo y positivo.

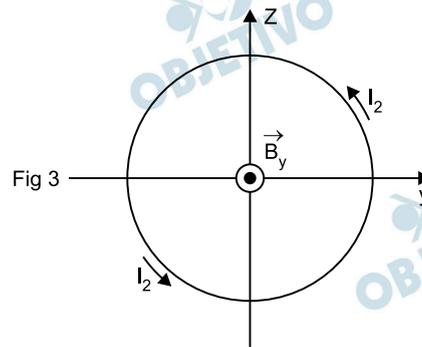
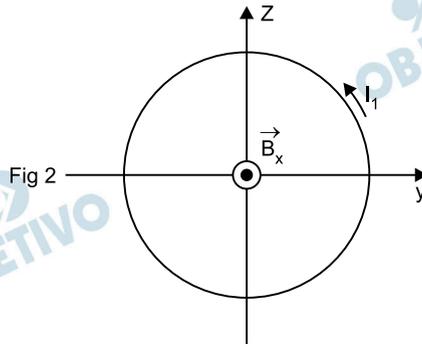
- Desprezando a diferença de diâmetro entre as espiras, obtenha o campo magnético \vec{B} na origem devido às correntes I_1 e I_2 , na forma $B_x \hat{x} + B_y \hat{y}$.
- Explique, por que, partindo do repouso em $t = 0$, o ímã adquire um movimento de rotação em torno de z . Em que sentido (horário ou anti-horário, visto a partir do semieixo z positivo) ocorre este giro?
- Ao se aumentar gradativamente a frequência angular ω das correntes, nota-se que o ímã passa a girar cada vez mais rápido. Contudo, com o ímã inicialmente em repouso e se são repentinamente aplicadas correntes I_1 e I_2 de alta frequência angular, nota-se que o ímã praticamente não se move. Explique a(s) razão(ões).

Resolução

As duas espiras estão acopladas como se mostra na figura 1:



a) Campo magnético no centro de cada espira:



$$B_x = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{d}$$

$$B_y = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{d}$$

$$\vec{B}_{res} = B_x \hat{x} + B_y \hat{y}$$

$$\vec{B}_{res} = \frac{\mu_0 I_1}{d} \hat{x} + \frac{\mu_0 I_2}{d} \hat{y}$$

Sendo

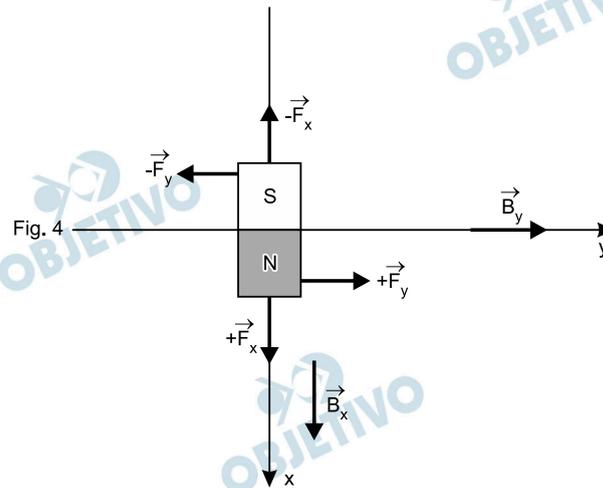
$$I_1 = i \cdot \cos(\omega t)$$

$$I_2 = i \cdot \sin(\omega t)$$

Temos:

$$\vec{B}_{res} = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot \cos(\omega t)}{d} \hat{x} + \frac{\mu_0 \cdot i \cdot \sin(\omega t)}{d} \hat{y}$$

- b) Um observador no semieixo positivo z , olhando para o ímã, vê a figura 4.

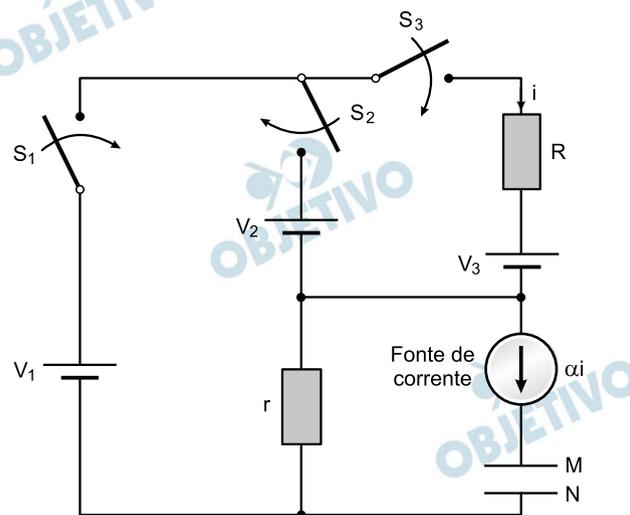


As forças $+ \vec{F}_x$ e $- \vec{F}_x$, devidas ao campo \vec{B}_x , se anulam.

As forças $+ \vec{F}_y$ e $- \vec{F}_y$, devidas ao campo \vec{B}_y , formam um binário e o ímã adquire um movimento de rotação no sentido anti-horário, visto pelo observador.

- c) Aumentando gradativamente a frequência angular, a intensidade da corrente $I_2 = i \cdot \text{sen}(\omega t)$ é também gradativamente crescente e o ímã parte do repouso e passa a girar cada vez mais rápido. Se, no entanto, forem aplicadas correntes de alta frequência angular, as forças magnéticas $+ \vec{F}_y$ e $- \vec{F}_y$ trocam rapidamente de sentido e o ímã tende a oscilar em torno de sua posição inicial, ou seja, praticamente não se movimenta.

Uma fonte de corrente é um dispositivo que fornece uma corrente invariável independentemente da tensão entre seus terminais. No circuito da figura, a corrente αi produzida pela fonte é proporcional à corrente i que circula no resistor R . Inicialmente descarregadas, as placas M e N são carregadas após o fechamento das chaves S_1 , S_2 e S_3 , que serão novamente abertas após um intervalo de tempo T . A placa M é então retirada do circuito e é posta em contato com um condutor C descarregado (não mostrado na figura), ao qual transfere uma fração f de sua carga. Em seguida, com esse contato desfeito, o condutor C é totalmente descarregado. Na sequência, o mesmo procedimento é aplicado à placa N , a qual transfere a C a mesma fração f de sua carga, sendo então o contato desfeito e descarregando-se novamente C . Quando M e N são reintroduzidas no circuito, com as respectivas cargas remanescentes (de mesmo módulo, mas de sinais opostos), as chaves S_1 , S_2 e S_3 são fechadas outra vez, permanecendo assim durante o intervalo de tempo T , após o que são novamente abertas. Então, como antes, repetem-se os contatos entre cada placa e C , e este processo de carga/descarga das placas é repetido indefinidamente.



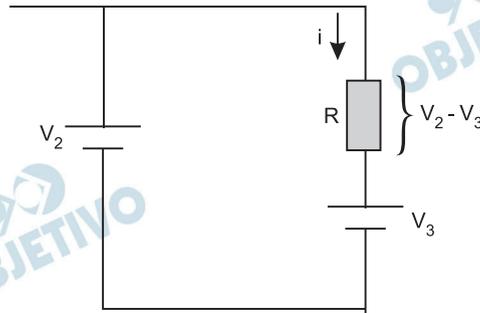
Nestas condições, considerando os sucessivos processos de transferência de carga entre M e C , e N e C , determine a carga q de M após todo esse procedimento em função de α , f , r , R , V_1 , V_2 , V_3 e T . Considere $V_3 < V_2 < V_1$.

Resolução

O gerador de corrente é um dispositivo eletrônico que fornece, nesse caso, a corrente $\alpha \cdot i$ independentemente da tensão elétrica.

O capacitor receberá sempre a mesma carga elétrica $Q = \alpha \cdot i \cdot T$, independentemente de sua tensão inicial ou carga remanescente.

1. Cálculo da intensidade i da corrente:



$$V_2 - V_3 = R \cdot i \Rightarrow i = \frac{V_2 - V_3}{R} \quad (1)$$

2. Cálculo da carga Q :

$$Q = \alpha \cdot i \cdot T \Rightarrow Q = \alpha \cdot T \left(\frac{V_2 - V_3}{R} \right) \quad (2)$$

3. Contatos sucessivos da placa M com o corpo C:

Cada ciclo será constituído por uma carga e descarga.

1.º ciclo

carga inicial: Q

carga remanescente, após a descarga:

$$Q' = Q - f \cdot Q = Q(1 - f)$$

2.º ciclo

carga: $Q(1 - f) + Q$

$$\text{descarga: } [Q(1 - f) + Q](1 - f) = Q[(1 - f)^2 + (1 - f)]$$

3.º ciclo

carga: $Q[(1 - f)^2 + (1 - f)] + Q$

$$\begin{aligned} \text{descarga: } & Q[(1 - f)^2 + (1 - f) + Q](1 - f) = \\ & = Q[(1 - f)^3 + (1 - f)^2 + (1 - f)] \end{aligned}$$

⋮
⋮
⋮

Enésimo ciclo

carga remanescente final: q

$$q = Q[(1 - f)^n + (1 - f)^{n-1} + \dots + (1 - f)] \quad (3)$$

Temos, entre colchetes, uma soma de infinitos termos de uma PG de razão $(1 - f) < 1$ e cujo primeiro termo é também $(1 - f)$.

$$S_n = \frac{a_1}{1-r} = \frac{(1-f)}{f}$$

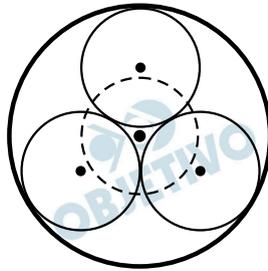
A equação (3) pode ser escrita assim:

$$q = Q \left(\frac{1-f}{f} \right) \quad (4)$$

Substituindo (2) em (4):

$$q = \left[\frac{\alpha T (V_2 - V_3)}{R} \right] \cdot \left(\frac{1-f}{f} \right)$$

Um recipiente cilíndrico vertical contém em seu interior três esferas idênticas de mesmo peso P que são tangentes entre si e também à parede interna do recipiente. Uma quarta esfera, idêntica às anteriores, é então sobreposta às três esferas como ilustrado em pontilhado.

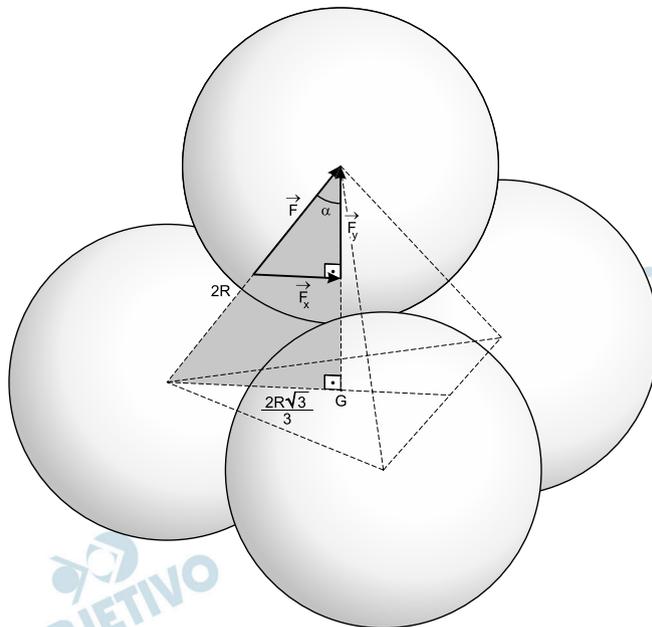


Determine as respectivas intensidades das forças normais em função de P que a parede do recipiente exerce nas três esferas.

Resolução

Os centros das quatro esferas posicionam-se nos vértices de um tetraedro regular, de aresta $2R$, conforme a figura.

Sendo G o baricentro do triângulo equilátero da base desse tetraedro, temos:



$$\text{sen } \alpha = \frac{2R\sqrt{3}}{3 \cdot 2R}$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \frac{3}{9}$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$F_y = F \cos\alpha \Rightarrow F_y = F \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Para que a esfera situada sobre as outras três permaneça em equilíbrio na vertical:

$$3F_y = P \Rightarrow 3F \frac{\sqrt{6}}{3} = P \Rightarrow F = \frac{P}{\sqrt{6}}$$

$$F = \frac{P\sqrt{6}}{6}$$

As três esferas de baixo recebem da esfera de cima esforços que tendem a separá-las. Isso significa que essas esferas praticamente não estabelecem contato entre si, recebendo exclusivamente forças de contato N_x e N_y das paredes do cilindro e as forças de contato F da esfera de cima.

Para o equilíbrio horizontal de cada uma das três esferas de baixo, devemos ter:

$$N_x = F_x \Rightarrow N_x = F \operatorname{sen}\alpha \Rightarrow N_x = \frac{P\sqrt{6}}{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Da qual:
$$N_x = \frac{P\sqrt{2}}{6}$$

Para o equilíbrio vertical de cada uma das três esferas de baixo, devemos ter:

$$N_y = P + F_y \Rightarrow N_y = P + F \cos\alpha$$

$$N_y = P + \frac{P\sqrt{6}}{6} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Da qual:
$$N_y = \frac{4}{3}P$$