

# FÍSICA

**Quando precisar use os seguintes valores para constantes:** Aceleração da gravidade:  $10 \text{ m/s}^2$ . Calor específico da água;  $1,0 \text{ cal/g.K}$ . Conversão de unidade:  $1,0 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$ . Massa específica da água:  $1 \text{ g/cm}^3$ . Massa da Terra:  $6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$ . Raio da Terra:  $6,4 \times 10^6 \text{ m}$ . Constante de Boltzman:  $k_B = 1,4 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ . Constante dos gases:  $R = 8,3 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ . Massa atômica de alguns elementos químicos:  $M_C = 12\text{u}$ ,  $M_O = 16\text{u}$ ,  $M_N = 14\text{u}$ ,  $M_{Ar} = 40\text{u}$ ,  $M_{Ne} = 20\text{u}$ ,  $M_{He} = 4\text{u}$ . Velocidade do som no ar:  $340 \text{ m/s}$ . Massa específica do mercúrio:  $13,6 \text{ g/cm}^3$ . Permeabilidade magnética do vácuo:  $4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}$ . Constante de Gravitação universal  $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg.s}^2$ .

## 1

Ondas gravitacionais foram previstas por Einstein em 1916 e diretamente detectadas pela primeira vez em 2015. Sob determinadas condições, um sistema girando com velocidade angular  $\omega$  irradia tais ondas com potência proporcional a  $Gc^\beta Q^\gamma \omega^\delta$ , em que  $G$  é a constante de gravitação universal;  $c$ , a velocidade da luz e  $Q$ , uma grandeza que tem unidade em  $\text{kg.m}^2$ . Assinale a opção correta.

- a)  $\beta = -5$ ,  $\gamma = 2$ , e  $\delta = 6$
- b)  $\beta = -3/5$ ,  $\gamma = 4/3$ , e  $\delta = 4$
- c)  $\beta = -10/3$ ,  $\gamma = 5/3$ , e  $\delta = 5$
- d)  $\beta = 0$ ,  $\gamma = 1$ , e  $\delta = 3$
- e)  $\beta = -10$ ,  $\gamma = 3$  e  $\delta = 9$

### Resolução

$$\text{Pot} = kGc^\beta Q^\gamma \omega^\delta$$

1) Equação dimensional de  $G$ :

$$F = \frac{G M m}{d^2} \Rightarrow M L T^{-2} = \frac{[G] M^2}{L^2}$$

$$[G] = M^{-1} L^3 T^{-2}$$

2)  $[\text{Pot}] = M L^2 T^{-3}$

$$[c] = L T^{-1}$$

$$[Q] = M L^2$$

$$[\omega] = T^{-1}$$

3)  $M L^2 T^{-3} = M^{-1} L^3 T^{-2} (L T^{-1})^\beta (M L^2)^\gamma (T^{-1})^\delta$

$$M L^2 T^{-3} = M^{-1+\gamma} L^{3+\beta+2\gamma} T^{-2-\beta-\delta}$$

Identificando os expoentes:

$$-1 + \gamma = 1 \Rightarrow \gamma = 2$$

$$3 + \beta + 2\gamma = 2 \Rightarrow 3 + \beta + 4 = 2 \Rightarrow \beta = -5$$

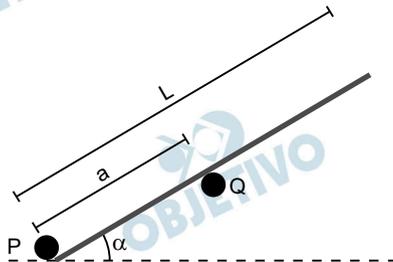
$$-2 - \beta - \delta = -3 \Rightarrow -2 + 5 - \delta = -3 \Rightarrow \delta = 6$$

Resposta: **A**



## 2

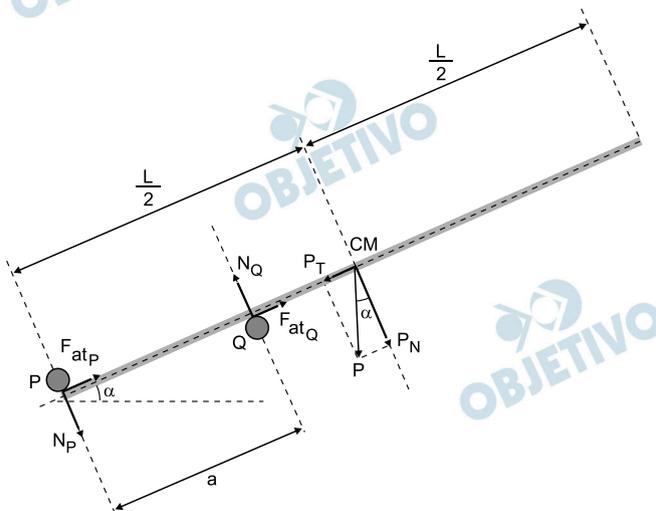
Um bastão rígido e uniforme, de comprimento  $L$ , toca os pinos  $P$  e  $Q$  fixados numa parede vertical, interdistantes de  $a$ , conforme a figura. O coeficiente de atrito entre cada pino e o bastão é  $\mu$ , e o ângulo deste com a horizontal é  $\alpha$ .



Assinale a condição em que se torna possível o equilíbrio estático do bastão.

- a)  $L \geq a (1 + \tan \alpha / \mu)$
- b)  $L \geq a (-1 + \tan \alpha / \mu)$
- c)  $L \geq a (1 + \tan \alpha / 2\mu)$
- d)  $L \geq a (-1 + \tan \alpha / 2\mu)$
- e)  $L \geq a (1 + \tan \alpha / \mu) / 2$

### Resolução



1) Para o equilíbrio da barra, devemos ter:

$$N_P + P_N = N_Q \quad (\text{I})$$

$$F_{atQ} + F_{atP} = P_T \quad (\text{II})$$

$$\text{Mas } F_{atQ} \leq \mu N_Q$$

$$F_{atP} \leq \mu N_P$$

Assim:

$$F_{atQ} + F_{atP} \leq \mu (N_Q + N_P) \quad (\text{III})$$

Substituindo II em III, vem:

$$P_T \leq \mu (N_Q + N_P) \quad (\text{IV})$$

- 2) O somatório dos momentos de força em relação ao ponto P deve ser nulo. Assim:

$$P_N \cdot \frac{L}{2} = N_Q \cdot a$$

$$N_Q = P_N \frac{L}{2a} \quad (\text{V})$$

- 3) Substituindo-se V em I, vem:

$$N_P + P_N = N_Q$$

$$N_P + P_N = P_N \frac{L}{2a}$$

$$N_P = P_N \left( \frac{L}{2a} - 1 \right) \quad (\text{VI})$$

- 4) Finalmente, substituindo-se V e VI em IV, temos:

$$P_T \leq \mu (N_Q + N_P)$$

$$P_T \leq \mu \left( P_N \frac{L}{2a} + P_N \left( \frac{L}{2a} - 1 \right) \right)$$

$$P_T \leq \mu P_N \left( \frac{L}{a} - 1 \right)$$

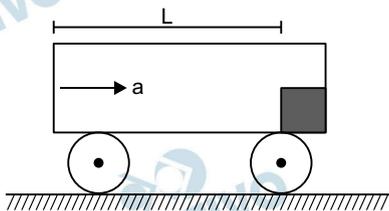
$$P \sin \alpha \leq \mu P \cos \alpha \left( \frac{L}{a} - 1 \right)$$

$$\frac{\text{tg } \alpha}{\mu} \leq \frac{L}{a} - 1$$

$$L \geq a \left( 1 + \frac{\text{tg } \alpha}{\mu} \right)$$

Resposta: **A**

Na figura, o vagão move-se a partir do repouso sob a ação de uma aceleração  $a$  constante. Em decorrência, desliza para trás o pequeno bloco apoiado em seu piso de coeficiente de atrito  $\mu$ .



No instante em que o bloco percorrer a distância  $L$ , a velocidade do bloco, em relação a um referencial externo, será igual a

- a)  $g \sqrt{L} / \sqrt{a - \mu g}$
- b)  $g \sqrt{L} / \sqrt{a + \mu g}$
- c)  $\mu g \sqrt{L} / \sqrt{a - \mu g}$
- d)  $\mu g \sqrt{2L} / \sqrt{a - \mu g}$
- e)  $\mu g \sqrt{2L} / \sqrt{a + \mu g}$

#### Resolução

**Cálculo do módulo  $a'$  da aceleração do bloco relativa ao vagão.**

Para um referencial no vagão, o bloco está sujeito a uma força de inércia de módulo  $ma$  e dirigida para a esquerda.



- 2) Cálculo do tempo gasto  $T$  pelo bloco para percorrer a distância  $L$ .

$$\Delta s_{rel} = v_{0rel} t + \frac{a'}{2} t^2$$

$$L = \frac{a - \mu g}{2} T^2 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2L}{a - \mu g}}$$

- 3) Cálculo do módulo  $V'$  da velocidade do bloco relativo ao vagão:

$$V' = V'_0 + a't$$

$$V' = (a - \mu g) \sqrt{\frac{2L}{a - \mu g}}$$

- 4) Cálculo do módulo  $V_v$  da velocidade do vagão após o intervalo de tempo  $T$ :

$$V_v = V_0 + a t$$

$$V_v = a \sqrt{\frac{2L}{a - \mu g}}$$

- 5) Cálculo do módulo  $V_R$  da velocidade do bloco relativa ao solo terrestre:

$$\vec{V}_R = \vec{V}' + \vec{V}_v$$

$$|\vec{V}_R| = V_v - V'$$

$$|\vec{V}_R| = a \sqrt{\frac{2L}{a - \mu g}} - (a - \mu g) \sqrt{\frac{2L}{a - \mu g}}$$

$$|\vec{V}_R| = \sqrt{\frac{2L}{a - \mu g}} [a - (a - \mu g)]$$

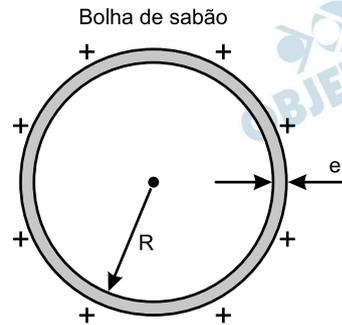
$$|\vec{V}_R| = \frac{\mu g \sqrt{2L}}{\sqrt{a - \mu g}}$$

Resposta: **D**

Carregada com um potencial de 100V, flutua no ar uma bolha de sabão condutora de eletricidade, de 10cm de raio e  $3,3 \times 10^{-6}$  cm de espessura. Sendo a capacitância de uma esfera condutora no ar proporcional ao seu raio, assinale o potencial elétrico da gota esférica formada após a bolha estourar.

- a) 6kV    b) 7kV    c) 8kV    d) 9kV    e) 10kV

### Resolução



Superfície esférica inicial com espessura  
 $e = 3,3 \times 10^{-6}$  cm

- 1) Carga inicial da bolha:

Potencial inicial:

$$V_0 = 100V$$

Raio externo:  $R = 10$  cm

$$C_0 = k R$$

$$Q_0 = C_0 \cdot V_0$$

$$Q_0 = k \cdot R \cdot V_0 \quad \textcircled{1}$$

- 2) Vamos admitir que, após a bolha estourar, toda a sua massa seja preservada e que ela não perca carga elétrica. Assim, ela vai transformar-se numa gota esférica, maciça, de raio  $r$ , cujo volume é:

$$V_f = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \textcircled{2}$$

- 3) Cálculo do volume da casca esférica de espessura  $e$ .

Como a espessura é muito menor que o raio  $R$ , seu volume pode ser calculado aproximadamente por:

$$\Delta V = A_{\text{sup}} \cdot e = 4\pi R^2 \cdot e \quad \textcircled{3}$$

- 4) Raio da gota esférica:

$$\textcircled{2} = \textcircled{3} \Rightarrow \frac{4}{3} \pi r^3 = 4\pi R^2 \cdot e$$

$$r^3 = 3 \cdot R^2 \cdot e$$

$$r^3 = 3 \cdot 10^2 \cdot 3,3 \cdot 10^{-6} \text{cm}^3 \Rightarrow r^3 = 990 \cdot 10^{-6} \text{cm}^3$$

$$r = \sqrt[3]{990 \cdot 10^{-6}} \text{cm}$$

$$r \cong 9,96 \cdot 10^{-2} \text{cm}$$

$$r \cong 1,0 \cdot 10^{-1} \text{cm}$$

5) Carga final da gota:

$$Q_f = C_f \cdot V_f$$

$$Q_f = k \cdot r \cdot V_f \quad \textcircled{4}$$

Sendo as duas cargas iguais:

$$Q_f = Q_0$$

$$k \cdot r \cdot V_f = k \cdot R \cdot V_0$$

$$V_f = \frac{R \cdot V_0}{r}$$

$$V_f = \frac{10 \cdot 100\text{V}}{1,0 \cdot 10^{-1}} \text{ (com } r \text{ e } R \text{ em cm)}$$

$$V_f = 10 \cdot 10^3\text{V} \text{ ou } V_f = 10\text{kV}$$

Resposta:  E

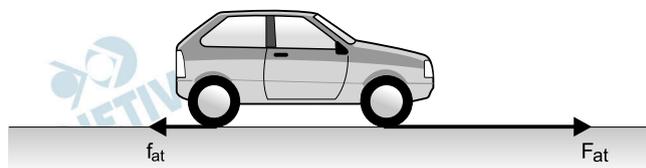
Considere um automóvel com tração dianteira movendo-se aceleradamente para a frente. As rodas dianteiras e traseiras sofrem forças de atrito respectivamente para:

- a) frente e frente.
- b) frente e trás.
- c) trás e frente.
- d) trás e trás
- e) frente e não sofrem atrito.

**Resolução**

Na roda dianteira com tração, o pneu exerce sobre o solo uma força de atrito para trás e recebe do solo, pela lei da ação e reação, uma força de atrito para frente.

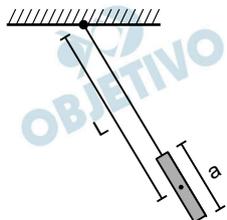
Na roda traseira sem tração (roda parasita), o pneu exerce sobre o solo uma força de atrito para frente e recebe do solo, pela lei da ação e reação, uma força de atrito para trás.



$$F_{at} > f_{at}$$

Resposta: **B**

Na figura, um tubo fino e muito leve, de área de seção reta  $S$  e comprimento  $a$ , encontra-se inicialmente cheio de água de massa  $M$  e massa específica  $\rho$ . Graças a uma haste fina e de peso desprezível, o conjunto forma um pêndulo simples de comprimento  $L$  medido entre o ponto de suspensão da haste e o centro de massa inicial da água. Posto a oscilar, no instante inicial começa a pingar água pela base do tubo a uma taxa constante  $r = -\Delta M/\Delta t$ .



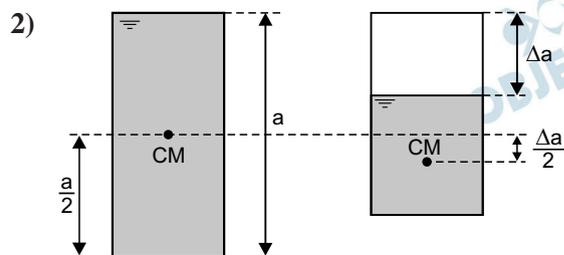
Assinale a expressão da variação temporal do período do pêndulo.

- a)  $2\pi\sqrt{L} / \sqrt{g}$   
 b)  $2\pi \sqrt{\rho LS - rt} / \sqrt{\rho Sg}$   
 c)  $2\pi \sqrt{\rho LS + rt} / \sqrt{\rho Sg}$   
 d)  $2\pi \sqrt{2\rho LS - rt} / \sqrt{2\rho Sg}$   
 e)  $2\pi \sqrt{2\rho LS + rt} / \sqrt{2\rho Sg}$

#### Resolução

- 1) De acordo com o texto:  $r = -\frac{\Delta M}{\Delta t}$

Considerando-se que a massa  $M$  diminui, então  $\Delta M$  é negativo, resultando para a taxa  $r$  um valor positivo.



Quando o nível da água desce uma altura  $\Delta a$ , então o centro de massa desce uma altura  $\frac{\Delta a}{2}$

- 3) A massa inicial  $m_0$  é dada por:

$$m_0 = \rho \text{ Vol} = \rho S a$$

Como  $\rho S$  é constante, então  $|\Delta M| = \rho S \Delta a$

Dividindo-se por  $\Delta t$ :

$$\frac{|\Delta M|}{\Delta t} = \rho S \frac{\Delta a}{\Delta t}; \Delta t = t - t_0 = t$$

$$r = \rho S \frac{\Delta a}{t} \Rightarrow \Delta a = \frac{rt}{\rho S}$$

3) O novo comprimento do pêndulo  $L'$  é dado por:

$$L' = L + \frac{\Delta a}{2}$$

$$L' = L + \frac{rt}{2\rho S}$$

O período do pêndulo simples será dado por:

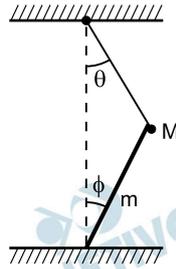
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L'}{g}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\left(L + \frac{rt}{2\rho S}\right) \cdot \frac{1}{g}}$$

$$T = \frac{2\pi \sqrt{2\rho S L + rt}}{\sqrt{2\rho S g}}$$

Resposta:  E

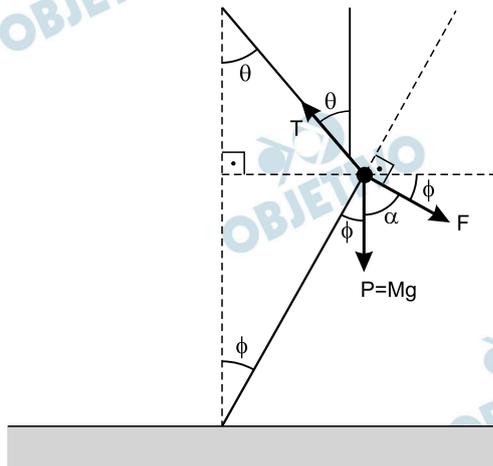
Na figura, a extremidade de uma haste delgada livre, de massa  $m$  uniformemente distribuída, apoia-se sem atrito sobre a massa  $M$  do pêndulo simples.



Considerando o atrito entre a haste e o piso, assinale a razão  $M/m$  para que o conjunto permaneça em equilíbrio estático.

- $\tan \phi / 2 \tan \theta$
- $(1 - \tan \phi) / 4 \sin \theta \cos \phi$
- $(\sin 2\phi \cot \theta - 2 \sin^2 \theta) / 4$
- $(\sin \phi \cot \theta - 2 \sin^2 \theta) / 4$
- $(\sin 2\phi \cot \theta - \sin^2 \theta) / 4$

#### Resolução



1) Para o equilíbrio da esfera  $M$ , temos:

Na direção horizontal:

$$F \cos \phi = T \sin \theta$$

$$T = \frac{F \cos \phi}{\sin \theta} \quad (1)$$

Na direção vertical, temos:

$$T \cos \theta = Mg + F \sin \phi \quad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2), vem:

$$\frac{F \cos \phi}{\sin \theta} \cdot \cos \theta = Mg + F \sin \phi$$

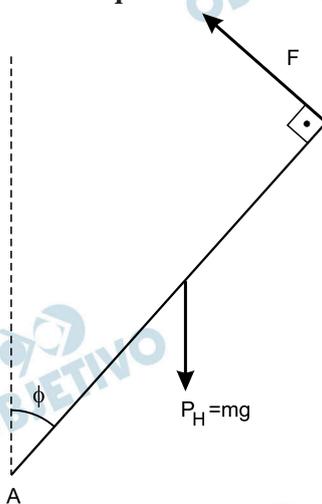
$$F \left( \frac{\cos \phi \cos \theta}{\sin \theta} - \sin \phi \right) = Mg$$

$$F (\cos \phi \cdot \cos \theta - \sin \phi \cdot \sin \theta) = Mg \sin \theta$$

$$F \cos (\theta + \phi) = Mg \sin \theta$$

$$F = \frac{Mg \sin \theta}{\cos (\theta + \phi)}$$

2) Para o equilíbrio da haste (m):



A soma dos torques, em relação ao ponto A, deve ser nula:

$$m g \cdot \frac{\ell}{2} \sin \phi = \frac{M g \sin \theta}{\cos (\theta + \phi)} \cdot \ell$$

$$\frac{M}{m} = \frac{(\cos \theta + \phi) \cdot \sin \phi}{2 \sin \theta}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{(\cos \theta \cos \phi - \sin \theta \sin \phi) \sin \phi}{2 \sin \theta}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{\sin \phi \cos \phi \cdot \cotg \theta}{2} - \frac{\sin^2 \phi}{2}$$

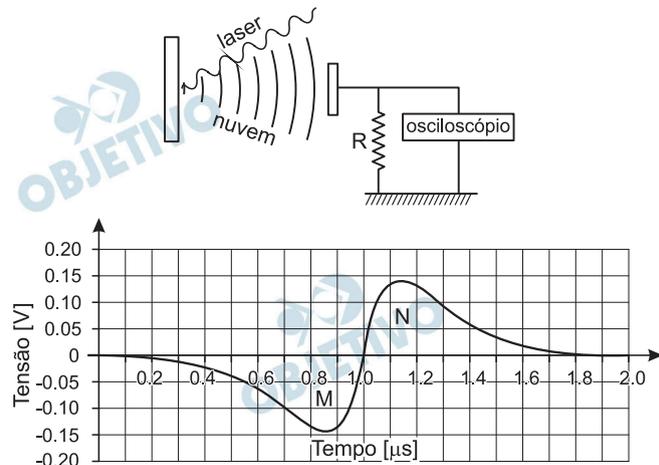
$$\frac{M}{m} = \frac{\sin 2\phi \cotg \theta - 2\sin^2 \phi}{4}$$

A opção c, que provavelmente seria a correta, apresentou  $\sin^2 \theta$  em lugar de  $\sin^2 \phi$ .

Resposta: SEM RESPOSTA

Em um experimento no vácuo, um pulso intenso de laser incide na superfície de um alvo sólido, gerando uma nuvem de cargas positivas, elétrons e átomos neutros. Uma placa metálica, ligada ao terra por um resistor  $R$  de  $50\Omega$ , é colocada a 10 cm do alvo e intercepta parte da nuvem, sendo observado no osciloscópio o gráfico da variação temporal da tensão sobre o resistor. Considere as seguintes afirmativas:

- I. A área indicada por M no gráfico é proporcional à carga coletada de elétrons, e a indicada por N é proporcional à de cargas positivas coletadas.
- II. A carga total de elétrons coletados que atinge a placa é aproximadamente do mesmo valor (em módulo) que a carga total de cargas positivas coletadas, e mede aproximadamente 1 nC.
- III. Em qualquer instante a densidade de cargas positivas que atinge a placa é igual à de elétrons.

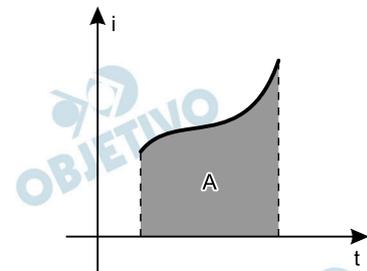


Esta(ão) correta(as) apenas

- a) I.    b) II.    c) III.    d) I e II.    e) II e III.

### Resolução

I. *Correta.*



A área sob o gráfico  $i = f(t)$  é numericamente igual ao módulo  $Q$  da carga elétrica.

$$Q = \int i dt = \text{Área}_{i \times t}$$

Dessa forma, podemos concluir que a área sob o gráfico  $U = f(t)$ , sendo  $U = Ri$ , é proporcional à carga elétrica  $Q$  de acordo com a relação:

$$RQ \cong \text{Área}_{Uxt}$$

Observamos, ainda, pelo gráfico apresentado, que para a área indicada por M os valores da tensão elétrica são negativos ( $V < 0$ ) e, portanto, deve corresponder a uma incidência de elétrons.

Analogamente, para a área indicada por N (em que  $V > 0$ ), temos uma incidência de cargas positivas.

## II. Correta.

Utilizando-se a relação apresentada na análise da afirmação I, temos:

$$RQ \cong \text{Área}_{Uxt}$$

Entretanto, como as áreas apresentadas (M ou N) não são regulares, faremos uma aproximação:

1) A área de cada unidade reticular da tela é dada por:

$$A_{\square} = 0,1 \cdot 10^{-6} \cdot 0,05 \text{ (V.s)}$$

$$A_{\square} = 5,0 \cdot 10^{-9} \text{ V.s}$$

2) Em cada uma das áreas indicadas, M ou N, temos *aproximadamente* 10 unidades reticulares. Assim:

$$RQ \cong \text{Área}_{Uxt}$$

$$RQ \cong 10 \cdot A_{\square}$$

$$50 \cdot Q \cong 10 \cdot 5,0 \cdot 10^{-9}$$

$$Q \cong 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$Q \cong 1,0 \text{ nC}$$

## III. Incorreta.

Se, a cada instante, a densidade de cargas positivas fosse igual à densidade de elétrons que atinge a placa, a carga elétrica líquida seria nula e a tensão elétrica  $V$  também seria nula, não correspondendo ao gráfico observado no osciloscópio.

Resposta: **D**

Uma placa é feita de um metal cuja função trabalho  $W$  é menor que  $h\nu$ , sendo  $\nu$  uma frequência no intervalo do espectro eletromagnético visível e  $h$  a constante de Planck. Deixada exposta, a placa interage com a radiação eletromagnética proveniente do Sol absorvendo uma potência  $P$ . Sobre a ejeção de elétrons da placa metálica nesta situação é correto afirmar que os elétrons

- não são ejetados instantaneamente, já que precisam de um tempo mínimo para acúmulo de energia.
- podem ser ejetados instantaneamente com uma mesma energia cinética para qualquer elétron.
- não podem ser ejetados pois a placa metálica apenas reflete toda a radiação.
- podem ser ejetados instantaneamente, com energia que depende da frequência da radiação absorvida e da energia do elétron no metal.
- não podem ser ejetados instantaneamente e a energia cinética após a ejeção depende da frequência da radiação absorvida e da energia do elétron no metal.

### Resolução

O efeito fotoelétrico é equacionado da seguinte maneira:

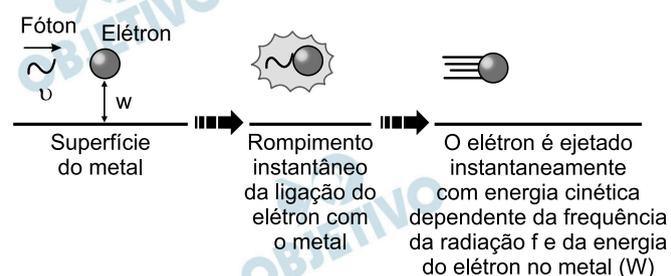
Energia cinética do elétron retirado do metal pela incidência de radiação	=	Energia do fóton que colide com o elétron	-	Função trabalho $W$ ou energia mínima para retirar o elétron da superfície do metal	(Einstein)
---	---	---	---	---	------------

$$E_c = E_{\text{fóton}} - W$$

$$E_c = h\nu - W$$

$h$  = Constante de Planck

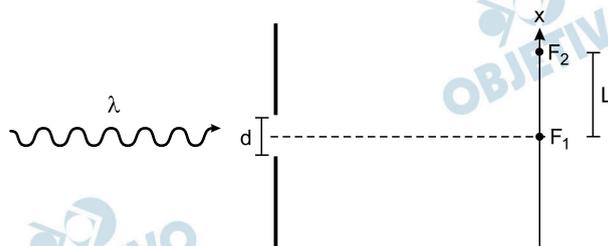
$\nu$  = frequência da radiação



A absorção instantânea do fóton pelo elétron não apresenta uma correspondência na Física Clássica.

Resposta: **D**

A figura mostra dois anteparos opacos à radiação, sendo um com fenda de tamanho variável  $d$ , com centro na posição  $x = 0$ , e o outro com dois fotodetectores de intensidade da radiação, tal que  $F_1$  se situa em  $x = 0$  e  $F_2$ , em  $x = L > 4d$ . No sistema incide radiação eletromagnética de comprimento de onda  $\lambda$  constante. Num primeiro experimento, a relação entre  $d$  e  $\lambda$  é tal que  $d \gg \lambda$ , e são feitas as seguintes afirmativas: **I.** Só  $F_1$  detecta radiação. **II.**  $F_1$  e  $F_2$  detectam radiação. **III.**  $F_1$  não detecta e  $F_2$  detecta radiação. Num segundo experimento,  $d$  é reduzido até a ordem do comprimento de  $\lambda$  e, neste caso, são feitas estas afirmativas: **IV.**  $F_2$  detecta radiação de menor intensidade que a detectada em  $F_1$ . **V.** Só  $F_1$  detecta radiação. **VI.** Só  $F_2$  detecta radiação.



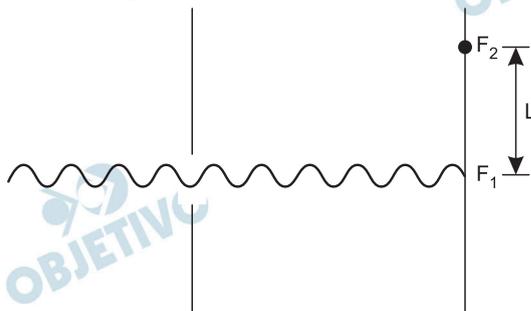
Assinale as afirmativas possíveis para a detecção da radiação em ambos os experimentos.

- a) I, II e IV
- b) I, IV e V
- c) II, IV e V
- d) III, V e VI
- e) I, IV e VI

### Resolução

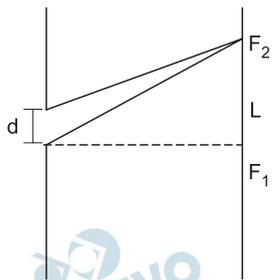
**1º experimento  $d \gg L$  e  $x = L > 4d$**

**Não ocorre difração, o feixe atravessa a fenda e somente  $F_1$  detecta radiação.**



**2º experimento  $d = \lambda$**

**Ocorre difração, o feixe atravessa a fenda,  $F_1$  continua detectando radiação, com maior intensidade, e  $F_2$  pode detectá-la com menor intensidade, desde que a diferença de percursos seja múltipla par de  $\frac{\lambda}{2}$  ou  $\frac{d}{2}$ .**



Se a diferença de percursos for múltipla ímpar de  $\frac{\lambda}{2}$ ,

ocorre interferência destrutiva em  $F_2$ , que não detecta a radiação.

I. *Correta.*

No 1º experimento, somente  $F_1$  detecta radiação.

IV. *Correta.*

No 2º experimento,  $F_2$  sempre detecta radiação com intensidade menor que  $F_1$ .

V. *Correta.*

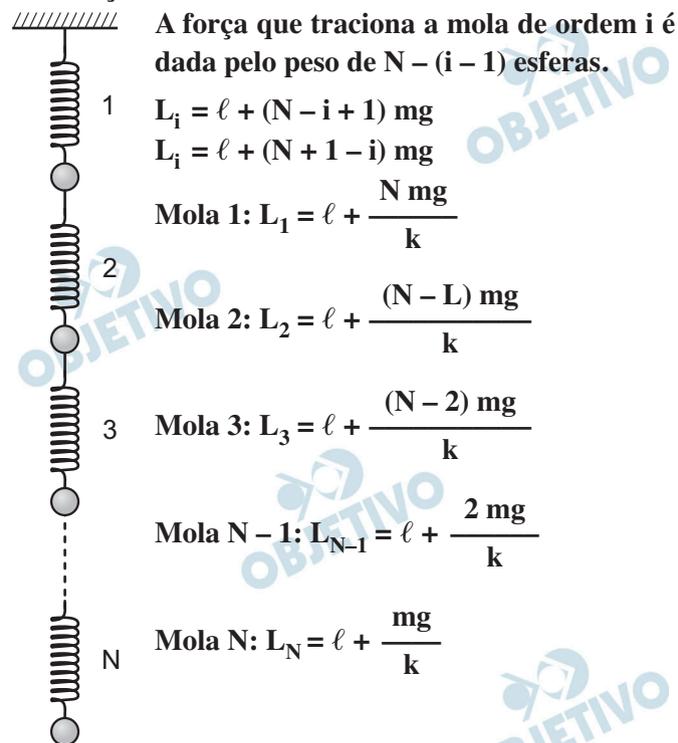
No 2º experimento,  $F_2$  não a detecta.

Resposta: **B**

Um sistema é constituído por uma sequência vertical de  $N$  molas ideais interligadas, de mesmo comprimento natural  $\ell$  e constante elástica  $k$ , cada qual acoplada a uma partícula de massa  $m$ . Sendo o sistema suspenso a partir da mola 1 e estando em equilíbrio estático, pode-se afirmar que o comprimento da

- mola 1 é igual a  $\ell + (N - 1) mg/k$ .
- mola 2 é igual a  $\ell + N mg/k$ .
- mola 3 é igual a  $\ell + (N - 2) mg/k$ .
- mola  $N - 1$  é igual a  $\ell + mg/k$ .
- mola  $N$  é igual a  $\ell$ .

### Resolução



Resposta: C

Elétrons com energia cinética inicial de 2 MeV são injetados em um dispositivo (bétatron) que os acelera em uma trajetória circular perpendicular a um campo magnético cujo fluxo varia a uma taxa de 1000 Wb/s. Assinale a energia cinética final alcançada pelos elétrons após 500 000 revoluções.

- a) 498MeV      b) 500MeV      c) 502MeV  
d) 504MeV      e) 506MeV

### Resolução

Vamos aplicar o teorema da energia cinética:

$$\tau = E_{cf} - E_{ci}$$

$$q \cdot U = E_{cf} - E_{ci}$$

$$q \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \cdot n = E_{cf} - E_{ci}$$

em que:  $n$  é o número de revoluções e  $q$  é o módulo da carga elétrica do elétron ( $q = e$ )

$$e \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \cdot n = E_{cf} - E_{ci}$$

$$e \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^5 = E_{cf} - E_{ci}$$

$$500\text{MeV} = E_{cf} - 2\text{MeV}$$

$$E_{cf} = 502\text{MeV}$$

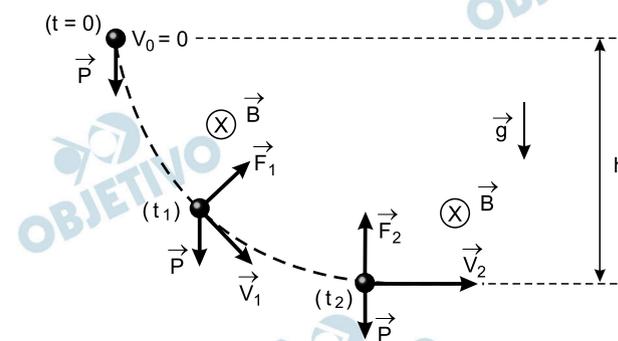
Resposta: **C**

Uma carga  $q$  de massa  $m$  é solta do repouso num campo gravitacional  $g$  onde também atua um campo de indução magnética uniforme de intensidade  $B$  na horizontal. Assinale a opção que fornece a altura percorrida pela massa desde o repouso até o ponto mais baixo de sua trajetória, onde ela fica sujeita a uma aceleração igual e oposta à que tinha no início.

- a)  $g(m/qB)^2$
- b)  $g(qB/m)^2$
- c)  $2g(m/qB)^2$
- d)  $2g(qB/m)^2$
- e)  $g(m/qB)^2/2$

### Resolução

A figura mostra uma simulação do movimento da partícula:



No instante  $t_2$ , representado na figura, a velocidade  $\vec{V}_2$  é horizontal, a força magnética  $\vec{F}_2$  é vertical e se opõe ao peso  $\vec{P}$ .

$$F_2 - P = m \cdot a$$

Sendo  $|\vec{a}| = |\vec{g}| = g$ , temos:

$$F_2 - mg = mg$$

$$F_2 = 2mg \quad \textcircled{1}$$

Mas, a força magnética tem módulo dado por:

$$F_2 = q \cdot V_2 \cdot B \quad \textcircled{2}$$

De  $\textcircled{1} = \textcircled{2}$ , vem:

$$q \cdot V_2 \cdot B = 2mg$$

$$V_2 = \frac{2mg}{q \cdot B} \quad \textcircled{3}$$

Usando o princípio da conservação da energia entre as posições inicial ( $t = 0$ ) e “final” ( $t = t_2$ ):

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot V_2^2}{2}$$

$$h = \frac{V_2^2}{2g} \quad \textcircled{4}$$

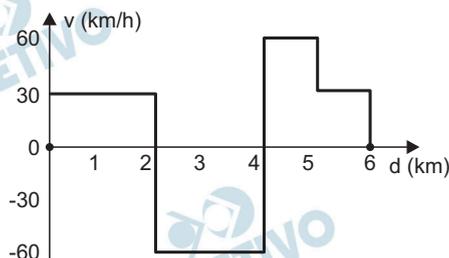
Substituindo-se  $\textcircled{3}$  em  $\textcircled{4}$ , vem:

$$h = \frac{1}{2g} \cdot \left( \frac{2mg}{q \cdot B} \right)^2$$

$$h = 2g \left( \frac{m}{q \cdot B} \right)^2$$

Resposta:  $\textcircled{C}$

Um automóvel percorre um trecho retilíneo de uma rodovia. A figura mostra a velocidade do carro em função da distância percorrida, em km, indicada no hodômetro.



Sabendo que a velocidade escalar média no percurso é de 36 km/h, assinale respectivamente o tempo total despendido e a distância entre os pontos inicial e final do percurso.

- 9 min e 2 km.
- 10 min e 2 km.
- 15 min e 2 km.
- 15 min e 3 km.
- 20 min e 2 km.

#### Resolução

- De acordo com o gráfico dado, o carro percorreu 2 km com movimento progressivo (para frente); 2 km com movimento retrógrado (para trás) e mais 2 km com movimento progressivo (para frente) e, portanto, a distância entre os pontos inicial e final vale 2 km.
- Se admitirmos que o cálculo de velocidade escalar média foi feito pela variação da indicação do hodômetro pelo tempo total de viagem (o que fisicamente não está correto), teremos:

$$V_m = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 36 = \frac{6}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{6} \text{ h} \Rightarrow \boxed{T = 10 \text{ min}}$$

- O cálculo do tempo de percurso pelo gráfico dado nos leva a:

$$\Delta t = \frac{d}{V}$$

$$\Delta t_1 = \frac{2}{30} \text{ h}; \Delta t_2 = \frac{2}{60} \text{ h}; \Delta t_3 = \frac{1}{60} \text{ h}; \Delta t_4 = \frac{1}{30} \text{ h}$$

$$\Delta t = \frac{1}{15} \text{ h} + \frac{1}{30} \text{ h} + \frac{1}{60} \text{ h} + \frac{1}{30} \text{ h}$$

$$\Delta t = \frac{9}{60} \text{ h} = 9 \text{ min}$$

Da incoerência do tempo total de viagem com o tempo de movimento, podemos imaginar que o carro permaneceu 1 min parado.

A definição correta de velocidade escalar média é

a razão entre o deslocamento escalar  $\Delta s = 2\text{km}$  pelo tempo gasto  $\Delta t = \frac{3}{20}$  h:

$$V_m = \frac{2\text{km}}{3/20\text{h}} = \frac{40}{3} \frac{\text{km}}{\text{h}}, \text{ em desacordo com a infor-}$$

mação do texto.

Se admitirmos que o cálculo da velocidade escalar média está errado e usarmos apenas as informações do gráfico, chegamos à opção *a*, imaginando que o carro não parou.

Se usarmos o dado de velocidade escalar média feito de modo errado, chegamos à opção *b* com a suposição que a diferença de 1 min corresponde ao tempo de parada ou gasto na inversão do sentido do movimento.

**Resposta:** A questão apresenta dubiedade e deve ser anulada, pois as opções *a* e *b* podem ser escolhidas conforme esclarecido no texto. A banca examinadora optou pela alternativa *b*.

Num experimento que mede o espectro de emissão do átomo de hidrogênio, a radiação eletromagnética emitida pelo gás hidrogênio é colimada por uma fenda, passando a seguir por uma rede de difração. O espectro obtido é registrado em chapa fotográfica, cuja parte visível é mostrada na figura.



Pode-se afirmar que

- O modelo de Bohr explica satisfatoriamente as linhas do espectro visível do átomo de Hidrogênio.
- Da esquerda para a direita as linhas correspondem a comprimentos de onda do violeta ao vermelho.
- O espaçamento entre as linhas adjacentes decresce para um limite próximo ao infravermelho.
- As linhas do espectro encontrado são explicadas pelo modelo de Rutherford.
- Balmer obteve em 1885 a fórmula empírica para o

comprimento de onda:  $\lambda = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ , em que  $n = 3, 4 \dots$  e R é a constante de Rydberg.

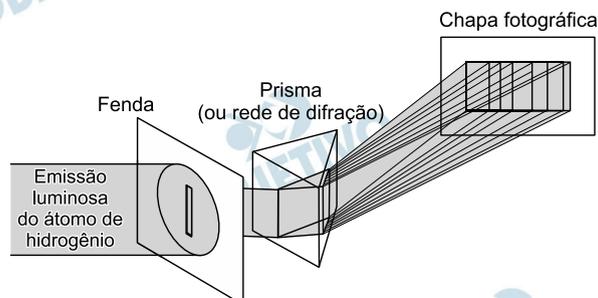
### Resolução

a) *Correta.*

Os postulados de Bohr das órbitas circulares do elétron mantidas pela força coulombiana com momentos  $L = n\hbar$  e a emissão e a absorção de fótons nas trocas de níveis de energia ( $E_2 - E_1 = hf$ ) explicam as linhas espectrais para o átomo de hidrogênio.

b) *Incorreta.*

Da esquerda para a direita, o comprimento de onda diminui, correspondendo a comprimentos de onda do vermelho ao violeta.



c) *Incorreta.*

O espaçamento entre as linhas adjacentes decresce para um limite próximo ao ultravioleta, na região dos menores comprimentos da onda.

d) *Incorreta.*

O modelo de Rutherford não explica as linhas do espectro, uma vez que ele não associa a emissão resultante de absorção de fótons à troca de níveis de energia, o que foi feito por Bohr.

e) *Incorreta.*

A fórmula de Balmer, na verdade, é

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5 \dots$$

Resposta: **A**

Com os motores desligados, uma nave executa uma trajetória circular com período de 5 400 s próxima à superfície do planeta em que orbita. Assinale a massa específica média desse planeta.

- a) 1,0 g/cm<sup>3</sup>
- b) 1,8 g/cm<sup>3</sup>
- c) 2,4 g/cm<sup>3</sup>
- d) 4,8 g/cm<sup>3</sup>
- e) 20,0 g/cm<sup>3</sup>

### Resolução

Para um satélite rasante, temos:

$$F_G = F_{cp}$$

$$\frac{G M m}{R^2} = m \omega^2 R$$

$$\omega^2 = \frac{G M}{R^3}$$

$$M = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\omega^2 = \frac{G}{R^3} \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\omega^2 = \frac{4}{3} \pi G \rho$$

$$\left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{4}{3} \pi G \rho$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{4}{3} \pi G \rho$$

$$\rho T^2 = \frac{3\pi}{G}$$

$$\rho = \frac{3\pi}{G T^2} = \frac{3 \cdot 3,14}{6,7 \cdot 10^{-11} (5,4 \cdot 10^3)^2} \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$$

$$\rho = \frac{3 \cdot 3,14}{6,7 \cdot 29,16} \cdot 10^5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho = 0,048 \cdot 10^5 \text{ kg/m}^3$$

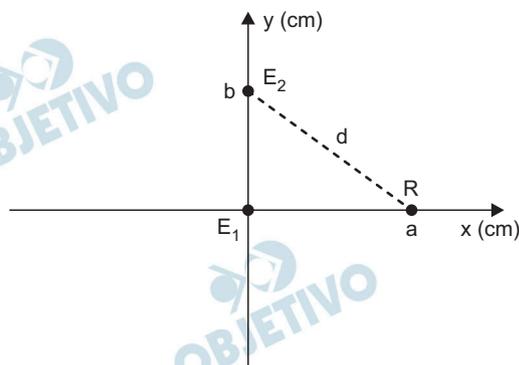
$$\rho = 4,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow \rho = 4,8 \text{ g/cm}^3$$

Resposta: **D**

Um emissor  $E_1$  de ondas sonoras situa-se na origem de um sistema de coordenadas e um emissor  $E_2$ , num ponto do seu eixo  $y$ , emitindo ambos o mesmo sinal de áudio senoidal de comprimento de onda  $\lambda$ , na frequência de 34 kHz. Mediante um receptor  $R$  situado num ponto do eixo  $x$  a 40 cm de  $E_1$ , observa-se a interferência construtiva resultante da superposição das ondas produzidas por  $E_1$  e  $E_2$ . É igual a  $\lambda$  a diferença entre as respectivas distâncias de  $E_2$  e  $E_1$  até  $R$ . Variando a posição de  $E_2$  ao longo de  $y$ , essa diferença chega a  $10\lambda$ . As distâncias (em centímetros) entre  $E_1$  e  $E_2$  nos dois casos são

- 9 e 30.
- 1 e 10.
- 12,8 e 26,4.
- 39 e 30.
- 12,8 e 128.

### Resolução



Para que em  $R$  seja observada interferência construtiva entre os sinais de  $E_1$  e  $E_2$ , a diferença de percursos  $\Delta L$  entre os sinais deve ser um múltiplo natural  $K$  do comprimento de onda  $\lambda$  da onda sonora:

$$\Delta L = d - a = K \lambda \quad (I)$$

Da equação fundamental da ondulatória, temos:

$$V = \lambda f$$

$$340 = \lambda \cdot 34 \cdot 10^3$$

$$\lambda = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1,0 \text{ cm}$$

Da equação (1), temos:

$$d - a = K \cdot 1,0$$

Para a primeira sobreposição construtiva, temos:

$$d_1 - 40 \text{ cm} = \lambda$$

$$d_1 = 1,0 + 40 \text{ cm}$$

$$d_1 = 41 \text{ cm}$$

Da figura, temos:

$$b = \sqrt{d^2 - a^2} \quad (2)$$

$$b_1 = \sqrt{41^2 - 40^2} \text{ (cm)}$$

$$b_1 = 9,0\text{cm}$$

Para a segunda sobreposição construtiva, temos:

$$d_2 - 40\text{cm} = 10\lambda$$

$$d_2 = 40\text{cm} + 10\text{cm}$$

$$d_2 = 50\text{cm}$$

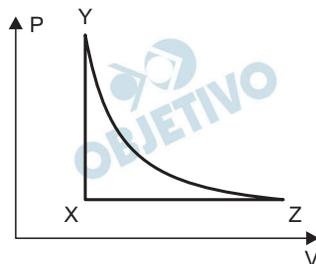
Substituindo  $d$  na equação (2), temos:

$$b^2 = \sqrt{50^2 - 40^2} \text{ (cm)}$$

$$b_2 = 30\text{cm}$$

Resposta: **A**

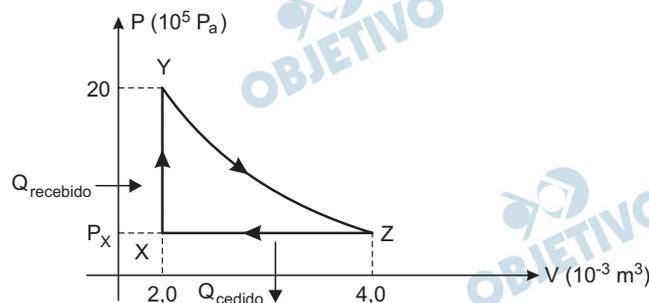
Uma transformação cíclica XYZX de um gás ideal indicada no gráfico  $P \times V$  opera entre dois extremos de temperatura, em que YZ é um processo de expansão adiabática reversível. Considere  $R = 2,0 \text{ cal/mol.K} = 0,082 \text{ atm.l/mol.K}$ ,  $P_Y = 20 \text{ atm}$ ,  $V_Z = 4,0 \text{ l}$ ,  $V_Y = 2,0 \text{ l}$  e a razão entre as capacidades térmicas molar, a pressão e a volume constante, dada por  $C_p/C_v = 2,0$ .



Assinale a razão entre o rendimento deste ciclo e o de uma máquina térmica ideal operando entre os mesmos extremos de temperatura.

- a) 0,38
- b) 0,44
- c) 0,55
- d) 0,75
- e) 2,25

### Resolução



- 1) Cálculo da pressão  $P_Z$  no ponto Z.

Como a transformação YZ é adiabática, temos:

$$P_Y V_Y^\gamma = P_Z V_Z^\gamma$$

$$20 \cdot 10^5 \cdot (2,0 \cdot 10^{-3})^{2,0} = P_Z (4,0 \cdot 10^{-3})^{2,0}$$

$$P_Z = 5,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Como a transformação ZX é isobárica,  $P_X = P_Z$

- 2) Cálculos das temperaturas absolutas nos pontos Y, Z e X.

Da Equação de Clapeyron, temos:

$$PV = n R T$$

$$T = \frac{PV}{nR}$$

$$T_Y = \frac{20 \cdot 10^5 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3}}{nR} \text{ (K)}$$

$$T_Y = \frac{4,0 \cdot 10^3}{nR} \text{ (K)}$$

$$T_Z = \frac{5,0 \cdot 10^5 \cdot 4,0 \cdot 10^{-3}}{nR} \text{ (K)}$$

$$T_Z = \frac{2,0 \cdot 10^3}{nR} \text{ (K)}$$

$$T_X = \frac{5,0 \cdot 10^5 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3}}{nR} \text{ (K)}$$

$$T_X = \frac{1,0 \cdot 10^3}{nR} \text{ (K)}$$

- 3) Cálculo do rendimento de Carnot,  $r_C$ , da máquina ideal:

$$r_C = 1 - \frac{T_{\text{fria}}}{T_{\text{quente}}}$$

$$r_C = 1 - \frac{\frac{1,0 \cdot 10^3}{nR}}{\frac{4,0 \cdot 10^3}{nR}}$$

$$r_C = \frac{3,0}{4,0}$$

- 4) Cálculo do calor total recebido pelo gás na transformação XY:

$$\text{Como } \frac{C_P}{C_V} = 2,0$$

$$C_P = 2,0 C_V$$

Da Relação de Mayer:

$$C_P - C_V = R$$

$$2,0C_V - C_V = R$$

$$C_V = R$$

$$Q_{XY} = nC_V (T_Y - T_X)$$

$$Q_{XY} = nR \cdot \left( \frac{4,0 \cdot 10^3}{nR} - \frac{1,0 \cdot 10^3}{nR} \right) \text{ (J)}$$

$$Q_{XY} = 3,0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

5) Cálculo do trabalho total do ciclo:

$$\tau_{\text{total}} = \tau_{YZ} + \tau_{ZX} + \tau_{XY}$$

A transformação YZ é adiabática:

$$\tau_{YZ} = \frac{P_Z V_Z - P_Y V_Y}{1,0 - \gamma}$$

$$\tau_{YZ} = \frac{5,0 \cdot 10^5 \cdot 4,0 \cdot 10^{-3} - 20 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{1,0 - 2,0} \quad (\text{J})$$

$$\tau_{YZ} = 2,0 \cdot 10^3 \text{J}$$

A transformação ZX é isobárica:

$$\tau_{ZX} = P \Delta V$$

$$\tau_{ZX} = 5,0 \cdot 10^5 \cdot (2,0 \cdot 10^{-3} - 4,0 \cdot 10^{-3}) (\text{J})$$

$$\tau_{ZX} = -1,0 \cdot 10^3 \text{J}$$

A transformação XY é isométrica:

$$\tau_{XY} = 0 \text{J}$$

$$\tau_{\text{TOTAL}} = 2,0 \cdot 10^3 \text{J} - 1,0 \cdot 10^3 \text{J} + 0 \text{J}$$

$$\tau_{\text{TOTAL}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{J}$$

6) Cálculo do rendimento r do ciclo:

$$r = \frac{\tau_{\text{TOTAL}}}{Q_{XY}}$$

$$r = \frac{1,0 \cdot 10^3}{3,0 \cdot 10^3}$$

$$r = \frac{1,0}{3,0}$$

A razão  $\rho$  pedida é dada por

$$\rho = \frac{r}{r_C}$$

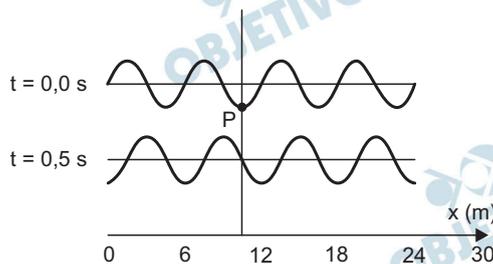
$$\rho = \frac{\frac{1,0}{3,0}}{\frac{3,0}{4,0}} = \frac{4,0}{9,0}$$

$$\rho \cong 0,44$$

Resposta: **B**

Uma onda harmônica propaga-se para a direita com velocidade constante em uma corda de densidade linear  $\mu = 0,4 \text{ g/cm}$ . A figura mostra duas fotos da corda, uma num instante  $t = 0 \text{ s}$  e a outra no instante  $t = 0,5 \text{ s}$ . Considere as seguintes afirmativas:

- I. A velocidade mínima do ponto P da corda é de  $3 \text{ m/s}$ .
- II. O ponto P realiza um movimento oscilatório com período de  $0,4 \text{ s}$ .
- III. A corda está submetida a uma tensão de  $0,36 \text{ N}$ .



Assinale a(s) afirmativa(s) possível (possíveis) para o movimento da onda na corda

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) I e II.
- e) II e III.

### Resolução

I) *Falsa.*

O ponto P tem velocidade mínima igual a zero, já que ele oscila em MHS numa direção perpendicular à direção de propagação da onda. A velocidade é nula nos pontos mais alto e mais baixo da trajetória, onde ocorrem, respectivamente, inversões no sentido do movimento oscilatório.

II) *Possível.*

O período de oscilação do ponto P é igual ao período da onda que se propaga ao longo da corda. Da figura:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + NT \quad (T = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

$$0,5 = \frac{T}{4} + NT \Rightarrow 2,0 = T + 4NT$$

$$T(1 + 4N) = 2,0 \Rightarrow T = \frac{2,0}{1 + 4N}$$

Com  $N = 0$ :  $T = 2,0 \text{ s}$

Com  $N = 1$ :  $T = 0,4 \text{ s}$

⋮ ⋮

Este último resultado ( $T = 0,4 \text{ s}$ ) é compatível com a situação proposta.

(III) *Possível*

(1) Da figura:  $3\lambda = 18 \text{ (m)} \Rightarrow \lambda = 6,0\text{m}$

(2)  $V = \lambda f = \frac{\lambda}{T}$

Adotando-se  $T = 2,0\text{s}$ , também compatível com a situação proposta, vem:

$$V = \frac{6,0\text{m}}{2,0\text{s}} \Rightarrow V = 3,0 \text{ m/s}$$

(3) *Fórmula de Taylor:*

$$\rho = 0,4\text{g/cm} = 0,4 \cdot 10^{-3}\text{kg}/10^{-2}\text{m} = 0,04 \text{ kg/m}$$

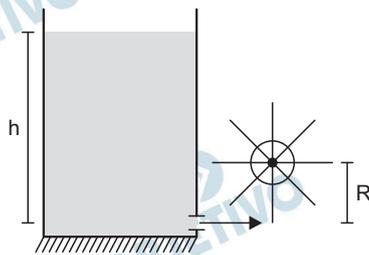
$$\text{logo: } V = \sqrt{\frac{F}{\rho}} \Rightarrow 3,0 = \sqrt{\frac{F}{0,04}}$$

$$9,0 = \frac{F}{0,04} \Rightarrow F = 0,36\text{N}$$

As proposições (II) e (III) são compatíveis com a situação proposta, portanto possíveis, mas não o são simultaneamente.

Resposta:  E

Água de um reservatório é usada para girar um moinho de raio  $R$  com velocidade angular  $\omega$  constante graças ao jato que flui do orifício de área  $S$  situado a uma profundidade  $h$  do seu nível.

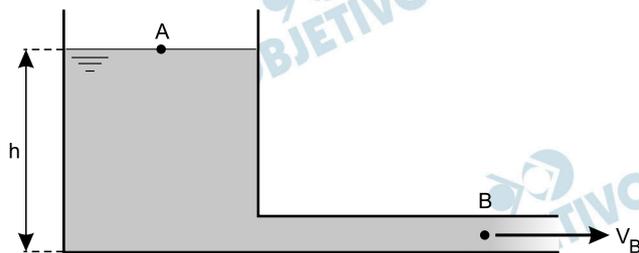


Com o jato incidindo perpendicularmente em cada pá, com choque totalmente inelástico, calcule o torque das forças de atrito no eixo do moinho, sendo  $\rho$  e  $g$ , respectivamente, a massa específica da água e a aceleração da gravidade.

- $2\rho gh RS$
- $\rho R^2 S \omega \sqrt{2gh}$
- $2\rho gh RS(1 - \sqrt{2gh} / \omega R)$
- $2\rho gh RS(1 - \omega R / \sqrt{2gh})$
- $\rho R^2 S \omega \sqrt{2gh} (1 - \omega R / \sqrt{2gh})$

### Resolução

1) Aplicação do Princípio de Bernoulli:



$$p_A + \rho g h + \frac{\rho V_A^2}{2} = p_B + \frac{\rho V_B^2}{2}$$

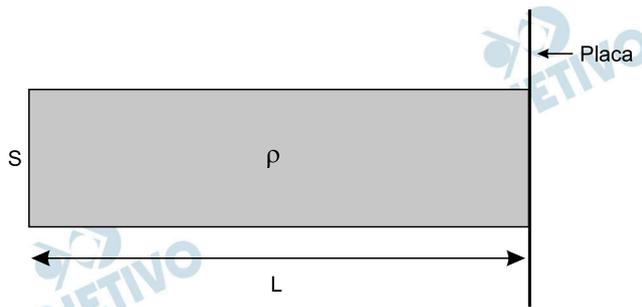
$$p_A = p_B = p_{atm}$$

$$V_A = 0$$

$$\rho g h = \frac{\rho V_B^2}{2}$$

$$V_B = \sqrt{2 g h}$$

2) Cálculo da massa que colide com a placa em um intervalo de tempo  $\Delta t$ .



$$m = \rho \text{ Vol} = \rho S L$$

$$L = V_B \Delta t$$

$$m = \rho S V_B \Delta t$$

$$\frac{m}{\Delta t} = \rho S V_B$$

- 3) Imediatamente após a colisão perfeitamente inelástica entre a água e a placa, a velocidade final da água vale  $\omega R$ .

4) TI:  $|I_{\text{água}}| = |\Delta Q_{\text{água}}|$

$$F \cdot \Delta t = m (V_B - \omega R)$$

$$F = \frac{m}{\Delta t} (V_B - \omega R)$$

$$F = \rho S V_B (V_B - \omega R)$$

$$F = \rho S V_B^2 \left( 1 - \frac{\omega R}{V_B} \right)$$

$$F = \rho S 2 g h \left( 1 - \frac{\omega R}{\sqrt{2 g h}} \right)$$

- 5) Para que a velocidade angular se mantenha constante, o torque das forças de atrito tem o mesmo módulo do torque da força aplicada pela água:

$$M = F \cdot R$$

$$M = 2 \rho S g h R \left( 1 - \frac{\omega R}{\sqrt{2 g h}} \right)$$

Resposta: **D**

## 21

Em queda livre a partir do repouso, um ímã atravessa longitudinalmente o interior de um tubo de plástico, sem tocar-lhe as paredes, durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ . Caso este tubo fosse de metal, o tempo para essa travessia seria maior, igual ou menor que  $\Delta t$ ? Justifique sua resposta.

### Resolução

Quando o ímã atravessa o tubo metálico, ocorre variação de fluxo magnético e conseqüentemente indução eletromagnética (Lei de Faraday).

De acordo com a *Lei de Lenz*, surge uma força *magnética* oposta ao movimento do ímã, retardando a queda. Sendo  $\Delta t'$  o tempo de queda no tubo metálico, concluímos que  $\Delta t' > \Delta t$

Suponha que a atmosfera de Vênus seja composta dos gases  $\text{CO}_2$ ,  $\text{N}_2$ , Ar, Ne e He, em equilíbrio térmico a uma temperatura  $T = 735 \text{ K}$ .

- Determine a razão entre a velocidade quadrática média das moléculas de cada gás e a velocidade de escape nesse planeta.
- Que conclusão pode ser obtida sobre a provável concentração desses gases nessa atmosfera? Obs.: Considere Vênus com o raio igual ao da Terra e a massa igual a 0,810 vez a desta.

### Resolução

- a) Velocidade quadrática média das moléculas do gás:

$$V = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,3 \cdot 735}{M}}$$

$$V = \frac{135,3}{\sqrt{M}}$$

Velocidade de escape em Vênus:

$$V_E = \sqrt{\frac{2GM_V}{R_V}} = \sqrt{\frac{2G \cdot 0,81 M_T}{R_T}}$$

$$V_E = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 0,81 \cdot 6,0 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^6}}$$

$$V_E = \sqrt{\frac{65,124 \cdot 10^{13}}{6,4 \cdot 10^6}}$$

$$V_E \cong 1,0 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

$$\frac{V}{V_E} = \frac{\frac{135,3}{\sqrt{M}}}{1,0 \cdot 10^4} \Rightarrow \boxed{\frac{V}{V_E} = \frac{1,353 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^4 \sqrt{M}}}$$

Para o  $\text{CO}_2$  ( $M = 44 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ ):

$$\frac{V}{V_E} = \frac{1,353 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^4 \sqrt{44 \cdot 10^{-3}}} = \frac{1,353 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^4 \cdot 0,21}$$

$$\frac{V}{V_E} = 0,063$$

Para o  $N_2$  ( $M = 28 \cdot 10^{-3}\text{kg}$ ):

$$\frac{V}{V_E} = \frac{1,353 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^4 \sqrt{28 \cdot 10^{-3}}} = 0,080$$

Para o Ar ( $M = 40 \cdot 10^{-3}\text{kg}$ ):

$$\frac{V}{V_E} = \frac{1,353 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^4 \sqrt{40 \cdot 10^{-3}}} = 0,067$$

Para o Ne ( $M = 20 \cdot 10^{-3}\text{kg}$ ):

$$\frac{V}{V_E} = \frac{1,353 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^4 \sqrt{20 \cdot 10^{-3}}} = 0,095$$

Para o He ( $M = 2,0 \cdot 10^{-3}\text{kg}$ ):

$$\frac{V}{V_E} = \frac{1,353 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^4 \sqrt{2,0 \cdot 10^{-3}}} = 0,21$$

- b) De acordo com as relações apresentadas, o hélio (He) é o gás com maior velocidade quadrática média e com maior facilidade para escapar. Nas proximidades da superfície, as concentrações de  $\text{CO}_2$  e Ar devem ser maiores, seguidas por  $\text{N}_2$  e Ne, com velocidades de escape, respectivamente, crescentes.

Observação:

Dedução da velocidade quadrática média das moléculas do gás:

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{3KT}{2} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{3KT}{m}}$$

$$V = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Dedução da velocidade de escape de um planeta:

$$\frac{mV_E^2}{2} - \frac{GMm}{R} = 0$$

$$V_E = \sqrt{\frac{2GM_{\text{planeta}}}{R_{\text{planeta}}}}$$

De uma planície horizontal, duas partículas são lançadas de posições opostas perfazendo trajetórias num mesmo plano vertical e se chocando elasticamente no ponto de sua altitude máxima – a mesma para ambas. A primeira partícula é lançada a  $30^\circ$  e aterriza a  $90^\circ$ , também em relação ao solo, a uma distância  $L$  de seu lançamento. A segunda é lançada a  $60^\circ$  em relação ao solo. Desprezando a resistência do ar, determine:

a) a relação entre as massas das partículas, b) a distância entre os pontos de lançamento e c) a distância horizontal percorrida pela segunda partícula.

### Resolução

a) 1) Se as duas partículas, A e B, atingem a mesma altura máxima, então suas velocidades iniciais terão a mesma componente vertical:

$$V_{0y} (A) = V_{0y} (B)$$

$$V_A \cdot \sin 30^\circ = V_B \sin 60^\circ$$

$$V_A \cdot \frac{1}{2} = V_B \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boxed{V_A = \sqrt{3} V_B}$$

2) A relação entre as velocidades horizontais iniciais de A e B é dada por:

$$V_{xA} = V_A \cos 30^\circ = V_A \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{xB} = V_B \cos 60^\circ = \frac{V_B}{2}$$

$$\frac{V_{xA}}{V_{xB}} = \frac{V_A \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{V_B}{2}} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \Rightarrow \boxed{V_{xA} = 3 V_{xB}}$$

3) Se a partícula A aterriza a  $90^\circ$ , é porque, após a colisão, sua velocidade horizontal é nula.

$$\begin{array}{ccc} V_{xA} & V_{xB} & V'_A = 0 \\ \rightarrow & \leftarrow & \textcircled{A} \textcircled{B} \rightarrow V'_B = ? \\ \textcircled{A} & \textcircled{B} & \end{array}$$

4) Sendo a colisão elástica:

$$V_{af} = V_{ap} \Rightarrow V'_B = 4V_{xB}$$

5) Conservação da quantidade de movimento:

$$Q_f = Q_i$$

$$m_A V'_A + m_B V'_B = m_A V_{xA} - m_B V_{xB}$$

$$m_B 4 V_{xB} = m_A 3 V_{xB} - m_B V_{xB}$$

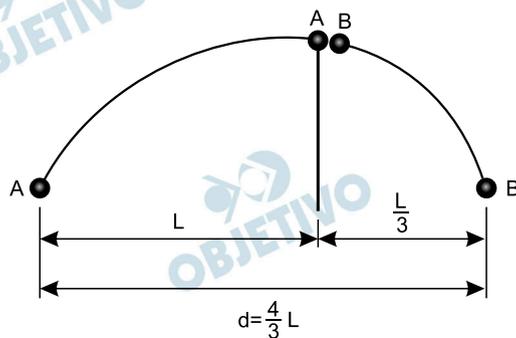
$$4m_B = 3m_A - m_B$$

$$5m_B = 3m_A \Rightarrow \boxed{m_A = \frac{5}{3} m_B}$$

b) Como os tempos de subida são iguais e

$$V_{xB} = \frac{V_{xA}}{3} \text{ e a partícula A percorreu uma distância } L,$$

então a partícula B terá percorrido  $\frac{L}{3}$ .



$$d = \frac{4}{3} L$$

c) A partícula B após a colisão terá velocidade

$$V_{xB}^2 = 4V_{xB} \text{ e, como o tempo de descida é igual ao}$$

de subida, ela vai percorrer uma distância  $\frac{4}{3} L$ .

A distância horizontal total percorrida pela partícula B será:

$\frac{L}{3}$  na subida e  $\frac{4}{3} L$  na descida,

totalizando  $\frac{5}{3} L$ .

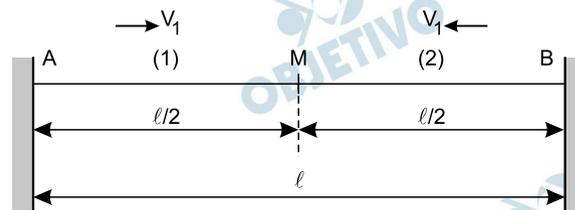
Respostas: a)  $m_A = \frac{5}{3} m_B$

b)  $d = \frac{4}{3} L$

c)  $\frac{5}{3} L$

Duas cordas de mesmo comprimento, de densidades lineares  $\mu_1$  e  $\mu_2$ , tendo a primeira o dobro da massa da outra, são interconectadas formando uma corda única afixada em anteparos interdistantes de  $\ell$ . Dois pulsos propagam-se ao mesmo tempo em sentidos opostos nessa corda. Determine o instante e a posição em que os pulsos se encontram sabendo que a corda está submetida a uma tensão  $T$ .

### Resolução



- 1) Cálculo dos módulos das velocidades dos pulsos:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Como  $m_1 = 2 m_2$  e  $\ell_1 = \ell_2$ , então  $\mu_1 = 2 \mu_2$

$$v_1 = \sqrt{\frac{F}{\mu_1}} \text{ e } v_2 = \sqrt{\frac{F}{\mu_2}}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} = \sqrt{2}$$

$$v_2 = \sqrt{2} v_1$$

- 2) Cálculo do tempo gasto pelo ponto (2) para chegar à metade da corda:

$$\Delta s_2 = v_2 \cdot t$$

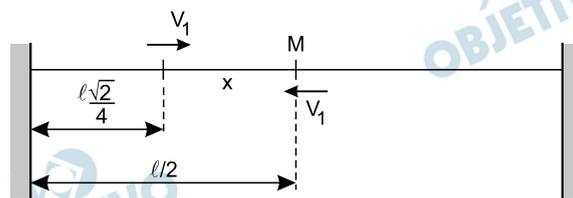
$$\frac{\ell}{2} = v_2 \cdot T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{\ell}{2v_2}$$

- 3) Cálculo da distância percorrida pelo pulso (1) no tempo  $T_1$ :

$$\Delta s_1 = v_1 T_1$$

$$d_1 = v_1 \frac{\ell}{2v_2} \Rightarrow d_1 = \frac{\ell}{2\sqrt{2}} = \frac{\ell\sqrt{2}}{4}$$

- 4) Cálculo da distância  $x$  entre os pulsos no instante  $T_1$ :



$$x = \frac{\ell}{2} - \frac{\ell\sqrt{2}}{4} = \frac{\ell}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

- 5) O encontro ocorre em um tempo  $T_E$  após o instante  $T_1$ :

$$x = 2 V_1 T_E$$

$$\frac{\ell}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2 V_1 T_E$$

$$T_E = \frac{\ell}{4 V_1} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$T_2 = T_1 + T_E$$

$$T_1 = \frac{\ell}{2 V_2} = \frac{\ell}{2 \sqrt{2} V_1}$$

$$T_2 = \frac{\ell}{2 \sqrt{2} V_1} + \frac{\ell}{4 V_1} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$T_2 = \frac{\ell}{2 V_1} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \right]$$

$$T_2 = \frac{\ell}{2 V_1} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} \right]$$

$$T_2 = \frac{\ell}{2 V_1} \left( \frac{4 + 2\sqrt{2} - 2}{4\sqrt{2}} \right)$$

$$T_2 = \frac{\ell}{2 V_1} \cdot \frac{2 + 2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{\ell}{2 V_1} \cdot \frac{2(1 + \sqrt{2})}{4\sqrt{2}}$$

$$T_2 = \frac{\ell}{V_1} \cdot \frac{1 + \sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$$

$$T_2 = \frac{\ell(1 + \sqrt{2})}{4\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_1}{T}}$$

$$T_2 = \frac{\ell}{4} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} + 1 \right) \sqrt{\frac{\mu_1}{T}}$$

- 6) O encontro ocorrerá a uma distância do ponto A (ver figura) dada por:

$$d_A = \frac{\ell\sqrt{2}}{4} + \frac{x}{2} = \frac{\ell\sqrt{2}}{4} + \frac{\ell}{4} \left( 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

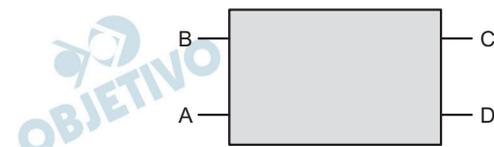
$$d_A = \frac{\ell}{4} \left( \sqrt{2} + 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$d_A = \frac{\ell}{4} \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

Respostas:  $d_A = \frac{\ell}{4} \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$

$$T_2 = \frac{\ell}{4} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} + 1 \right) \sqrt{\frac{\mu_1}{T}}$$

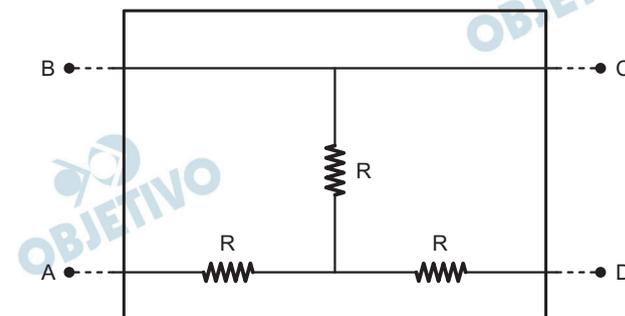
Dispondo de até 5 resistências  $R$ , monte um circuito no interior da caixa da figura, tal que



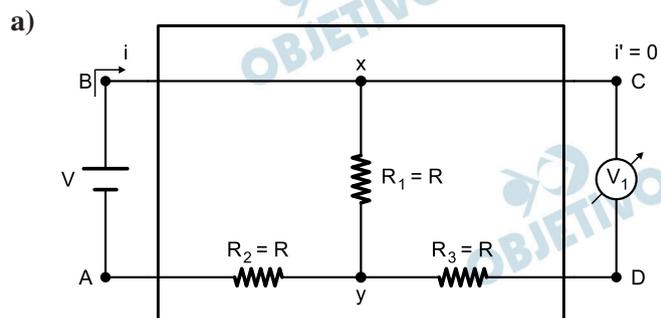
a) com uma bateria de tensão  $V$  entre os terminais  $AB$ , um voltímetro entre os terminais  $CD$  mede uma diferença de potencial  $V/2$ , e b) com essa bateria entre os terminais  $CD$ , um amperímetro entre os terminais  $AB$  mede uma corrente igual a  $V/3R$ .

### Resolução

O circuito elétrico que atende aos quesitos a e b pode ser representado como mostra o esquema a seguir:



De fato, temos:



O voltímetro, *suposto ideal*, não permite a passagem de corrente elétrica no ramo do circuito em que se encontra. Dessa forma, temos:

$$U = R_{eq} \cdot i$$

$$U = (R_1 + R_2) i$$

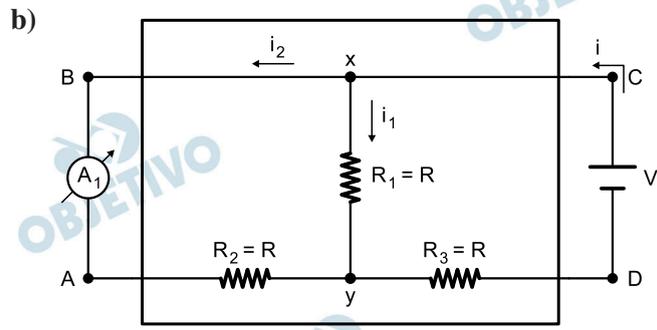
$$i = \frac{V}{2R}$$

O voltímetro registra a ddp entre os pontos  $x$  e  $y$ :

$$U_{xy} = R_1 \cdot i$$

$$U_{xy} = R \cdot \frac{V}{2R}$$

$$U_{xy} = \frac{V}{2}$$



A resistência equivalente do circuito é dada por:

$$R_{eq} = \frac{R}{2} + R$$

$$R_{eq} = \frac{3}{2} R$$

A intensidade da corrente elétrica total ( $i$ ) é dada por:

$$U = R_{eq} \cdot i$$

$$V = \frac{3}{2} R i$$

$$i = \frac{2V}{3R}$$

A intensidade de corrente elétrica ( $i_2$ ) registrada no amperímetro, *suposto ideal*, pode ser obtida por:

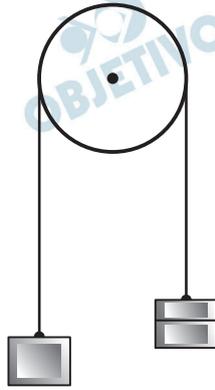
$$i_1 = i_2 = \frac{i}{2}$$

$$i_2 = \frac{\frac{2V}{3R}}{2}$$

$$i_2 = \frac{V}{3R}$$

Resposta: ver esquema

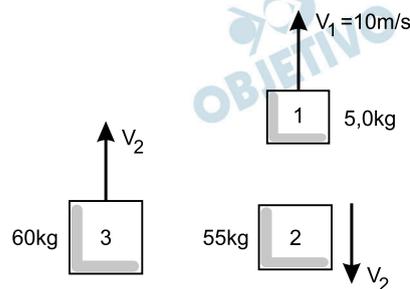
Mediante um fio inextensível e de peso desprezível, a polia da figura suporta à esquerda uma massa de 60 kg, e à direita, uma massa de 55 kg tendo em cima outra de 5 kg, de formato anelar, estando este conjunto a 1 m acima da massa da esquerda. Num dado instante, por um dispositivo interno, a massa de 5 kg é lançada para cima, com velocidade  $v = 10 \text{ m/s}$ , após o que, cai e se choca inelasticamente com a de 55 kg.



Determine a altura entre a posição do centro de massa de todo o sistema antes do lançamento e a deste centro logo após o choque.

### Resolução

- 1) Conservação da quantidade de movimento do sistema no ato do lançamento:



$$m_1 V_1 = (m_3 + m_2) V_2$$

$$5,0 \cdot 10 = 115 V_2$$

$$V_2 = \frac{50}{115} \text{ m/s} = \frac{10}{23} \text{ m/s}$$

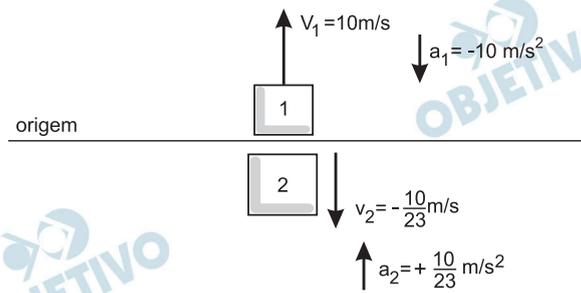
- 2) Aceleração da Máquina de Atwood após o lançamento:

$$P_3 - P_2 = (m_2 + m_3)a$$

$$600 - 550 = 115a$$

$$50 = 115a \Rightarrow a = \frac{10}{23} \text{ m/s}^2$$

- 3) Montagem das equações horárias para os movimentos dos blocos 1 e 2:



$$h = h_0 + V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2 \uparrow \oplus$$

$$h_1 = 10 t - 5 t^2 \text{ (SI)}$$

$$h_2 = -\frac{10}{23} t + \frac{5}{23} t^2 \text{ (SI)}$$

4) Condição de encontro:  $h_1 = h_2$

$$10 t_E - 5 t_E^2 = -\frac{10}{23} t_E + \frac{5}{23} t_E^2$$

$$10 - 5 t_E = -\frac{10}{23} + \frac{5}{23} t_E$$

$$230 - 115 t_E = -10 + 5 t_E$$

$$240 = 120 t_E \Rightarrow t_E = 2,0\text{s}$$

5) Cálculo da altura de encontro:

$$t = t_E = 2,0\text{s}$$

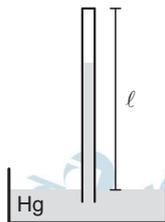
$$h_1 = h_E$$

$$h_E = 10 \cdot 2,0 - 5 \cdot 4,0 \text{ (m)}$$

$$h_E = 0$$

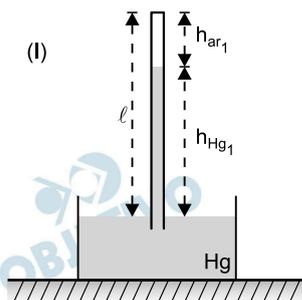
Como o encontro para a colisão ocorre na mesma posição de lançamento do bloco de 5kg, então o centro de massa do sistema volta a ocupar a sua posição inicial e o desnível pedido é nulo.

Em equilíbrio, o tubo emborcado da figura contém mercúrio e ar aprisionado. Com a pressão atmosférica de 760 mm de Hg a uma temperatura de 27°C, a altura da coluna de mercúrio é de 750 mm.



Se a pressão atmosférica cai a 740 mm de Hg a uma temperatura de 2°C, a coluna de mercúrio é de 735 mm. Determine o comprimento  $\ell$  aparente do tubo.

### Resolução



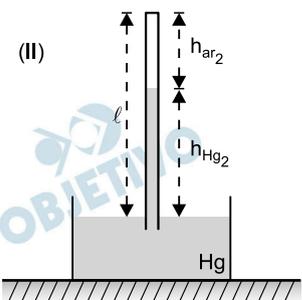
Situação 1:  $p_{\text{atm}_1} = 760 \text{ mmHg}$

$T_1 = 27^\circ\text{C} = 300\text{K}$ ;  $p_{\text{Hg}_1} = 750 \text{ mm}$

$$p_{\text{Hg}_1} + p_{\text{ar}_1} = 760$$

$$750 + p_{\text{ar}_1} = 760$$

$$p_{\text{ar}_1} = 10 \text{ mm}$$



Situação 2:  $p_{\text{atm}_2} = 740 \text{ mmHg}$

$T_2 = 2^\circ\text{C} = 275\text{K}$ ;  $p_{\text{Hg}_2} = 735 \text{ mm}$

$$p_{\text{Hg}_2} + p_{\text{ar}_2} = 740$$

$$735 + p_{\text{ar}_2} = 740$$

$$p_{ar_2} = 5,0\text{mm}$$

$$(III) \quad \frac{p_{ar_2} V_2}{T_2} = \frac{p_{ar_1} V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{5,0A h_{ar_2}}{275} = \frac{10A h_{ar_1}}{300}$$

$$h_{ar_2} = \frac{275}{150} h_{ar_1} \Rightarrow h_{ar_2} = \frac{11}{6} h_{ar_1}$$

$$(IV) \quad \left. \begin{array}{l} \ell = h_{Hg_1} + h_{ar_1} \\ \ell = h_{Hg_2} + h_{ar_2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_{Hg_1} + h_{ar_1} = h_{Hg_2} + h_{ar_2} \\ 750 + h_{ar_1} = 735 + h_{ar_2} \\ 15 + h_{ar_1} = \frac{11}{6} h_{ar_1} \end{array}$$

$$15 = \frac{11}{6} h_{ar_1} - h_{ar_1} \Rightarrow 15 = \frac{5}{6} h_{ar_1}$$

Da qual:  $h_{ar_1} = 18\text{mm}$

Logo:  $\ell = 750 + 18 \text{ (mm)}$

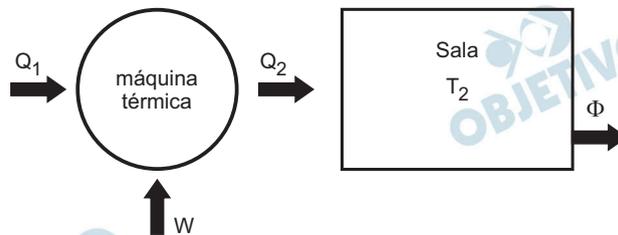
$$\ell = 768\text{mm}$$

Resposta:  $\ell = 768\text{mm}$

Deseja-se aquecer uma sala usando uma máquina térmica de potência  $P$  operando conforme o ciclo de Carnot, tendo como fonte de calor o ambiente externo à temperatura  $T_1$ . A troca de calor através das paredes se dá a uma taxa  $k(T_2 - T_1)$ , em que  $T_2$  é a temperatura da sala num dado instante e  $k$ , uma constante com unidade em  $J/s.K$ . Pedem-se:

- a) A temperatura final de equilíbrio da sala. b) A nova temperatura de equilíbrio caso se troque a máquina térmica por um resistor dissipando a mesma potência  $P$ . c) Entre tais equipamentos, indique qual o mais adequado em termos de consumo de energia. Justifique.

### Resolução



- a) Como a máquina opera em Ciclo de Carnot, temos:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \Rightarrow Q_1 = \frac{T_1}{T_2} Q_2$$

Pela 1ª Lei da Termodinâmica:

$$Q_2 = Q_1 + W$$

$$Q_2 = \frac{T_1}{T_2} Q_2 + W$$

$$Q_2 \left( 1 - \frac{T_1}{T_2} \right) = W$$

$$Q_2 = \frac{T_2}{T_2 - T_1} W (\div \Delta t)$$

$$\frac{Q_2}{\Delta t} = \frac{T_2}{T_2 - T_1} \frac{W}{\Delta t}$$

$$\frac{Q_2}{\Delta t} = \frac{T_2}{T_2 - T_1} \cdot P$$

A temperatura final de equilíbrio da sala ocorre quando

$$\frac{Q_2}{\Delta t} = \Phi$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}$   $\underbrace{\hspace{1cm}}$   
 Potência taxa de  
 aquecimento perda

$$\frac{T_2}{T_2 - T_1} P = k (T_2 - T_1)$$

$$T_2 P = k (T_2 - T_1)^2$$

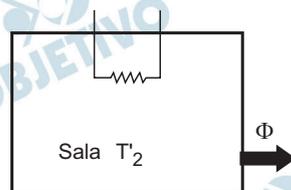
$$kT_2^2 - (2k T_1 + P) T_2 + kT_1^2 = 0$$

$$T_2 = \frac{2k T_1 + P \pm \sqrt{P^2 + 4kPT_1}}{2k}$$

mas para  $T_2 > T_1$

$$T_2 = \frac{2k T_1 + P + \sqrt{P^2 + 4kPT_1}}{2k}$$

b)



Sendo um aquecedor elétrico, temos:

$$P_{\text{potência aquecimento}} = P$$

A temperatura final de equilíbrio da sala ocorre quando:

$$P_{\text{potência aquecimento}} = \Phi$$

$$P = k (T_2' - T_1)$$

$$P = k T_2' - kT_1$$

$$P + k T_1 = kT_2'$$

$$T_2' = \frac{P}{k} + T_1$$

c) Com os dois dispositivos recebendo a mesma potência elétrica P, temos:

$$\text{No resistor: } P'_{\text{potência aquecimento}} = P$$

Na máquina térmica:

$$Q_2 = Q_1 + W (\div \Delta t)$$

$$P''_{\text{potência aquecimento}} = \frac{Q_1}{\Delta t} + P$$

Logo:

$$P''_{\text{potência aquecimento}} > P'_{\text{potência aquecimento}}$$

Assim, a máquina térmica é mais eficiente.

$$\text{Respostas: a) } T_2 = \frac{2kT_1 + P + \sqrt{P^2 + 4kPT_1}}{2k}$$

$$\text{b) } T_2' = \frac{P}{k} + T_1$$

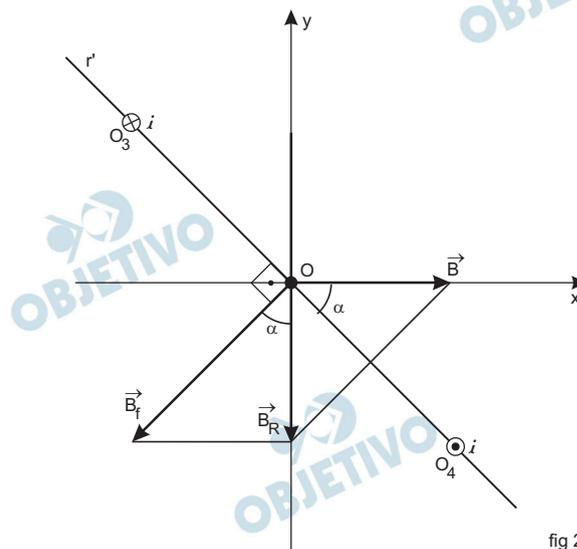
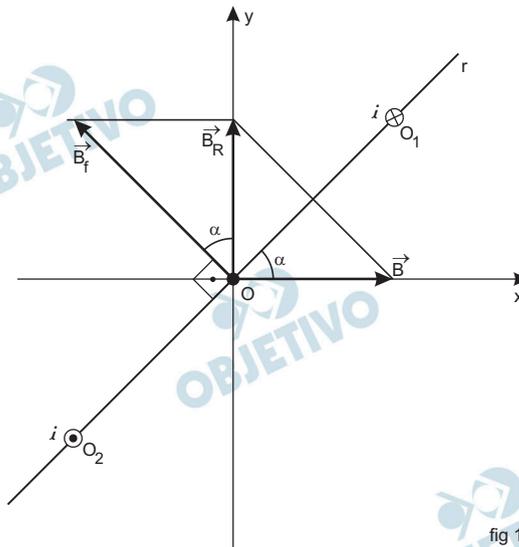
c) O equipamento mais adequado é a máquina térmica.

Num ponto de coordenadas  $(0,0,0)$  atua na direção  $x$  um campo de indução magnética com  $2 \times 10^{-5} \text{T}$  de intensidade. No espaço em torno deste ponto coloca-se um fio retilíneo, onde flui uma corrente de  $5 \text{ A}$ , acarretando nesse ponto um campo de indução magnética resultante de  $2\sqrt{3} \times 10^{-5} \text{ T}$  na direção  $y$ . Determine o lugar geométrico dos pontos de intersecção do fio com o plano  $xy$ .

### Resolução

No ponto de coordenadas  $(0, 0, 0)$ , o campo magnético  $\vec{B}$  atua na direção  $x$ , podendo estar no mesmo sentido ou no sentido inverso do eixo.

Por outro lado, o campo magnético resultante  $\vec{B}_R$  atua na direção de  $y$ , podendo estar no mesmo sentido ou no sentido contrário ao do eixo. Sendo  $\vec{B}_f$  o campo magnético gerado pela corrente que passa pelo fio, temos 4 possibilidades, como mostram as figuras 1, 2, 3 e 4.



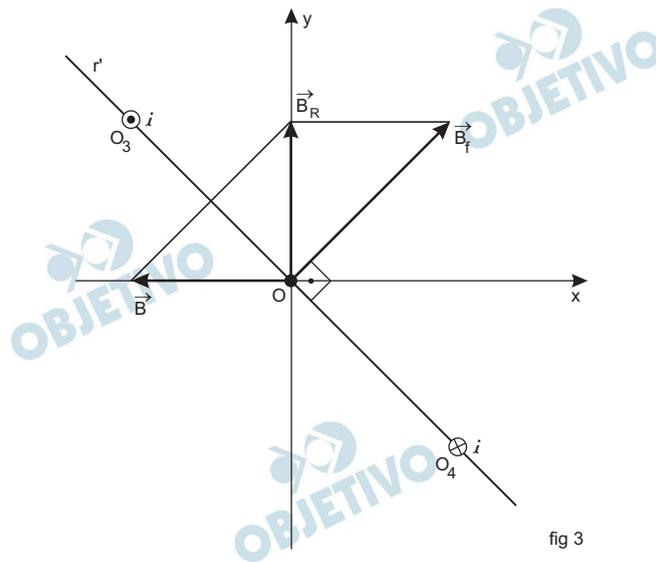


fig 3

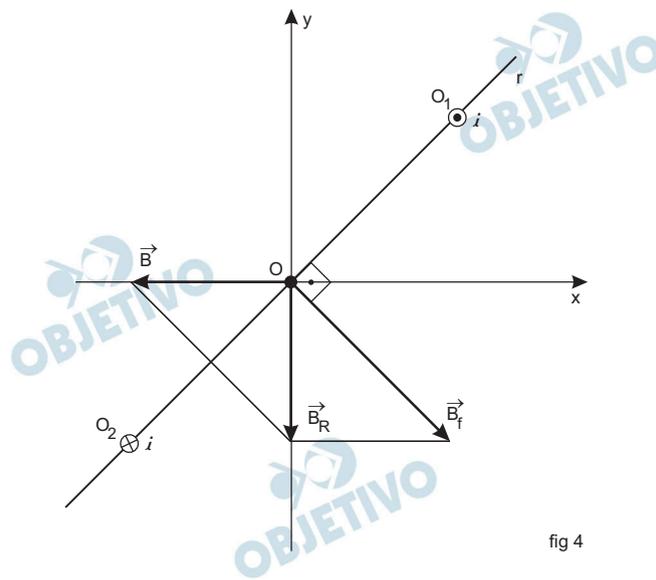


fig 4

Inicialmente, vamos resolver um caso particular em que o fio é perpendicular ao plano xy, furando-o em  $O_1$  ou  $O_2$  (fig. 1) ou então em  $O_3$  e  $O_4$  (fig. 2).

Tomemos como referência a fig. 1:

Cálculo da distância entre o ponto de intersecção do fio com o plano xy e o ponto  $(0, 0, 0)$ :

$$B_f^2 = B^2 + B_R^2$$

$$B_f^2 = (2 \times 10^{-5})^2 + (2\sqrt{3} \times 10^{-5})^2$$

$$B_f^2 = 4 \times 10^{-10} + 12 \times 10^{-10}$$

$$B_f = 4 \times 10^{-5} \text{ T}$$

$$B_f = \frac{\mu \cdot i}{2\pi d}$$

$$4 \times 10^{-5} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2\pi d}$$

$$d = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 2,5 \text{ cm}$$

Ainda na figura 1, temos:

$$\cos \alpha = \frac{B_R}{B_f} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2\sqrt{3} \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 10^{-5}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

As coordenadas do ponto  $O_1$  são:

$$x_1 = d \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow x_1 = 2,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x_1 = 1,25\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$y_1 = d \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow y_1 = 2,5 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow y_1 = 1,25 \text{ cm}$$

As coordenadas de  $O_2$  são:

$$x_2 = -x_1 \Rightarrow x_2 = -1,25\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$y_2 = -y_1 \Rightarrow y_2 = -1,25 \text{ cm}$$

As coordenadas de  $O_3$  são:

$$x_3 = -x_1 \Rightarrow x_3 = -1,25\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$y_3 = y_1 \Rightarrow y_3 = 1,25 \text{ cm}$$

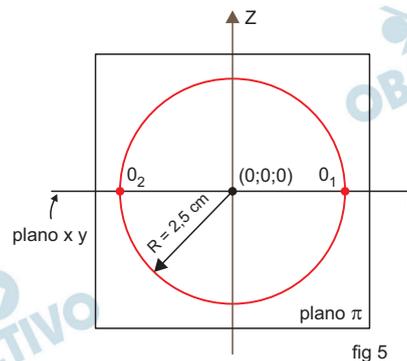
As coordenadas de  $O_4$  são:

$$x_4 = x_1 \Rightarrow x_4 = 1,25\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$y_4 = -y_1 \Rightarrow y_4 = -1,25 \text{ cm}$$

Agora, vamos generalizar a solução.

Imaginemos uma circunferência pertencente a um plano  $\pi$ , perpendicular ao plano  $xy$ , interceptando-o na reta  $r$  e contendo o eixo  $z$ . Essa circunferência tem centro na origem  $(0; 0; 0)$ , diâmetro  $O_1 O_2$  e raio  $R = 2,5\text{cm}$  (fig. 5).



Qualquer fio retilíneo, tangente a essa circunferência, percorrido por corrente de intensidade  $5,0\text{A}$ , vai gerar no ponto origem  $(0; 0; 0)$  um campo magnético perpendicular ao plano  $\pi$  e conseqüentemente à reta  $r$ . O seu módulo será:

$$B = B_{\text{fio}} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Na figura 6 mostram-se algumas retas (fios) tangentes à circunferência. Os infinitos pontos  $(O_1, P_1, S_1)$  à direita e ainda  $(O_2, P_2, S_2, \dots)$  à esquerda definem duas semirretas que fazem parte do L.G. pedido.

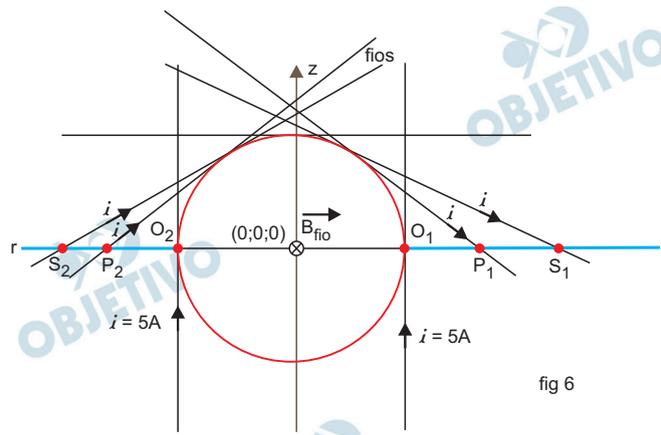


fig 6

Ainda, de modo análogo, usando a fig. 2 teremos outras duas semirretas.

Na figura 7 estão definidas, no plano xy, as quatro semi-retas que determinam o lugar geométrico pedido.

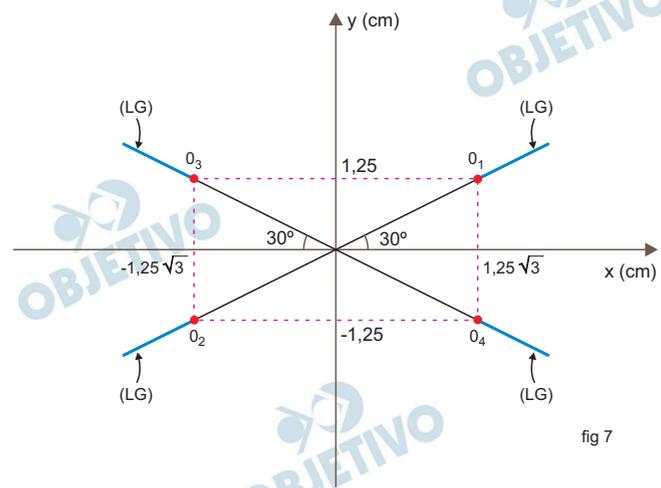
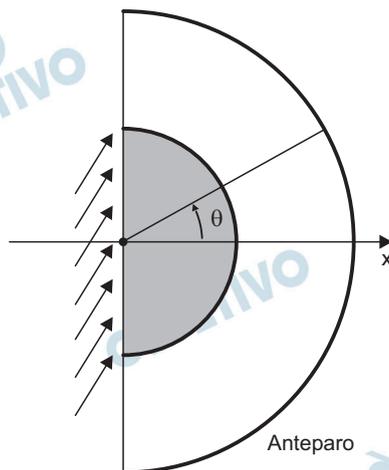


fig 7

A figura mostra uma lente semiesférica no ar de raio  $R = \sqrt{3}/2$  m com índice de refração  $n = \sqrt{3}$ .



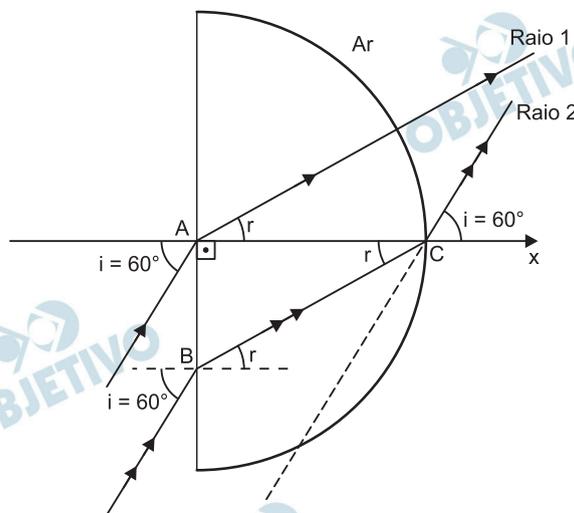
Um feixe de luz paralelo incide na superfície plana, formando um ângulo de  $60^\circ$  em relação a  $x$ . **a)** Indique se há raio refratado saindo da lente paralelamente aos incidentes. **b)** Se houver, ele incide a que distância do centro da lente? **c)** Para quais ângulos  $\theta$  será iluminado o anteparo esférico de raio  $2R$  de mesmo centro da lente?

### Resolução

**a)** No esquema abaixo, estão representados os caminhos ópticos de dois raios de luz, 1 e 2.

O raio 1, na refração de saída da lente, não se desvia, já que a incidência na interface esférica é normal.

Já o raio 2 emerge da lente paralelamente ao raio incidente na face plana, como propõe o item *a*.



Logo, existe um raio refratado saindo da lente paralelamente aos raios incidentes (raio 2).

**b) I) Cálculo do ângulo  $r$  (Lei de Snell):**

$$n \sin r = n_{\text{Ar}} \sin i \Rightarrow \sqrt{3} \sin r = 1,0 \sin 60^\circ$$

$$\sqrt{3} \sin r = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin r = \frac{1}{2}$$

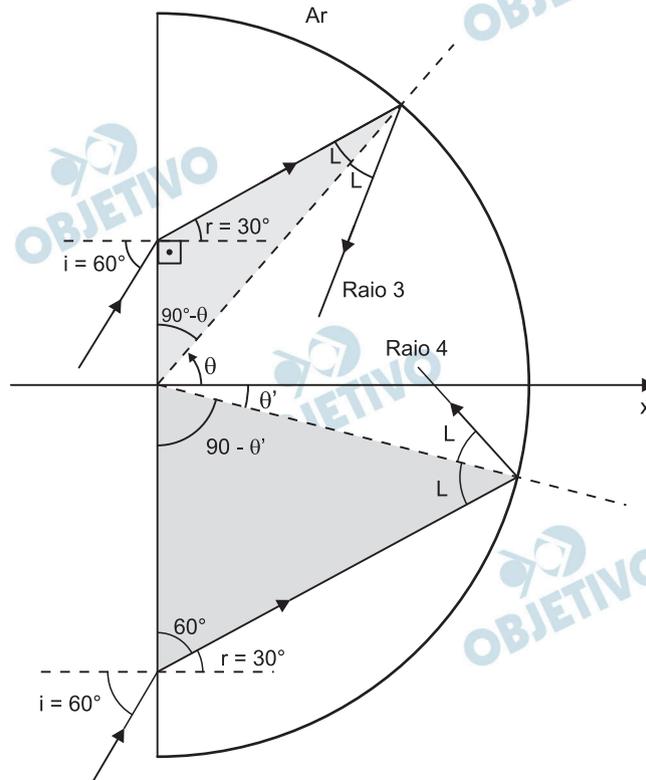
Portanto:  $r = 30^\circ$

II) No triângulo retângulo ABC indicado na figura anterior:

$$\operatorname{tg} r = \frac{AB}{R} \Rightarrow \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{AB}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ (m)} \Rightarrow AB = \frac{1}{2} \text{ m}$$

c) O raio 3 indicado na figura a seguir incide na interface esférica com o ângulo limite  $L$  do dioptro. Isso significa que esse raio praticamente não emerge, sofrendo reflexão quase total. Raios luminosos que incidem na face plana da lente acima do raio 3 não emergem (reflexão total), mas os que incidem entre o eixo  $x$  e o raio 3 emergem da lente e iluminam o anteparo esférico.



(I) Cálculo do ângulo-limite  $L$ :

$$\operatorname{sen} L = \frac{n_{\text{Ar}}}{n} \Rightarrow \operatorname{sen} L = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\operatorname{sen} L = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$L = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$L \cong 35,3^\circ \text{ (verificado numa tabela)}$$

(II) Cálculo de  $\theta$ :

No triângulo destacado no esquema:

$$90^\circ - \theta + 90^\circ + r + L = 180^\circ$$

$$90^\circ - \theta + 90^\circ + 30^\circ + 35,3^\circ = 180^\circ$$

Da qual:  $\theta \cong 65,3^\circ$

Assim, para  $\theta < 65,3^\circ$ , emerge luz que atinge o anteparo.

Raios luminosos que incidem na interface esférica abaixo do raio 4 também não emergem, já que sofrem reflexão total. Logo, os valores de  $\theta$  que permitem iluminação do anteparo esférico são determinados fazendo-se

$$90^\circ - \theta' + L + 60^\circ = 180^\circ$$

Com  $L \cong 35,3^\circ$ , vem:

$$90^\circ - \theta' + 35,3^\circ + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta' \cong 5,3^\circ$$

Logo, a luz emerge da lente se:

$$30^\circ - \text{arc sen } \frac{\sqrt{3}}{3} < \theta < 30^\circ + \text{arc sen } \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Respostas:

a) Sim, existe um raio saindo da lente paralelamente aos raios incidentes. Ver esquema.

b)  $\frac{1}{2}$  m

c)  $30^\circ - \text{arc sen } \frac{\sqrt{3}}{3} < \theta < 30^\circ + \text{arc sen } \frac{\sqrt{3}}{3}$