

## M.01

Uma sequência de números naturais é construída da seguinte forma: seu primeiro termo  $t_1$  é escolhido como sendo um número natural qualquer. Se  $t_1$  for par, então

$$t_2 = \frac{t_1}{2} \text{ e, se } t_1 \text{ for ímpar, então } t_2 = 3t_1 + 1. \text{ Os}$$

termos seguintes  $t_n$  são obtidos de acordo com essa mesma regra. Por exemplo, se  $t_1 = 3$ , então  $t_2 = 10$ ,  $t_3 = 5$ ,  $t_4 = 16$  e assim por diante.

Dessa forma, a partir de  $t_1 \in \mathbb{N}$ , para cada  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ , a sequência  $t_n$  é definida como

$$t_n = \begin{cases} \frac{t_{n-1}}{2}, & \text{se } t_{n-1} \text{ for par} \\ 3 \cdot t_{n-1} + 1, & \text{se } t_{n-1} \text{ for ímpar} \end{cases}$$

- Para  $t_1 = 22$ , determine  $t_4$ .
- Determine todos os possíveis  $t_1$  para os quais  $t_4 = 10$ .
- Para  $t_1 = 26$ , determine  $t_{2022}$ .

### Resolução

$t_1 \in \mathbb{N}$  e para cada  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$  temos:

$$t_n = \begin{cases} \frac{t_{n-1}}{2}, & \text{se } t_{n-1} \text{ for par} \\ 3 \cdot t_{n-1} + 1, & \text{se } t_{n-1} \text{ for ímpar} \end{cases}$$

- a) Se  $t_1 = 22$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{22}{2} = 11$$

$$\Rightarrow t_3 = 3 \cdot 11 + 1 = 34$$

$$\Rightarrow t_4 = \frac{34}{2} = 17$$

b) Como  $t_n = \begin{cases} \frac{t_{n-1}}{2}, & \text{se } t_{n-1} \text{ for par} \\ 3 \cdot t_{n-1} + 1, & \text{se } t_{n-1} \text{ for ímpar} \end{cases}$

então  $\begin{cases} t_{n-1} = 2 \cdot t_n, & \text{se } t_{n-1} \text{ for par} \\ t_{n-1} = \frac{t_n - 1}{3}, & \text{se } t_{n-1} \text{ for ímpar} \end{cases}$

Nestas condições, para  $t_4 = 10$ , podemos construir o diagrama:

$$\begin{array}{l}
 t_4 = 10 \\
 \begin{array}{l}
 \nearrow t_3 = 2 \cdot 10 = 20 \\
 \searrow t_3 = \frac{10-1}{3} = 3
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 \nearrow t_2 = 2 \cdot 20 = 40 \\
 \searrow t_2 = \frac{20-1}{3} \notin \mathbb{N}
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 \nearrow t_1 = 2 \cdot 40 = 80 \\
 \searrow t_1 = \frac{40-1}{3} = 13
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 \nearrow t_2 = 2 \cdot 3 = 6 \\
 \searrow t_2 = \frac{3-1}{3} \notin \mathbb{N}
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 \nearrow t_1 = 2 \cdot 6 = 12 \\
 \searrow t_1 = \frac{6-1}{3} \notin \mathbb{N}
 \end{array}
 \end{array}$$

Portanto,  $t_1$  pode assumir os valores 12, 13 e 80.

c) Se  $t_1 = 26$ , temos a sequência:

$$\underbrace{26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, \dots, t_{2022}}_{8 \text{ termos}}$$

Como  $2022 - 8 = 2014$  e

$$\begin{array}{l}
 2014 \quad | \quad 3 \\
 \textcircled{1} \quad 671 \text{ grupos de } 4, 2 \text{ e } 1 \\
 \quad \quad \quad \rightarrow t_{2022} = 4
 \end{array}$$

Portanto,  $t_{2022} = 4$ .

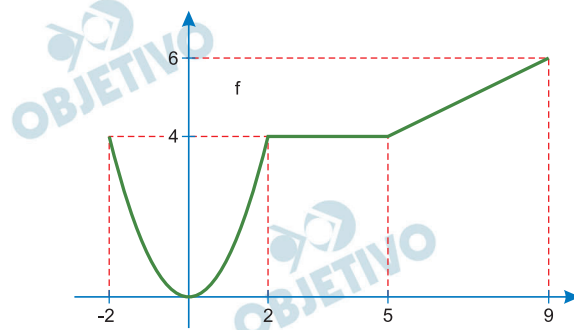
Respostas: a) 17

b) 12; 13 e 80

c) 4

## M.02

Uma função  $f$  está definida no intervalo  $[-2, 9]$  da seguinte forma: para  $x \in [-2, 2]$ ,  $f$  leva  $x$  em  $x^2$  e, no restante do domínio, o seu gráfico é formado por dois segmentos de reta conforme mostra a figura.



- a) Apresente todos os intervalos do domínio da função  $f$  nos quais ela é crescente.
- b) Determine os valores de  $f$  nos pontos  $x = -\frac{3}{2}$ ,  $x = \frac{7}{2}$  e  $x = 8$ .
- c) Para cada valor de  $x \in ]0, 9[$ , considere o retângulo  $R_x$  com vértices nos pontos  $A = (x, 0)$ ,  $B = (9, 0)$ ,  $C = (9, f(x))$  e  $D = (x, f(x))$ . Escreva a expressão da área de  $R_x$ , em função de  $x$ , para  $x$  no intervalo  $]0, 9[$ .

### Resolução

- a) A função é crescente para todos os intervalos que são subconjuntos do intervalo  $[0; 9]$  e *estritamente crescente* para todos os intervalos que são subconjuntos dos intervalos  $[0; 2]$  e  $[5; 9]$ .
- b) A partir do gráfico, temos:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } -2 \leq x \leq 2 \\ 4, & \text{se } 2 \leq x \leq 5 \\ \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}, & \text{se } 5 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

Observação:

A reta que passa pelos pontos  $(5, 4)$  e  $(9, 6)$  tem equação  $y - 4 = \frac{6 - 4}{9 - 5} \cdot (x - 5) \Leftrightarrow$

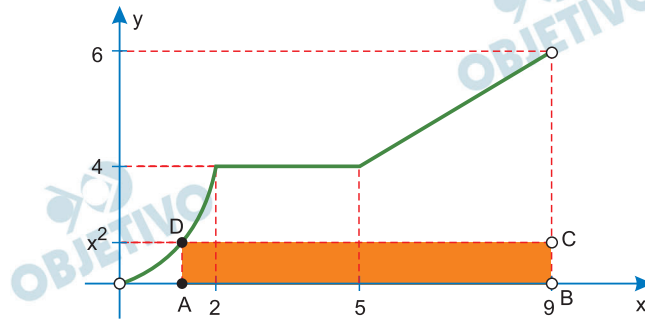
$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$\text{e assim, } f\left(\frac{-3}{2}\right) = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}, \quad f\left(\frac{7}{2}\right) = 4 \text{ e}$$

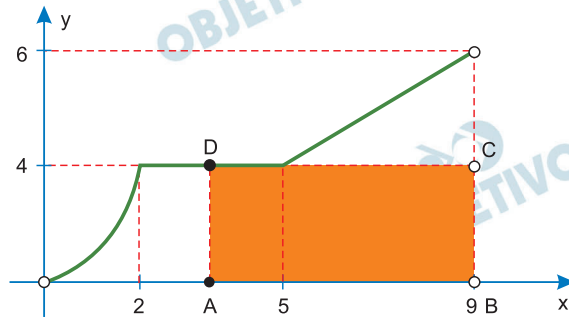
$$f(8) = \frac{1}{2} \cdot 8 + \frac{3}{2} = \frac{11}{2}$$

- c) A partir do enunciado e gráfico, e do ponto  $A(x; 0)$  temos:

1) Para  $x \in ]0, 2] \Rightarrow R_x = (9 - x) \cdot x^2$

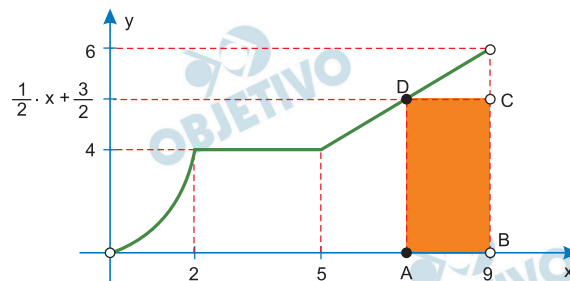


2) Para  $x \in [2, 5] \Rightarrow R_x = (9 - x) \cdot 4$



3) Para

$$x \in [5, 9[ \Rightarrow R_x = (9 - x) \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot x + \frac{3}{2} \right)$$



4) Assim, concluímos que

$$R_x = \begin{cases} (9 - x) x^2, & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ (9 - x) \cdot 4, & \text{se } 2 \leq x \leq 5 \\ (9 - x) \cdot \left( \frac{1}{2} x + \frac{3}{2} \right), & \text{se } 5 \leq x < 9 \end{cases}$$

Respostas: a) A função é crescente para todos os intervalos que são subconjuntos do intervalo  $[0; 9]$  e *estritamente crescente* para todos os intervalos que são subconjuntos dos intervalos  $[0; 2]$  e  $[5; 9]$ .

b)  $\frac{9}{4}$ ; 4 e  $\frac{11}{2}$

c)  $R_x = \begin{cases} (9 - x) x^2, & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ (9 - x) \cdot 4, & \text{se } 2 \leq x \leq 5 \\ (9 - x) \cdot \left( \frac{1}{2} x + \frac{3}{2} \right), & \text{se } 5 \leq x < 9 \end{cases}$

## M.03

Considere o conjunto  $C$  de pontos do plano cartesiano da forma  $(m, n)$ , com  $m$  e  $n$  pertencentes a  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ .

- Apresente todos os pontos  $(m, n)$  de  $C$  para os quais o produto  $m \cdot n$  é maior do que 60.
- Sorteando-se um ponto  $(m, n)$  de  $C$ , com iguais probabilidades para todos os pontos, qual é a probabilidade de que a fração  $\frac{m}{n}$  seja **redutível**?
- Sorteando-se, com iguais probabilidades, **dois pontos distintos** de  $C$ , qual é a probabilidade de que a distância entre eles seja igual a  $\sqrt{13}$ ?

### Note e Adote:

Uma fração  $\frac{m}{n}$  é redutível quando  $m$  e  $n$  possuem um divisor natural em comum, além do 1.

### Resolução

Seja  $C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

- Os pares ordenados  $(m, n)$ , com  $m$  e  $n$  pertencentes a  $C$ , tais que  $m \cdot n > 60$  são os 6 abaixo apresentados:  $(7, 9)$ ;  $(9, 7)$ ;  $(8, 8)$ ;  $(8, 9)$ ;  $(9, 8)$ ;  $(9, 9)$ .
- O conjunto de todos os pares ordenados  $(m, n)$  com  $m$  e  $n$  pertencentes a  $C$  é  $7 \cdot 7 = 49$ .

Os pares ordenados para os quais a fração  $\frac{m}{n}$  é **redutível** são aqueles para os quais  $\text{mdc}(m, n) \neq 1$

e são os 19 pares descritos abaixo:

$(3, 3)$ ;  $(4, 4)$ ;  $(5, 5)$ ;  $(6, 6)$ ;  $(7, 7)$ ;  $(8, 8)$ ;  $(9, 9)$

$(3, 6)$ ;  $(6, 3)$ ;  $(3, 9)$ ;  $(9, 3)$ ;  $(6, 9)$ ;  $(9, 6)$

$(4, 6)$ ;  $(6, 4)$ ;  $(4, 8)$ ;  $(8, 4)$ ;  $(6, 8)$ ;  $(8, 6)$

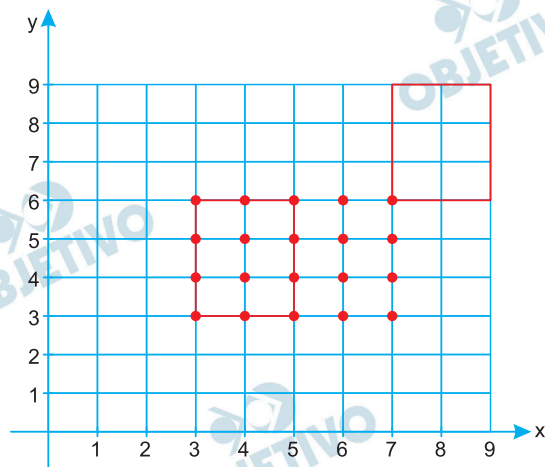
A probabilidade pedida é, pois,  $\frac{19}{49}$

- Dos 49 pontos possíveis, existem

$$C_{49,2} = \frac{49 \cdot 48}{2} = 1176 \text{ casos possíveis.}$$

Como  $m$  e  $n$  são inteiros,  $\sqrt{13}$  só pode ser obtida como  $\sqrt{2^2 + 3^2}$ , o que indica que  $\sqrt{13}$  deve ser a diagonal de um retângulo de lados de medidas 2 e 3. Escolhendo um ponto para ser o primeiro vértice do retângulo, os outros vértices estarão definidos no caso em que 2 é o lado horizontal e

3 o lado vertical, como mostram os casos abaixo.



Os valores de  $x$  do primeiro ponto variam de 3 a 7 e os valores de  $y$  variam de 3 a 6.

Portanto, existem  $5 \cdot 4 = 20$  possibilidades de escolha para o primeiro vértice (pontos destacados em vermelho) do retângulo, cada um deles com 2 diagonais. Portanto 40 casos em que o retângulo tem lado 2 na horizontal e 3 na vertical. Para o caso em que o lado 3 está na horizontal e 2 na vertical, também haverá 40 casos de maneira análoga. Logo, existem 80 casos favoráveis. A probabilidade pedida é:

$$P = \frac{80}{1176} = \frac{10}{147}$$

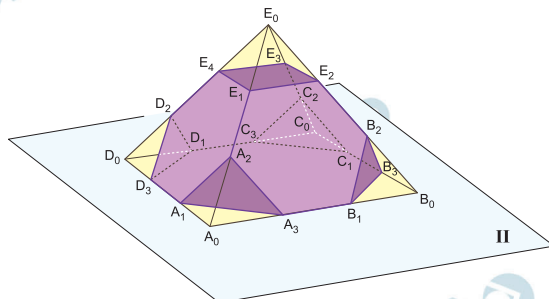
Resposta: a) (7, 9); (9, 7); (8, 8); (8, 9); (9, 8); (9, 9)

b)  $\frac{19}{49}$

c)  $P = \frac{80}{1176} = \frac{10}{147}$

## M.04

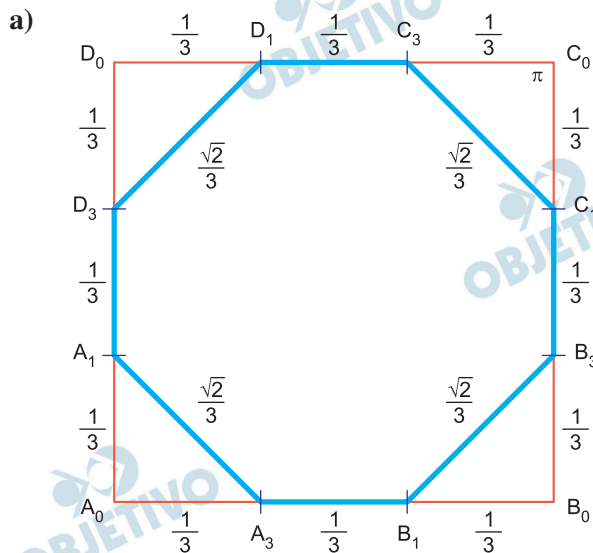
Uma pirâmide  $P$  tem base quadrada  $A_0B_0C_0D_0$  de lado medindo  $1u$ . m apoiada em um plano  $\Pi$ , e quatro faces que são triângulos equiláteros, ligando a base ao ápice  $E_0$  de  $P$ . Os dezesseis pontos  $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, C_1, C_2, C_3, D_1, D_2, D_3, E_1, E_2, E_3$  e  $E_4$ , indicados na figura, dividem cada aresta da pirâmide em três segmentos de igual medida.



Um novo sólido  $S$ , em destaque na figura, é produzido subtraindo-se de  $P$  as cinco pirâmides  $A_0A_1A_2A_3$ ,  $B_0B_1B_2B_3$ ,  $C_0C_1C_2C_3$ ,  $D_0D_1D_2D_3$ ,  $E_0E_1E_2E_3E_4$ . Determine:

- o perímetro da face de  $S$  que se apoia em  $\Pi$ , cujos vértices são  $A_1, A_3, B_1, B_3, C_1, C_3, D_1$  e  $D_3$ .
- o volume de  $S$ .
- a distância entre  $A_1$  e  $E_2$ .

### Resolução



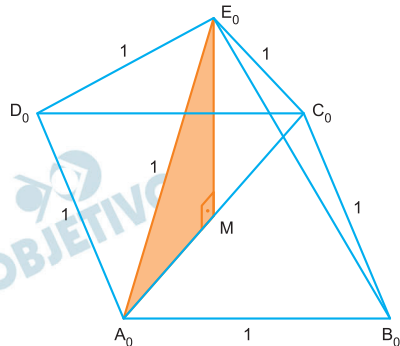
$$A_1A_3 = B_1B_3 = C_1C_3 = D_1D_3 =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{perímetro da face } A_1A_3B_1B_3C_1C_3D_1D_3 =$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{3} + 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{4}{3} (1 + \sqrt{2})$$

b) (1) Pirâmide  $A_0B_0C_0D_0E_0$



Sendo M o ponto médio da diagonal  $A_0C_0$ :

$$A_0M = \frac{A_0C_0}{2} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Por Pitágoras no triângulo  $A_0ME_0$ :

$$(A_0E_0)^2 = (A_0M)^2 + (ME_0)^2$$

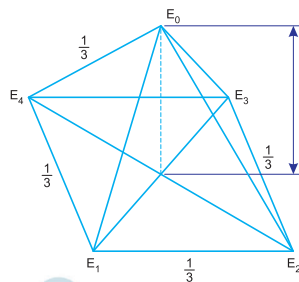
$$\Rightarrow 1^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (ME_0)^2$$

$$\Rightarrow ME_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

O volume desta pirâmide é:

$$V_{A_0B_0C_0D_0E_0} = \frac{1}{3} \cdot 1^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

(2) Pirâmide  $E_0E_1E_2E_3E_4$

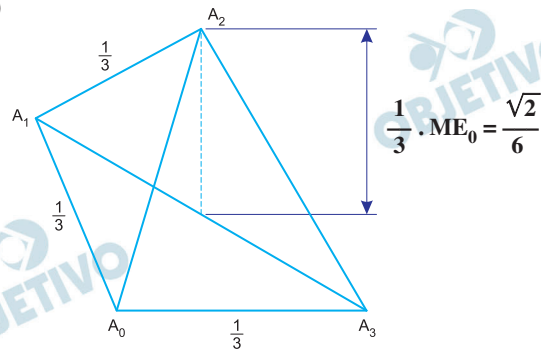


$$\frac{1}{3} \cdot ME_0 = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

O volume desta pirâmide é:

$$VE_0E_1E_2E_3E_4 = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{162}$$

(3)



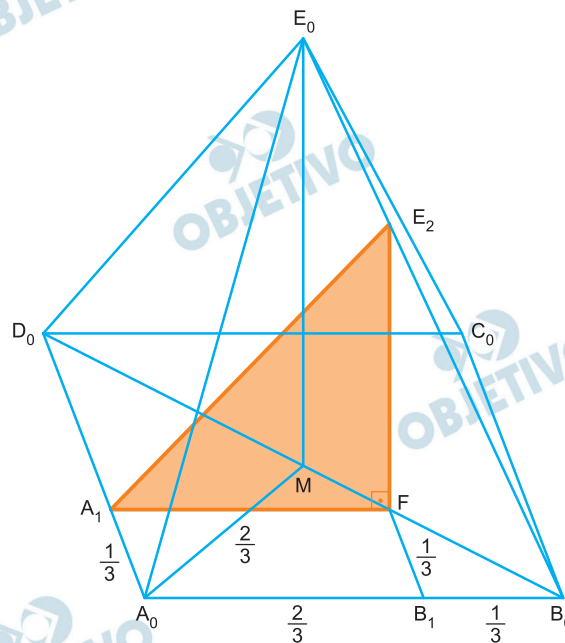
$$V_{A_0A_1A_2A_3} = V_{B_0B_1B_2B_3} = V_{C_0C_1C_2C_3} =$$

$$= V_{D_0D_1D_2D_3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{324}$$

$$(4) \quad V_S = \frac{\sqrt{2}}{6} - \frac{\sqrt{2}}{162} - 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{324} =$$

$$= \frac{27 - 1 - 2}{162} \cdot \sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{27}$$

c)



(1) F: projeção de  $E_2$  no plano  $\Pi$  ( $A_0B_0C_0D_0$ ):

$$(2) \quad E_2F = \frac{2}{3} ME_0 = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

(3) Por Pitágoras no  $\Delta A_1 F E_2$

$$(A_1E_2)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2$$

$$(A_1E_2)^2 = \frac{6}{9}$$

$$A_1 E_2 = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Respostas: a)  $\frac{4}{3} (1 + \sqrt{2})$

b)  $\frac{4\sqrt{2}}{27}$

c)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

## M.05

Considere, no plano cartesiano, a circunferência com centro no ponto  $(0, 3)$  e com raio 2 e, para cada  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ , a parábola cuja equação é  $y = ax^2 + 1$ .

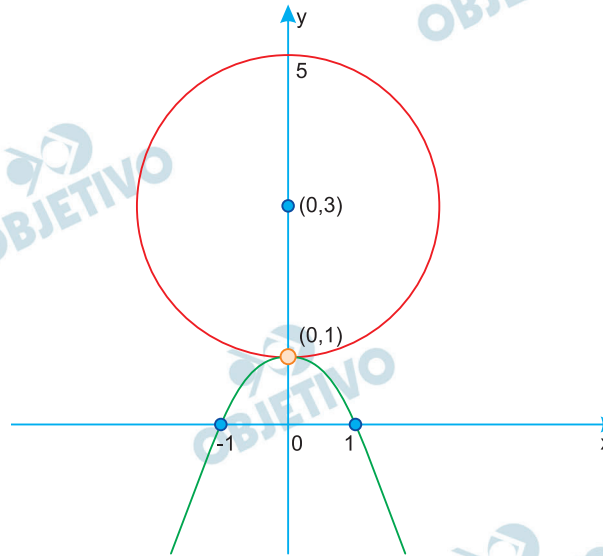
- Para  $a = -1$ , encontre o ponto comum entre a circunferência e a parábola.
- Para  $a = 1$ , apresente 3 pontos em comum entre a circunferência e a parábola.
- Encontre todos os valores de  $a$  para os quais a circunferência e a parábola possuam exatamente 3 pontos em comum.

### Resolução

A equação da circunferência com centro no ponto  $(0; 3)$  e raio 2 é

$$x^2 + (y - 3)^2 = 4$$

- Para  $a = -1$  o ponto comum entre a circunferência e a parábola de equação  $y = -x^2 + 1$  é  $(0; 1)$ , pois



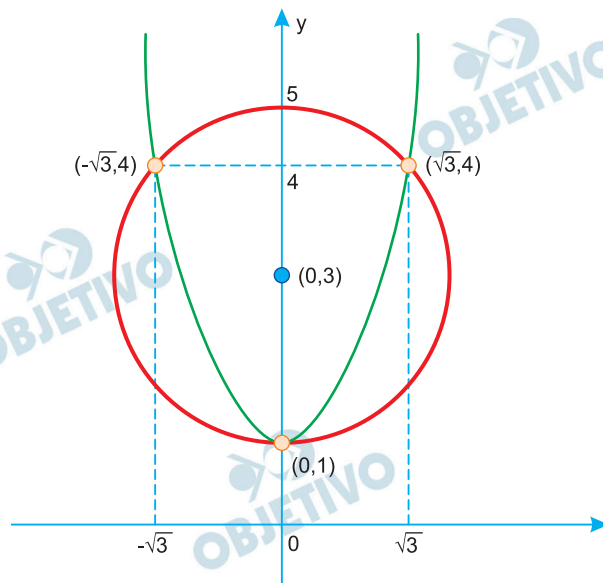
- Para  $a = 1$ , os pontos em comum entre a circunferência e a parábola de equação  $y = x^2 + 1$  são tais que:

$$\begin{cases} x^2 + (y - 3)^2 = 4 \\ y = x^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (x^2 - 2)^2 = 4 \\ y = x^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 3x^2 = 0 \\ y = x^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \cdot (x^2 - 3) = 0 \\ y = x^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \text{ ou } x^2 = 3 \\ y = x^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ ou } x = \pm\sqrt{3} \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (0; 1), (-\sqrt{3}; 4), (\sqrt{3}; 4)$$



- c) Os pontos em comum entre a circunferência de equação  $x^2 + (y - 3)^2 = 4$  e a parábola de equação  $y = ax^2 + 1$ , com  $a \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$  são tais que:

$$x^2 + (ax^2 - 2)^2 = 4 \Leftrightarrow a^2x^4 + (1 - 4a) \cdot x^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 \cdot (a^2 \cdot x^2 + 1 - 4a) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 0 \text{ ou } a^2 \cdot x^2 = 4a - 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \pm \frac{\sqrt{4a - 1}}{a}$$

Para termos exatamente 3 pontos em comum,

$$\text{devemos ter } 4a - 1 > 0 \Leftrightarrow a > \frac{1}{4}$$

Respostas: a) (0; 1)

b)  $(-\sqrt{3}; 4)$ ,  $(0; 1)$ ,  $(\sqrt{3}; 4)$

c)  $a > \frac{1}{4}$

## M.06

Uma empresa distribuidora de alimentos tem latas de ervilha (E) e latas de milho (M), em dois pesos, 1kg e 2kg, totalizando 4 (quatro) tipos de latas: E1 e E2 (ervilha, em pesos de 1kg e 2kg, respectivamente) e M1 e M2 (milho, em pesos de 1kg e 2kg, respectivamente). Essas latas são agrupadas em pacotes para envio aos comerciantes. Dois pacotes de latas são considerados **iguais** se contiverem a mesma quantidade de latas de cada tipo, independentemente da maneira como são organizadas no pacote.

- Quantos pacotes diferentes pesando, cada um, exatamente 200kg (**duzentos quilos**) podem ser montados usando-se apenas latas dos tipos **E1 e E2**? Na contagem, deve-se também levar em conta pacotes formados por apenas **1** tipo dessas latas.
- Quantos pacotes diferentes pesando, cada um, exatamente 200kg (**duzentos quilos**) podem ser montados usando-se apenas latas dos tipos **E1, E2 e M1**? Na contagem, deve-se também levar em conta pacotes formados por apenas **1 ou 2** tipos dessas latas.
- Quantos pacotes diferentes pesando, cada um, exatamente 20kg (**vinte quilos**) podem ser montados usando-se latas dos tipos **E1, E2, M1 e M2**? Na contagem, deve-se também levar em conta pacotes formados por apenas **1, 2 ou 3** tipos dessas latas.

### Resolução

- a) A partir das informações do enunciado, podemos montar a seguinte equação:

$$1 \cdot E1 + 2 \cdot E2 = 200$$

$$E1 = 2 \cdot (100 - E2)$$

Como E1 e E2 são não negativos, temos:

$$\begin{cases} E2 \geq 0 \\ 100 - E2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} E2 \geq 0 \\ 100 \geq E2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq E2 \leq 100$$

Como E2 é inteiro, existem 101 opções para E2. Para cada valor de E2, há somente uma opção para E1.

Portanto, há  $101 \cdot 1 = 101$  maneiras.

- b) A partir das informações do enunciado, podemos montar a seguinte equação:

$$1 \cdot E1 + 2 \cdot E2 + 1 \cdot M1 = 200$$

$$E1 + M1 = 2 \cdot (100 - E2).$$

Do item anterior, sabemos que:  $0 \leq E2 \leq 100$ .

Assim, podemos montar a seguinte tabela:

E2	E1 + M1	Número de maneiras
0	200	201
1	198	199
2	196	197
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
99	2	3
100	0	1

} P.A.

Assim, o total de maneiras é  $1 + 3 + \dots + 199 + 201$

Portanto, a soma da P.A. é:

$$\left(\frac{1 + 201}{2}\right) \cdot 101 = 101^2 = 10201 \text{ maneiras}$$

- c) A partir das informações do texto, podemos montar a seguinte equação.

$$1 \cdot E_1 + 2 \cdot E_2 + 1 \cdot M_1 + 2 \cdot M_2 = 20$$

$$E_1 + M_1 = 2 \cdot [10 - (E_2 + M_2)]$$

A soma  $E_2 + M_2$  varia num intervalo de 0 a 10.

Assim, podemos montar a seguinte tabela:

E2 + M2	Número de possibilidades	E1 + M1	Número de possibilidades
	(E2 + M2)		(E1 + M1)
0	1	20	21
1	2	18	19
2	3	16	17
3	4	14	15
4	5	12	13
5	6	10	11
6	7	8	9
7	8	6	7
8	9	4	5
9	10	2	3
10	11	0	1

Portanto, o total de possibilidades é

$$1.21 + 2.19 + 3.17 + 4.15 + 5.13 + 6.11 + 7.9 + 8.7 + 9.5 + 10.3 + 11.1 = 506 \text{ possibilidades}$$

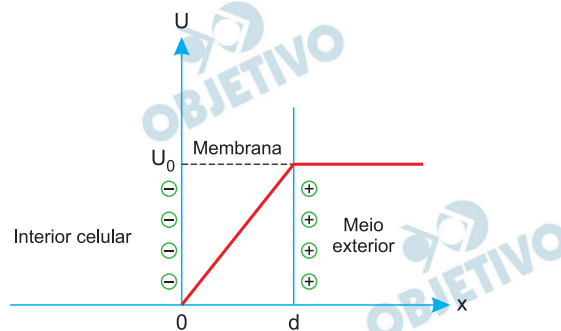
Respostas: a) 101 maneiras.

b) 10201 maneiras

c) 506 possibilidades

## F.01

Diversos processos celulares presentes no corpo humano envolvem fenômenos elétricos. Um dos mais importantes é o fato de uma membrana celular, que separa o interior celular do exterior, apresentar um acúmulo de ânions (cargas negativas) e cátions (cargas positivas) nas superfícies interna e externa, respectivamente, o que resulta no surgimento de uma diferença de potencial  $U$  ao longo da membrana. Considere que  $U$  cresce linearmente de 0 a  $U_0$  na região entre  $x = 0$  e  $x = d$ , como mostra a figura.



- Indique o sentido do vetor campo elétrico no interior da membrana (se está apontando para o interior ou para o exterior da célula). Justifique sua resposta.
- Obtenha o módulo do campo elétrico (em V/m) considerando que a membrana tenha espessura  $d = 64 \text{ \AA}$  e que  $U_0 = 0,08 \text{ V}$ .
- Supondo agora uma membrana em que o campo elétrico tenha intensidade  $10^7 \text{ V/m}$ , encontre a razão  $F_e/F_g$ , em que  $F_e$  é o módulo da força eletrostática e  $F_g$  é o módulo da força gravitacional, ambas exercidas sobre um íon monovalente localizado na região  $0 < x < d$ , conforme a figura.

Note e adote:

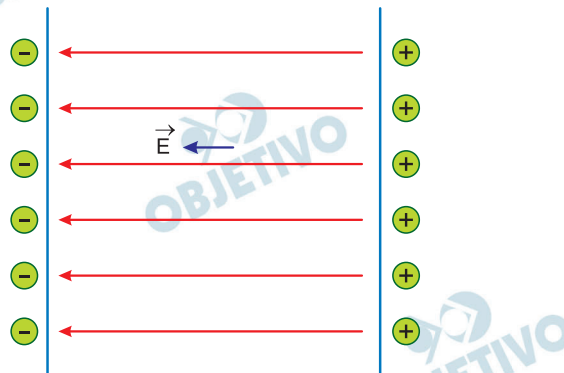
$$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$$

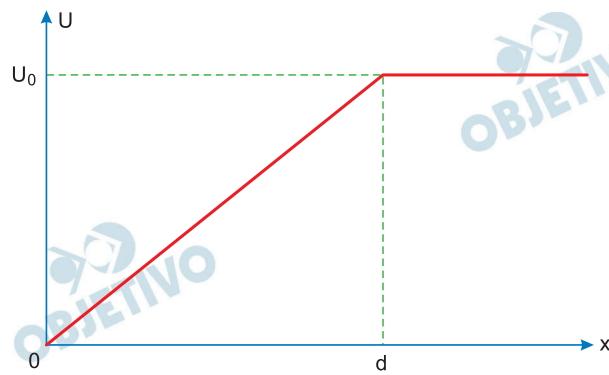
$$\text{Carga de um íon monovalente} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C.}$$

Considere, para efeitos de cálculo desta questão, a massa de um íon como  $10^{-30} \text{ kg}$ .

$$\text{Aceleração da gravidade: } g = 10 \text{ m/s}^2.$$

### Resolução





a) O vetor campo elétrico acompanha as linhas de força que, por sua vez, são orientadas da “placa” positiva para a negativa, no sentido do potencial decrescente, isto é, do meio exterior para o interior celular.

b) Módulo do vetor campo elétrico:

$$E \cdot d = U$$

Temos, do texto:

$$U = U_0 = 0,08\text{V}, d = 64 \text{ \AA} = 64 \cdot 10^{-10}\text{m}$$

$$E = \frac{U_0}{d} \Rightarrow E = \frac{8,0 \cdot 10^{-2}\text{V}}{6,4 \cdot 10^{-9}\text{m}}$$

$$E = 1,25 \cdot 10^7 \text{V/m}$$

c) Para uma membrana em que há um campo elétrico de intensidade  $10^7 \text{ V/m}$ , a carga elétrica ficará sob ação da força elétrica:  $F_e$ , e da força gravitacional:  $F_g$ .

$$\text{Temos: } F_e = q \cdot E \text{ e } F_g = m \cdot g$$

$$E = 10^7 \text{ V/m}$$

$$q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m = 10^{-30} \text{ kg}$$

$$g = 10\text{m/s}^2$$

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{q \cdot E}{m \cdot g} \Rightarrow \frac{F_e}{F_g} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^7}{10^{-30} \cdot 10}$$

$$\frac{F_e}{F_g} = 1,6 \cdot 10^{17}$$

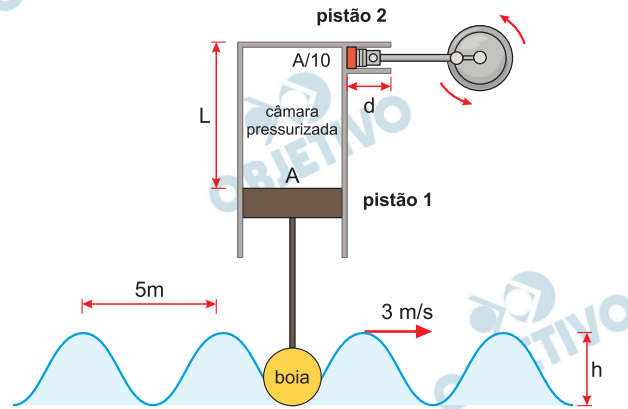
Respostas: a) Do meio exterior para o interior celular.

b)  $1,25 \cdot 10^7 \text{ V/m}$

c)  $1,6 \cdot 10^{17}$

## F.02

A conversão de energia mecânica das ondas do mar é uma promissora fonte alternativa de energia limpa, e vários protótipos têm sido desenvolvidos para este fim. Uma das possíveis aplicações é o uso de câmaras de ar pressurizadas que usem a oscilação das ondas do mar para fazer girar o eixo de um dínamo ou de uma turbina, gerando energia elétrica.



Considere o esquema mostrado na figura: uma boia flutua no mar e seu movimento vertical faz mover o pistão 1 de área  $A$  que comprime o ar em uma câmara pressurizada a uma pressão  $P_0$ . A distância máxima entre o pistão 1 e o topo da câmara é  $L$ . Um segundo pistão (pistão 2) de área  $A/10$  colocado horizontalmente na lateral superior da câmara é acoplado a um mecanismo que faz girar um dínamo.

Considere inicialmente que ambos os pistões são livres para se movimentarem sem atrito e que a pressão e a temperatura do gás no interior da câmara não se alterem significativamente.

- Se as ondas do mar forem ondas perfeitamente harmônicas com velocidade de  $3 \text{ m/s}$  e a distância entre as cristas for de  $5 \text{ m}$ , calcule o período de rotação do dínamo.
- Se a amplitude das ondas do mar é  $h$ , calcule a distância horizontal máxima  $d$  percorrida pelo pistão 2.

Considere agora uma situação em que o gerador é desativado, travando-se o pistão 2, de modo que ele não possa se mover.

- Calcule a pressão máxima na câmara considerando que a temperatura do gás em seu interior não varie. Expresse sua resposta em termos da pressão inicial na câmara  $P_0$ , e de  $L$  e  $h$ .

Note e adote:

Considere o gás no interior da câmara como sendo ideal e em equilíbrio termodinâmico em todas as etapas do processo.

### Resolução

- a) O período de rotação do dínamo será igual ao das ondas progressivas que se propagam na superfície da água do mar.

$$V = \lambda f \Rightarrow V = \frac{\lambda}{T}$$

Com  $V = 3\text{m/s}$  e  $\lambda = 5\text{m}$ , vem:

$$3 = \frac{5}{T} \Rightarrow T = \frac{5}{3} \text{ s}$$

- b) Devemos entender que aquilo que foi chamado de “amplitude das ondas do mar,  $h$ ” corresponde ao máximo deslocamento vertical de um ponto oscilante, que é igual à máxima distância vertical percorrida pelo pistão 1.

A rigor, a amplitude das ondas equivale a  $\frac{h}{2}$ .

Inicialmente, como a pressão e a temperatura não sofrem variações significativas, depreende-se que o volume gasoso que “sai” das vizinhanças do pistão 1, “chega” às vizinhanças do pistão 2.

$$\Delta V_2 = \Delta V_1 \Rightarrow A_2 d = A_1 h$$

$$\frac{A}{10} d = Ah \Rightarrow d = 10h$$

- c) Entendendo-se que o gás perfeito sofre uma compressão isotérmica e aplicando-se a Lei Geral dos Gases, vem:

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{T_1} \Rightarrow p_2 A (L - h) = p_0 AL$$

Da qual:

$$p_2 = \frac{L}{L - h} p_0$$

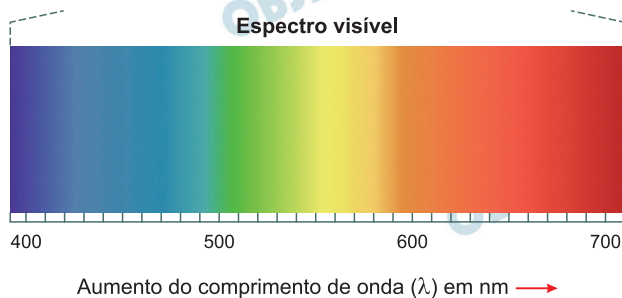
Respostas: a)  $\frac{5}{3} \text{ s}$  ou  $\cong 1,67\text{s}$

b)  $d = 10h$

c)  $\frac{L}{L - h} p_0$

## F.03

O *laser* consiste em uma fonte de luz coerente e monocromática, sendo largamente utilizado em leitores de códigos de barras e também em aplicações na física, na medicina e em outras áreas. Seu princípio de funcionamento é baseado na emissão estimulada de fótons. Em um tipo comum de *laser*, uma quantidade de átomos é excitada para um estado de energia  $E_2$ . Em seguida alguns desses átomos são estimulados a decair para um estado de energia menor  $E_1$ , emitindo um fóton com energia dada pela diferença entre  $E_2$  e  $E_1$ . De modo similar, esse decaimento estimula outros átomos a emitirem fótons formando um processo em cadeia com geração de luz.



- Qual tipo de laser emite fótons com maior energia: o de luz vermelha ou o de luz azul? Justifique sua resposta.
- Determine a frequência (em Hz) de um fóton com comprimento de onda na região de cor laranja mostrada na figura.
- Determine o comprimento de onda de um fóton (em nm) considerando um laser cujas energias  $E_2$  e  $E_1$  correspondem aproximadamente a 20,2 eV e 18,7 eV, respectivamente.

Note e adote:

A energia  $E$  de um fóton relaciona-se com sua frequência  $f$  por meio da relação  $E = hf$ , onde  $h = 4 \times 10^{-15}$  eV.s e a frequência é dada em Hz.

Velocidade da luz no vácuo:  $c = 3 \times 10^8$  m/s.

Legenda para daltônicos: Gráfico do espectro visível com cores em função do comprimento de onda, que se inicia no azul (lado esquerdo a 400 nm), passando pelo verde (500 nm), amarelo (550 nm), laranja (600 nm) e terminando no vermelho (lado direito a 700 nm).

### Resolução

a) Da Equação Fundamental da Ondulatória:

$$c = \lambda f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} \quad (\text{I})$$

Da Equação de Planck, dada no enunciado:

$$E = hf \quad (\text{II})$$

Substituindo-se (I) em (II):

$$E = h \frac{c}{\lambda}$$

Sendo  $\lambda_{\text{azul}} < \lambda_{\text{vermelho}}$  ( $400\text{nm} < 700\text{nm}$ ) e observando-se que  $h$  e  $c$  são constantes, conclui-se, a partir da expressão acima, que

$$E_{\text{azul}} > E_{\text{vermelho}}$$

b)  $c = \lambda f$

Com  $c = 3 \cdot 10^8 \text{m/s}$  e

$$\lambda_L = 600\text{nm} = 600 \cdot 10^{-9}\text{m} = 6 \cdot 10^{-7}\text{m},$$

determina-se a frequência associada ao fóton da cor laranja,  $f_L$ .

$$3 \cdot 10^8 = 6 \cdot 10^{-7} f_L \Rightarrow f_L = 5 \cdot 10^{14} \text{Hz}$$

c) Do enunciado:

$$E_{\text{fóton laser}} = E_2 - E_1$$

Logo:

$$h \frac{c}{\lambda} = E_2 - E_1$$

$$4 \cdot 10^{-15} \frac{3 \cdot 10^8}{\lambda} = 20,2 - 18,7$$

$$\lambda = \frac{12 \cdot 10^{-7}}{1,5} \text{ (m)}$$

$$\text{Da qual: } \lambda = 8 \cdot 10^{-7}\text{m} = 800\text{nm}$$

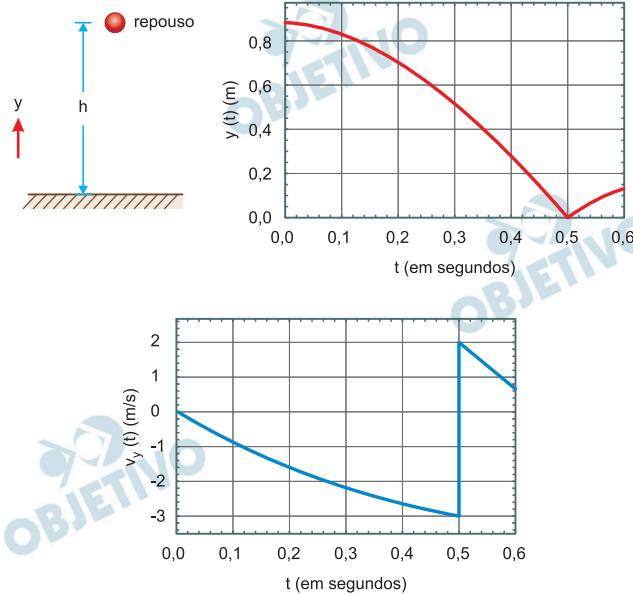
Respostas: a) Os fótons de maior energia correspondem ao laser azul.

b)  $5 \cdot 10^{14}\text{Hz}$

c)  $800\text{nm}$

# F.04

Uma bola de borracha de massa  $m = 50$  gramas é abandonada do repouso, a partir de uma certa altura  $h$ . A resistência do ar **não** é desprezível, e o movimento da bola durante 0,6 segundo após o início da queda é registrado por uma câmera de alta resolução. Considerando o esquema da situação inicial e os gráficos da dependência temporal da altura  $y$  e da velocidade vertical  $v_y$  da bola, responda às questões a seguir.



- No instante  $t = 0,2$  s, a força resultante que atua sobre a bola tem sentido para cima, sentido para baixo ou tem intensidade nula? Justifique sua resposta.
- Calcule a energia cinética perdida pela bola entre os instantes imediatamente antes e imediatamente depois do choque com o solo.
- Calcule o módulo da força **média** de resistência do ar atuando sobre a bola entre o instante inicial e o instante imediatamente antes de ela atingir o solo pela primeira vez.

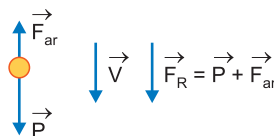
Note e adote:

Despreze as dimensões da bola frente à altura inicial.

Aceleração da gravidade:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

## Resolução

- No instante  $t = 0,2$  s, o movimento é acelerado e como a bola está descendo (velocidade dirigida para baixo) a aceleração vetorial é dirigida para baixo e, portanto, a força resultante é dirigida para baixo.



b) 1) **Leitura do gráfico:**

Imediatamente antes da colisão:  $V_1 = -3\text{m/s}$

Imediatamente após a colisão:  $V_2 = 2\text{m/s}$

$$2) E_d = E_{\text{cin}_i} - E_{\text{cin}_f} = \frac{m}{2} (V_1^2 - V_2^2)$$

$$E_d = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{2} (9 - 4) \text{ (J)}$$

$$E_d = 12,5 \cdot 10^{-2} \text{J} \Rightarrow E_d = 1,25 \cdot 10^{-1} \text{J}$$

c) Em relação à força média da resistência do ar podemos associar dois conceitos distintos explicitados a seguir:

1) **Força média em relação à distância:** é a força constante capaz de produzir o mesmo trabalho que a força de resistência do ar.

2) **Força média em relação ao tempo:** é a força constante capaz de produzir o mesmo impulso que a força de resistência do ar.

c1) **Cálculo da força média em relação à distância:**

$$\text{TEC: } \tau_{\text{total}} = \Delta E_{\text{cin}}$$

$$\tau_P + \tau_{F_{\text{ar}}} = \frac{m V_1^2}{2} - \frac{m V_0^2}{2}$$

$$mgy - F_{m(D)} \cdot y = \frac{m V_1^2}{2}$$

$$50 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 0,9 - F_{m(D)} \cdot 0,9 = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot (3)^2$$

$$0,45 - F_{m(D)} \cdot 0,9 = 0,225$$

$$F_{m(D)} \cdot 0,9 = 0,225$$

$$F_{m(D)} = 0,25 \text{ N}$$

c2) **Cálculo da força média em relação ao tempo:**

$$\text{TI: } \vec{I}_{\text{total}} = \Delta \vec{Q}$$

$$\vec{I}_P + \vec{I}_{F_{\text{ar}}} = m \vec{V}_1 - m \vec{V}_0$$

$$mg \Delta t - F_{m(T)} \cdot \Delta t = m |\vec{V}_1|$$

$$(50 \cdot 10^{-3} \cdot 10 - F_{m(T)}) 0,5 = 50 \cdot 10^{-3} \cdot 3$$

$$0,50 - F_{m(T)} = 0,30 \text{ (N)}$$

$$F_{m(T)} = 0,50 - 0,30 \text{ (N)}$$

$$F_{m(T)} = 0,20 \text{ N}$$

Respostas: a) para baixo

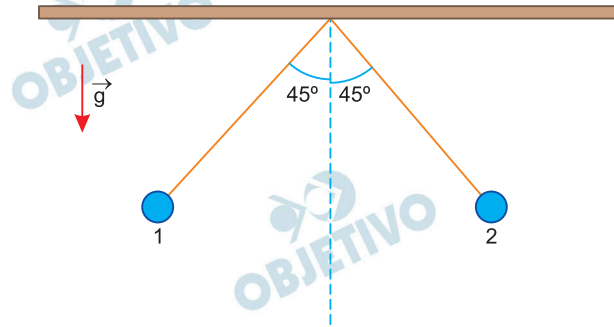
b)  $E_d = 0,125\text{J}$

c) Módulo da Força média em relação ao tempo: 0,20 N

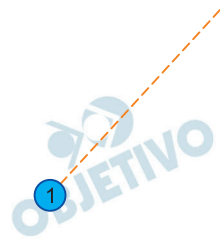
Módulo da Força média em relação à distância: 0,25 N

## F.05

Duas esferas de massa  $m$ , ambas carregadas eletricamente com a mesma carga  $q$ , estão localizadas nas extremidades de fios isolantes, de comprimento  $L$ , presos ao teto, e formam o arranjo estático mostrado na figura.



- a) Na folha de respostas, faça um diagrama de corpo livre da esfera 1, indicando todas as forças que atuam sobre ela.



- b) Determine a razão  $q^2/m$  em termos do comprimento  $L$  dos fios, da aceleração da gravidade  $g$  e da constante eletrostática do vácuo  $k$ .
- c) Considere que as mesmas esferas são desconectadas dos fios e conectadas às extremidades de uma mola de constante elástica igual a  $50 \text{ N/m}$ . O conjunto é deixado sobre uma superfície isolante e sem atrito, atingindo o equilíbrio quando a força elétrica entre elas é de  $0,1 \text{ N}$ . Nessas condições, qual será o valor da energia armazenada na mola?

Note e adote:

Despreze as dimensões das esferas frente ao comprimento dos fios.

## Resolução

a)

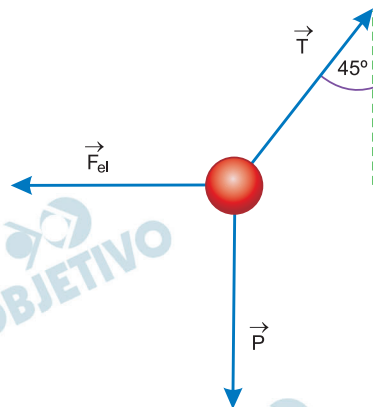


Figura A

No diagrama de corpo livre, temos:

$\vec{P}$ : força peso

$\vec{T}$ : força de tração do fio

$\vec{F}_{el}$ : força elétrica

b)

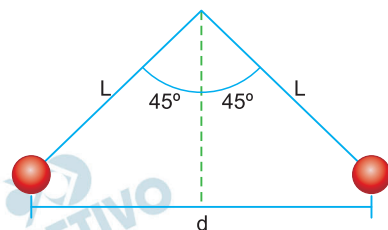


Figura B

Cálculo da distância entre as cargas d:

$$d^2 = L^2 + L^2$$

$$d^2 = 2L^2$$

$$d = \sqrt{2} \cdot L$$

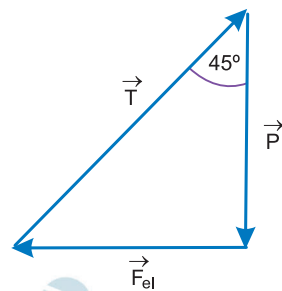


Figura C

Cálculo da razão  $\frac{q^2}{m}$ :

$$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{F_{el}}{P} \Rightarrow 1 = \frac{F_{el}}{P} \Rightarrow F_{el} = P$$

$$\frac{k \cdot q^2}{d^2} = mg \Rightarrow \frac{q^2}{m} = \frac{d^2 \cdot g}{k} \Rightarrow \frac{q^2}{m} = \frac{2 L^2 g}{k}$$

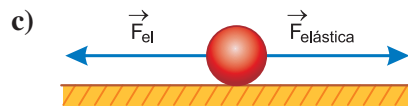


Figura D

Na situação de equilíbrio temos:  $F_{elastica} = F_{el}$

Usando a Lei de Hooke:  $F_{elastica} = k \cdot x$ , temos:

$$k \cdot x = F_{el}$$

$$x = \frac{F_{el}}{k} \Rightarrow x = \frac{0,1}{50} \text{ (m)} \Rightarrow x = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$E_{pot_{elastica}} = \frac{kx^2}{2}$$

$$E_{pot_{elastica}} = \frac{50 \cdot (2,0 \cdot 10^{-3})^2}{2} \text{ (J)}$$

$$E_{pot_{elastica}} = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Respostas: a) ver figura

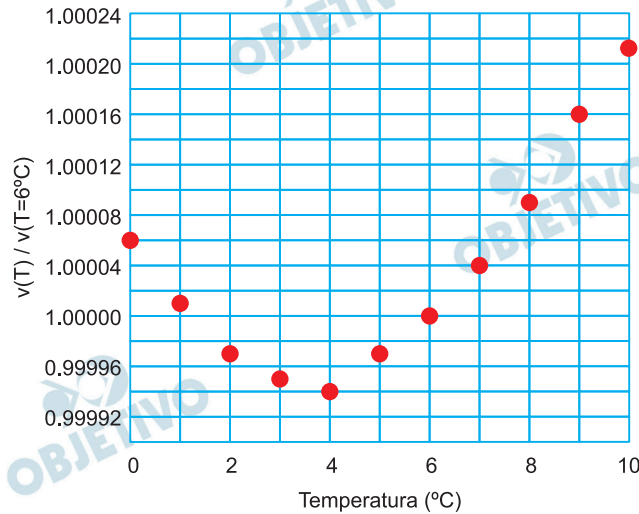
b)  $\frac{2 L^2 g}{k}$

c)  $1,0 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

## F.06

O último relatório do Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas da ONU (IPCC) mostra que uma parcela significativa do aumento dos níveis dos oceanos vem da expansão térmica da água. Essa expansão ocorre principalmente nas camadas superiores dos oceanos, até cerca de 700 m de profundidade.

O gráfico a seguir mostra a variação da razão  $v(T) / v(T = 6^\circ\text{C})$  onde  $v(T)$  é o volume de 1 g de água (em  $\text{cm}^3$ ) à pressão ambiente (também chamado de *volume específico*) em função da temperatura  $T$  expressa em graus Celsius.



Fonte: Engineering ToolBox, (2004). Water - Specific Volume.

Disponível em

[https://www.engineeringtoolbox.com/water-specific-volume-weight-d\\_661.html/](https://www.engineeringtoolbox.com/water-specific-volume-weight-d_661.html/).

- Se uma coluna de água inicialmente a uma temperatura de  $1^\circ\text{C}$  for aquecida até  $3^\circ\text{C}$ , sua altura aumenta ou diminui? Justifique com base nos dados do gráfico.
- Considere uma coluna de água cuja altura a  $6^\circ\text{C}$  é de 700 m. Assumindo que toda a expansão volumétrica ocorra na direção vertical e que sua massa não varie, estime, com base nos dados do gráfico, a variação de altura da coluna quando esta é aquecida de  $6^\circ\text{C}$  até  $9^\circ\text{C}$ . Expresse seu resultado em centímetros.
- Considere uma coluna de água de 700 m de altura que sofre um aumento de temperatura de  $2^\circ\text{C}$ . Assumindo que a massa dessa coluna de água não varie, desprezando a variação da massa específica da água com a temperatura e admitindo que esta seja constante e igual a  $1 \text{ g/cm}^3$ , calcule o calor absorvido pela coluna por unidade de área de superfície. Expresse seu resultado em  $\text{J/m}^2$ .

Note e adote:

Considere que o volume específico da água (definida pelo inverso da massa específica) não varie com a profundidade.

Calor específico da água:  $4,2 \text{ J/(g}^\circ\text{C)}$ .

### Resolução

- a) Entre as temperaturas de  $0^{\circ}\text{C}$  e  $4^{\circ}\text{C}$ , o gráfico mostra que o volume da água diminui com o aumento da temperatura. Para a variação de temperatura de  $1^{\circ}\text{C}$  até  $3^{\circ}\text{C}$ , o volume ocupado pela água diminui. Então, a altura da coluna de água também diminui.
- b) A razão entre os volumes final  $v$ , a  $9^{\circ}\text{C}$ , e inicial  $v_0$ , a  $6^{\circ}\text{C}$ , de água é dada por

$$\frac{v}{v_0} = \frac{A h}{A h_0}$$

Sendo  $A$  a área da base da coluna, suposta constante, vem

$$\frac{v}{v_0} = \frac{h}{h_0}$$

Entre  $6^{\circ}\text{C}$  e  $9^{\circ}\text{C}$ , obtemos do gráfico a razão  $\frac{v}{v_0}$ :

$$\frac{v}{v_0} = 1,00016$$

Para uma altura  $h_0$  de 700 m, temos:

$$\frac{h}{700} = 1,00016$$

$$h = 700,112 \text{ m}$$

$$\Delta h = h - h_0$$

$$\Delta h = 700,112 \text{ m} - 700 \text{ m}$$

$$\Delta h = 0,112 \text{ m}$$

$$\Delta h = 11,2 \text{ cm}$$

- c) Da Equação Fundamental da Calorimetria, temos:

$$Q = m c \Delta\theta$$

$$Q = \mu v c \Delta\theta$$

$$Q = \mu A h c \Delta\theta$$

$$\frac{Q}{A} = \mu h c \Delta\theta$$

Considerando-se

$$\mu = 1 \text{ g/cm}^3 = 1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$c = 4,2 \text{ J/g}^{\circ}\text{C} = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$$

Temos

$$\frac{Q}{A} = 1 \cdot 10^3 \cdot 700 \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot 2 \text{ (J/m}^2\text{)}$$

$$\frac{Q}{A} = 5,88 \cdot 10^9 \text{ J/m}^2$$

Respostas: a) A altura diminui.

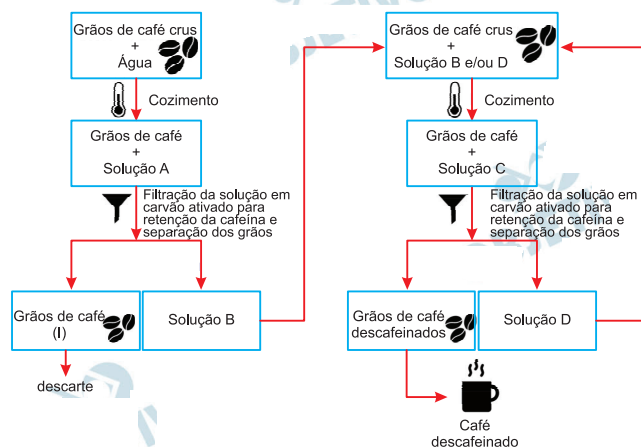
b) 11,2 cm

c)  $5,88 \cdot 10^9 \text{ J/m}^2$

## Q.01

Para se obter o café descafeinado, sem que ocorra a perda dos compostos de sabor e aroma, pode ser realizada a extração seletiva.

Para promover essa extração, pode-se, por exemplo, utilizar um solvente concentrado com os compostos que não se desejam extrair. Um dos procedimentos para a descafeinação do café por extração seletiva é apresentado no diagrama a seguir:



Com base nas informações do texto, do diagrama e em seus conhecimentos, responda:

- Entre as soluções A, B, C e D, qual(is) pode(m) ser considerada(s) descafeinada(s)?
- Os grãos de café (I) estão descafeinados? Por que eles não são aproveitados para preparar café?
- Na etapa de extração dos compostos do café a partir dos grãos crus é feito o cozimento. Sabendo-se que o comportamento de solubilidade dos compostos do café é similar ao da maioria dos compostos orgânicos, qual a relação entre a temperatura da água e a eficiência da extração? Justifique sua resposta

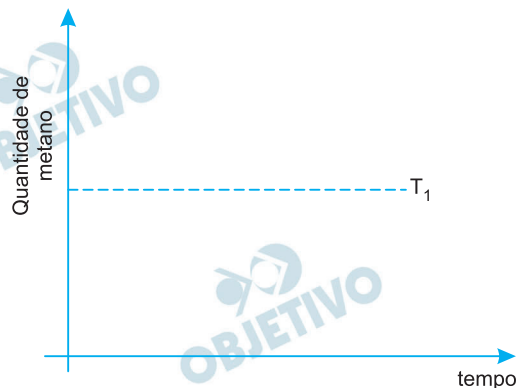
### Resolução

- A solução descafeinada será obtida após a filtração com carvão ativado. Logo, consideram-se como descafeinadas a solução B e a solução D.**
- Os grãos representados em (I) são descafeinados – obtidos após filtração. Porém, não podem ser utilizados para fazer café porque não contêm as substâncias que conferem sabor e aroma (dissolvidas nas soluções A e B).**
- O aumento da temperatura da água aumenta a solubilidade dos compostos orgânicos presentes no café. Assim, quanto maior a temperatura, maior a eficiência da extração.**

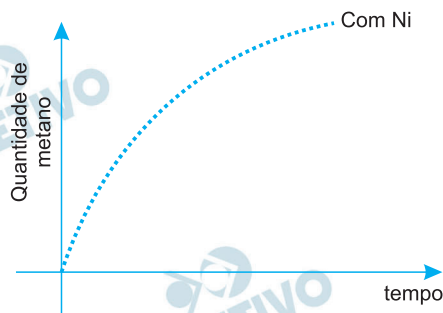
## Q.02

Para possibilitar a exploração de Marte, é necessário viabilizar a viagem de retorno à Terra. Uma das formas de tornar os voos de retorno possíveis é produzir combustível a partir da água encontrada em Marte. Para tanto, o hidrogênio seria gerado por eletrólise da água e, posteriormente, utilizado na reação de *Sabatier*. Nessa reação, o combustível é gerado pela reação do hidrogênio com dióxido de carbono em temperaturas e pressões elevadas na presença de um catalisador de níquel, resultando na produção de metano e água e na liberação de aproximadamente 165 kJ de energia por mol de  $\text{CO}_2$ .

- a) No gráfico da folha de respostas, está representada a quantidade de metano gerado pela reação de Sabatier em função do tempo na temperatura  $T_1$ , depois que o equilíbrio foi estabelecido. Nesse mesmo gráfico, represente a quantidade de metano em função do tempo em uma temperatura  $T_2$  maior que  $T_1$ , após o estabelecimento do equilíbrio.



- b) No gráfico da folha de respostas, está representada a quantidade de metano gerado pela reação de Sabatier em função do tempo na presença de Ni. No mesmo gráfico, represente a quantidade de metano esperada em função do tempo na ausência de Ni. Explique o efeito do catalisador na energia de ativação da reação de Sabatier.



- c) Escreva a equação balanceada da reação de Sabatier. Considerando apenas a composição atmosférica da Terra e de Marte apresentada na tabela a seguir, explique, com base nesse equilíbrio químico, por que essa reação não seria indicada para gerar metano na Terra.

Composição atmosférica considerando os principais componentes:	
Terra	Marte
Nitrogênio (78,0%)	Dióxido de carbono (95,3%)
Oxigênio (21,0%)	Nitrogênio (2,7%)
Argônio (0,9%)	Argônio (1,6%)
Dióxido de carbono (0,04%)	

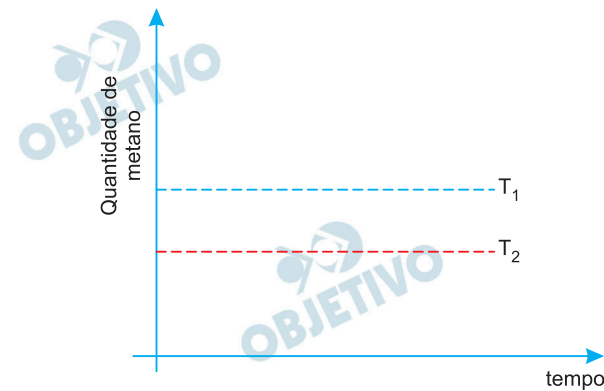
### Resolução

A equação termoquímica não balanceada da reação citada é:



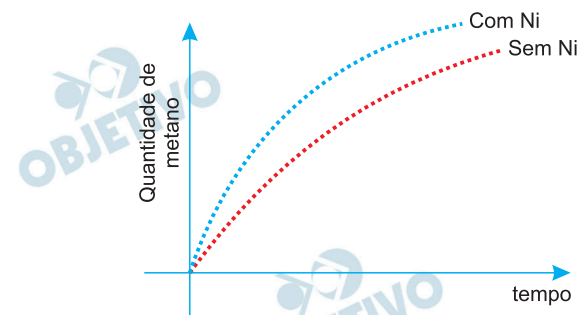
- a) Por se tratar de uma reação exotérmica (libera calor), um aumento da temperatura desloca o equilíbrio para a esquerda (sentido da reação endotérmica), diminuindo a concentração de  $\text{CH}_4$  no equilíbrio.

Como  $T_2 > T_1$ , teríamos o seguinte esboço gráfico.



- b) O níquel atua como catalisador, diminuindo a energia de ativação necessária para a reação começar e, conseqüentemente, aumentando a velocidade da reação.

Teríamos o seguinte gráfico sem a presença do níquel.



- c) A equação balanceada da reação será:



Pela tabela fornecida, percebemos que a concentração de  $\text{CO}_2$  em Marte é muito maior (95,3%) que na Terra (0,04%).

Em Marte, o equilíbrio é mais deslocado para a direita produzindo uma maior quantidade de metano ( $\text{CH}_4$ ).

Na Terra, a concentração de  $\text{CO}_2$  é muito baixa e teríamos muito pouco  $\text{CH}_4$  no equilíbrio, logo a reação não seria indicada para obter  $\text{CH}_4$ ,

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

## Q.03

As afirmações a seguir baseiam-se na descrição da CETESB (Companhia Ambiental do Estado de São Paulo):

Afirmação 1: “O dióxido de enxofre ( $\text{SO}_2$ ) é liberado para a atmosfera por gases vulcânicos e fontes antropogênicas, principalmente atividades industriais que processam materiais contendo enxofre, como termelétricas, fabricação de fertilizantes, fundição de alumínio e aço, produção de ácido sulfúrico e papel.”

Afirmação 2: “O dióxido de enxofre é um gás incolor com forte odor pungente. É muito irritante quando em contato com superfícies úmidas, pois se transforma em trióxido de enxofre ( $\text{SO}_3$ ) e passa rapidamente a ácido sulfúrico ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ).”

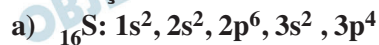
- Represente a estrutura de Lewis do dióxido de enxofre.
- A afirmação 2 refere-se à formação da chuva ácida. Represente a reação balanceada da formação da chuva ácida a partir de  $\text{SO}_3$  e a reação balanceada da chuva ácida com o carbonato de cálcio ( $\text{CaCO}_3$ ), que é um dos componentes de construções que são danificadas por ela.
- Considere uma determinada amostra de carvão que contém 1% em massa de enxofre. Quando esse carvão é queimado, o enxofre é convertido em dióxido de enxofre pela reação  $\text{S}(\text{s}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{SO}_2(\text{g})$ . Para evitar a poluição do ar, este dióxido de enxofre pode ser tratado com óxido de cálcio para formar sulfito de cálcio, como representado pela reação  $\text{SO}_2(\text{g}) + \text{CaO}(\text{s}) \rightarrow \text{CaSO}_3(\text{s})$ . Calcule a massa diária, em quilogramas, de  $\text{CaO}$  necessária para tratar o  $\text{SO}_2$  em uma usina que consome  $3,2 \times 10^6$  kg de carvão por dia.

**Note e adote:**

**Distribuição eletrônica:** O =  $1s^2, 2s^2, 2p^4$ ;  
S =  $1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^4$ .

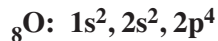
**Massas molares (g/mol):** O = 16; S = 32;  
Ca = 40.

### Resolução



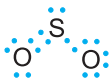
camada de valência  
6 elétrons

Notação de Lewis:  $\cdot\ddot{\text{S}}\cdot$



camada de valência  
6 elétrons

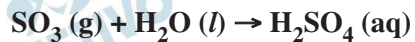
Notação de Lewis:  $\ddot{\text{O}}$



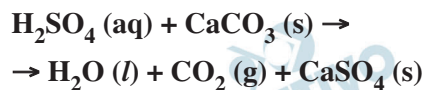
ou



b) Reação do  $\text{SO}_3$  com  $\text{H}_2\text{O}$ :



Reação da chuva ácida ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ) com o mármore ( $\text{CaCO}_3$ ):



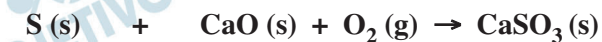
c) Massa do enxofre no carvão (1% de S):

$$100\% \text{ ————— } 3,2 \cdot 10^6 \text{ kg}$$

$$1\% \text{ ————— } x$$

$$x = 3,2 \cdot 10^4 \text{ kg}$$

$$\text{S: } M = 32 \text{ g/mol; CaO: } M = 56 \text{ g/mol}$$



$$1 \text{ mol} \qquad \qquad 1 \text{ mol}$$

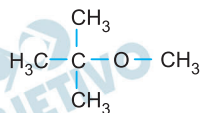
$$32 \text{ g} \text{ ————— } 56 \text{ g}$$

$$3,2 \cdot 10^4 \text{ kg} \text{ ————— } y$$

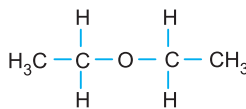
$$y = 5,6 \cdot 10^4 \text{ kg}$$

## Q.04

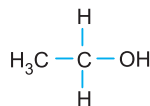
Considere as substâncias cujas estruturas estão representadas a seguir:



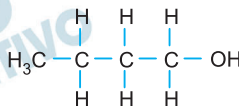
éter metil-terc-butílico



éter dietílico



etanol



1-butanol

- a) Considerando que tanto o etanol quanto o 1-butanol interagem por ligação de hidrogênio com a água, por que o etanol é mais solúvel em água do que o 1-butanol à mesma temperatura?
- b) Escreva, no quadro da folha de respostas, as estruturas de dois álcoois que são isômeros do 1-butanol.

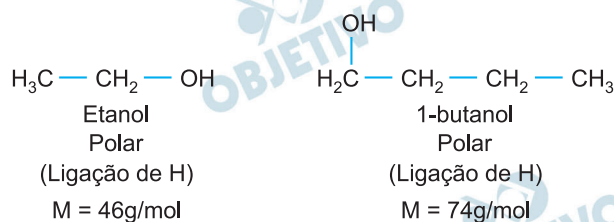
Isômero 1	Isômero 2

- c) O 1-butanol e o éter dietílico são compostos que possuem a mesma fórmula química,  $\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$ , porém pontos de ebulição diferentes, sendo que um deles entra em ebulição a  $34,6^\circ\text{C}$  e o outro, a  $117^\circ\text{C}$  a 1 atm. Preencha o quadro, na folha de respostas, relacionando os nomes das substâncias com os respectivos pontos de ebulição. Justifique sua resposta.

Ponto de ebulição	Nome da substância
$34,6^\circ\text{C}$	
$117^\circ\text{C}$	

### Resolução

- a) Comparando a solubilidade em  $\text{H}_2\text{O}$  (polar) a uma mesma temperatura dos álcoois:



Lembramos que, quanto maior a força de atração e menor a massa molar, maior a solubilidade do álcool em H<sub>2</sub>O.

Obs.: Pela IUPAC, a nomenclatura atual do 1-butanol deve ser butan-1-ol.

- b) Levando em conta isomeria plana, dois alcoóis isômeros do 1-butanol, podem ser:

Isômero 1	Isômero 2
$\begin{array}{c} \text{OH} \\   \\ \text{H}_3\text{C}-\text{C}-\text{CH}_2-\text{CH}_3 \\   \\ \text{H} \end{array}$ <p>2-butanol</p>	$\begin{array}{c} \text{OH} \\   \\ \text{H}_3\text{C}-\text{C}-\text{CH}_3 \\   \\ \text{CH}_3 \end{array}$ <p>metil-2-propanol</p>

c)

Ponto de ebulição	Nome da substância
34,6°C	Éter dietílico
117°C	1-butanol

Quanto maior a força de atração e a massa molar, maior o ponto de ebulição.

Éter dietílico: pouco polar (interação dipolo-dipolo)

1-butanol: mais polar (Ligação de H).

## Q.05

Nas vias públicas, é possível encontrar totens conforme os representados na figura. Em um deles há a inscrição “COMGAS”, indicando que ali passa um gasoduto da empresa distribuidora de gás; no outro está escrito “PROT CATÓDICA”, o que indica que há uma proteção catódica no gasoduto.



Sabendo que o gasoduto é constituído de aço, responda:

- a) No sistema do gasoduto apresentado, o gasoduto é o ânodo ou o cátodo da célula eletroquímica? Justifique a sua resposta.
- b) Considere os seguintes potenciais de redução dos metais ( $\epsilon^0$ ):

Semirreação	$\epsilon^0$ (V)
$\text{Cu}^{2+} + 2 e^- \rightarrow \text{Cu}^0$	+ 0,34
$\text{Sn}^{2+} + 2 e^- \rightarrow \text{Sn}^0$	- 0,14
$\text{Fe}^{2+} + 2 e^- \rightarrow \text{Fe}^0$	- 0,44
$\text{Zn}^{2+} + 2 e^- \rightarrow \text{Zn}^0$	- 0,76

Qual(is) desses metais pode(m) ser utilizado(s) para a proteção catódica do gasoduto? Esse(s) metal(is) será(ão) o polo positivo ou negativo da célula eletroquímica?

- c) Considere que a composição molar do gás transportado pelo gasoduto Brasil-Bolívia é de, aproximadamente, 93,5% metano, 4,1% etano e 2,4%  $\text{N}_2$ . Calcule a massa, em kg, de etano existente em uma seção de  $1 \text{ m}^3$  do duto sabendo que a pressão no interior do duto é de 100 atm à temperatura de  $27^\circ\text{C}$ . Apresente os cálculos.

**Note e adote:**

**Constante universal dos gases ideais:**

$$R = 8,2 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ atm K}^{-1} \text{ mol}^{-1}.$$

$$T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273$$

**Massas molares (g/mol): H = 1; C = 12.**

### Resolução

- a) O gasoduto é o catodo da célula eletroquímica, pois recebe elétrons do metal de sacrifício constituinte do anodo da célula eletroquímica.
- b) Entre os metais apresentados na tabela, o zinco pode ser utilizado, pois apresenta menor potencial de redução ( $E_{\text{red}}^0$  do  $\text{Zn}^{2+} < E_{\text{red}}^0$  do  $\text{Fe}^{2+}$ ) em relação ao ferro, principal constituinte do gasoduto. O zinco sofre oxidação (anodo) sendo o polo negativo da célula eletroquímica.

- c) I) Cálculo da quantidade, em mol, de gases:

$$P.V. = n \cdot R \cdot T$$

$$100 \text{ atm} \cdot 1 \text{ m}^3 = n \cdot 8,2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{atm} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 300 \text{ K}$$

$$n \cong 4065 \text{ mol}$$

- II) Cálculo da quantidade, em mol, de etano:

$$4065 \text{ mol} \text{ ————— } 100\%$$

$$x \text{ ————— } 4,1\%$$

$$x = 166,67 \text{ mol de etano}$$

- III) Cálculo da massa de etano:

$$(M_{\text{C}_2\text{H}_6} = 30 \text{ g/mol})$$

$$1 \text{ mol} \text{ ————— } 30 \text{ g}$$

$$166,67 \text{ mol} \text{ ————— } m$$

$$m \cong 5000 \text{ g} = 5,0 \text{ kg}$$

## Q.06

O limite de detecção de um método analítico é a menor quantidade de um determinado composto numa amostra que esse método é capaz de detectar. Caso algum composto esteja em concentração inferior a tal limite, não se pode determinar a sua presença, tampouco a sua concentração.

A tabela nutricional a seguir foi encontrada numa embalagem de pão de queijo:

Quantidade por porção (70 g)	
Valor energético 113 kcal	
Carboidratos	14 g
Proteínas	2,4 g
Gorduras Trans	0,0 g
Gorduras Saturadas	2,1 g
Gorduras Totais	5,3 g
Fibra alimentar	0,0 g
Sódio	140 mg

Uma vez que a quantificação de todos os compostos é realizada por métodos analíticos específicos, responda as questões:

- Por que, na porção de pão de queijo apresentada, as quantidades de gorduras trans e fibra alimentar não são, necessariamente, zero?
- Gorduras podem ser entendidas como ácidos graxos de cadeia carbônica longa. O termo “trans” faz referência à isomeria geométrica da molécula de ácido graxo. Gorduras saturadas podem apresentar isomeria trans? Explique com base na estrutura da molécula de ácido graxo.
- Caso tivesse sido utilizado um método analítico para determinação de sódio cujo limite de detecção fosse de 0,03 g de sódio por g de pão de queijo, teria sido possível detectar esse elemento nesse pão de queijo? Justifique apresentando os cálculos.

### Resolução

- Porque é possível que as concentrações de gorduras trans e de fibra alimentar estejam abaixo do limite de detecção e, portanto, indetectáveis ao método analítico utilizado.
- De acordo com o texto, gorduras saturadas são ácidos graxos saturados de cadeias longas. Considerando a ausência de ligações duplas, as gorduras saturadas não apresentam isomeria geométrica (cis/trans).

Nota: gorduras (triacilglicerol) são misturas de triésteres derivados de ácidos graxos (de cadeias saturadas e insaturadas) com glicerol, mas nas gorduras, predominam as cadeias saturadas.

c) Cálculo da massa de sódio em 1g de pão de queijo:

$$\begin{array}{l} 70\text{g} \xrightarrow{\text{contém}} 140 \text{ mg de Na} \\ 1\text{g} \xrightarrow{\quad\quad\quad} x \\ x = 2 \text{ mg de Na} = 0,002\text{g de Na/g de pão de queijo} \end{array}$$

Como esta quantidade de sódio é inferior ao limite de detecção (0,03g de Na/g de pão de queijo), não seria possível detectar esse elemento no pão de queijo.

## B.01

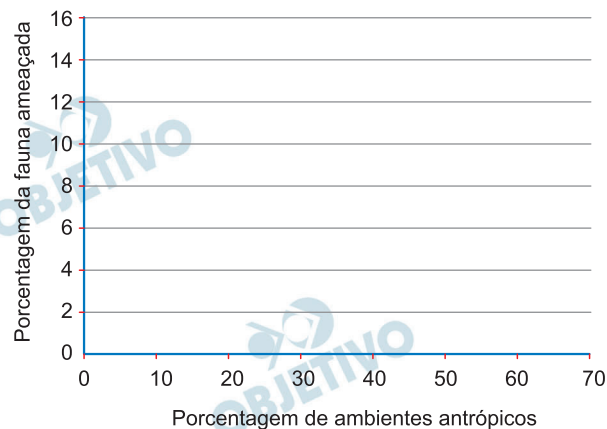
A extinção de espécies animais é causada principalmente pela destruição dos seus habitats, e uma das principais formas de evitar essa ameaça é o estabelecimento de áreas protegidas. A tabela fornece, para cada bioma terrestre brasileiro, as porcentagens de cobertura, em relação à sua área original, de ambientes utilizados pelo ser humano e de áreas protegidas, a porcentagem da fauna que se encontra ameaçada de extinção e a população humana.

	% ambientes utilizados pelo ser humano <sup>1</sup>	% áreas protegidas <sup>2</sup>	% fauna ameaçada de extinção <sup>3</sup>	população humana (milhões) <sup>4</sup>
Amazônia	15,1	28,0	3,6	18,5
Caatinga	36,2	8,8	10,6	23,2
Cerrado	44,9	8,3	9,1	31,1
Mata Atlântica	66,6	9,5	14,7	106,2
Pampa	44,1	3,0	8,2	6,2
Pantanal	16,2	4,6	2,9	0,3

1. MapBiomas (2021).
2. WWF factsheet: Unidades de Conservação no Brasil (2019).
3. Livro Vermelho da Fauna Brasileira Ameaçada de Extinção (2018).
4. Censo IBGE (2010).

Considerando somente os dados fornecidos na tabela, responda:

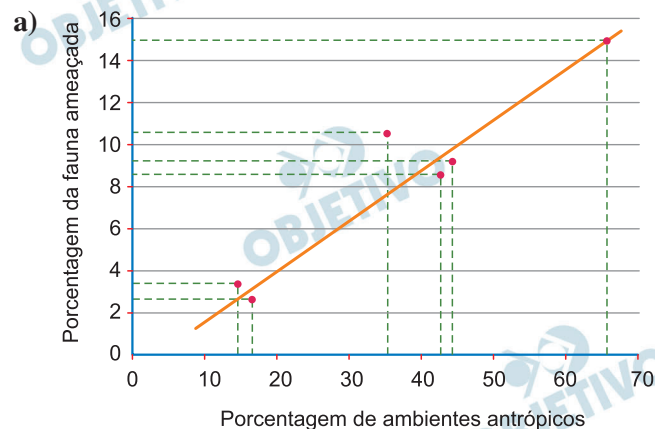
- a) Utilizando os eixos fornecidos na folha de resposta, construa um gráfico relacionando as porcentagens de ambientes utilizados pelo ser humano e de fauna ameaçada de extinção em todos os biomas brasileiros. Adicione ao gráfico uma reta que sintetize a tendência indicada pelos pontos.



- b) Apresente duas razões que justifiquem por que a porcentagem de fauna ameaçada de extinção na Mata Atlântica é cerca de quatro vezes maior que na Amazônia.

- c) É correto afirmar que a porcentagem de animais ameaçados de extinção tende a diminuir à medida que aumenta a porcentagem de áreas protegidas nos biomas brasileiros? Justifique a sua resposta utilizando duas evidências baseadas na proporção de ambientes utilizados pelo ser humano e/ou na população humana do bioma.

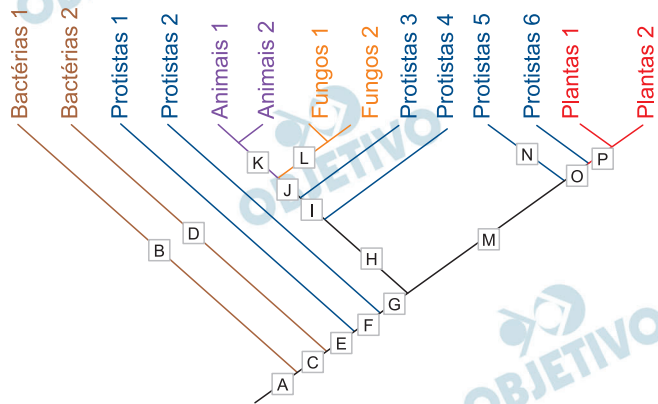
### Resolução



- b) A porcentagem de fauna ameaçada de extinção na Mata Atlântica é maior do que na Amazônia devido à intensa ação antrópica neste bioma, desde a colonização do Brasil, somada ao reduzido número de áreas protegidas (em comparação ao bioma Amazônico) e também à maior população humana na Mata Atlântica.
- c) Sim, o segundo dados da tabela apresentada a porcentagem da fauna ameaçada de extinção é menor onde temos maior porcentagem de áreas protegidas e menor população humana. Para comprovar, basta compararmos os dados informativos referente a estas variáveis nos biomas da Amazônia e da Mata Atlântica.

## B.02

A figura mostra um cladograma simplificado das hipóteses filogenéticas já propostas para a evolução da vida na Terra. Ele inclui dois grupos de bactérias, seis de protistas, dois de animais, dois de fungos e dois de plantas, e seus pontos A a P indicam o surgimento de características específicas durante a evolução.



Burki et al. 2020, TREE 35(1): 43-55. Adaptado.

Com base no cladograma apresentado, responda:

- Cite uma característica que aparece no ponto E da hipótese filogenética.
- Na folha de resposta, classifique os grupos “bactérias”, “protistas”, “animais”, “fungos” e “plantas” como monofiléticos ou não monofiléticos.

	Monofilético	Não monofilético
Bactérias	( )	( )
Protistas	( )	( )
Animais	( )	( )
Fungos	( )	( )
Plantas	( )	( )

- Indique dois pontos (de A a P) da hipótese filogenética em que há o aparecimento da condição multicelular. Cite uma característica de qualquer grupo que só foi possível devido à evolução da multicelularidade.

Note e adote:

Grupos monofiléticos, algumas vezes referidos como grupos naturais, são aqueles em que todas as suas linhagens têm uma única origem evolutiva exclusiva, isto é, essa origem não é compartilhada com linhagens de outros grupos.

### Resolução

- O ponto E pode representar o surgimento de envoltório nuclear e organelas membranosas, características de seres eucariontes.

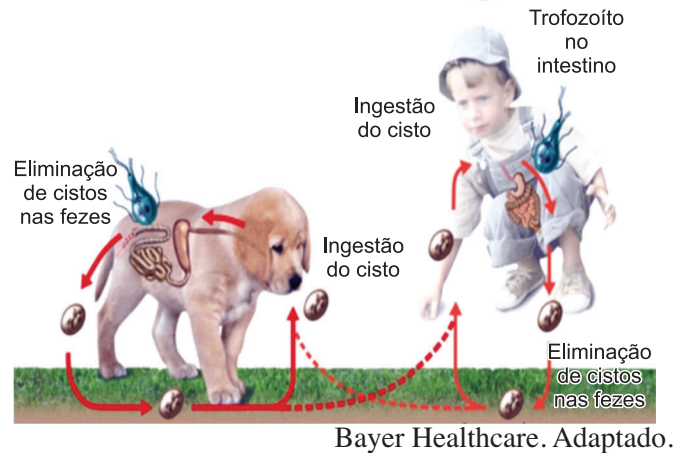
b)

	Monofilético	Não monofilético
Bactérias	( )	( X )
Protistas	( )	( X )
Animais	( X )	( )
Fungos	( X )	( )
Plantas	( X )	( )

- c) Os pontos J e P podem representar o aparecimento da condição multicelular. O surgimento de tecidos, órgãos, sistemas e uma maior complexidade na divisão de tarefas fisiológicas só foi possível com o advento da multicelularidade.

## B.03

A figura ilustra o ciclo de vida da giárdia:



Bayer Healthcare. Adaptado.

- Cite uma medida para evitar a giardíase.
- Qual a relação ecológica entre a giárdia e o mamífero? Justifique sua resposta.
- Sabendo que há perda das microvilosidades intestinais devido à giardíase, explique o que acontece com a absorção de substâncias pelo organismo do mamífero? Indique um exemplo de substância absorvida pelo intestino delgado e uma pelo intestino grosso.

### Resolução

- Saneamento básico, higiene dos alimentos e pessoal e tratamento dos doentes humanos e animais.
- Parasitismo. A giárdia parasita o intestino delgado dos mamíferos, alimentando-se às custas do hospedeiro animal.
- A destruição das microvilosidades acarreta uma redução na absorção do alimento digerido.
  - Absorção no intestino delgado: glicose, aminoácidos, nucleotídeos, ácidos graxos, glicerol, colesterol.
  - Absorção no intestino grosso: água e sais minerais (sódio).

## B.04

A figura ilustra as etapas do ciclo de vida do ipê-amarelo:



Guia Pedagógico do Jardim Botânico. Adaptado.

- Qual é o modo de dispersão das sementes do ipê-amarelo?
- Cite uma etapa do ciclo representado que possua células com número haploide de cromossomos. Cite outra etapa que possua células com número diploide.
- Cite uma etapa presente no ciclo de vida do ipê-amarelo que não aparece no ciclo de samambaias e justifique seu significado evolutivo.

### Resolução

- A dispersão das sementes do ipê é realizada pelo vento como mostra a expansão alada da semente, o fenômeno é Anemocoria.
- A etapa haploide é representada pelo grão de pólen (polinização) que possui dois núcleos haploides: o germinativo e vegetativo. Células diploides ocorrem na planta adulta.
- As samambaias não possuem flores e sementes. Portanto não apresentam as etapas de floração e consequentemente polinização e nem a etapa de frutificação e formação das sementes. Tais processos garantem maior eficiência na dispersão e conquista de meios ambientes.

## B.05

Os grandes centros urbanos sofrem efeitos de vários tipos de poluição, provenientes de diferentes fontes de poluentes.

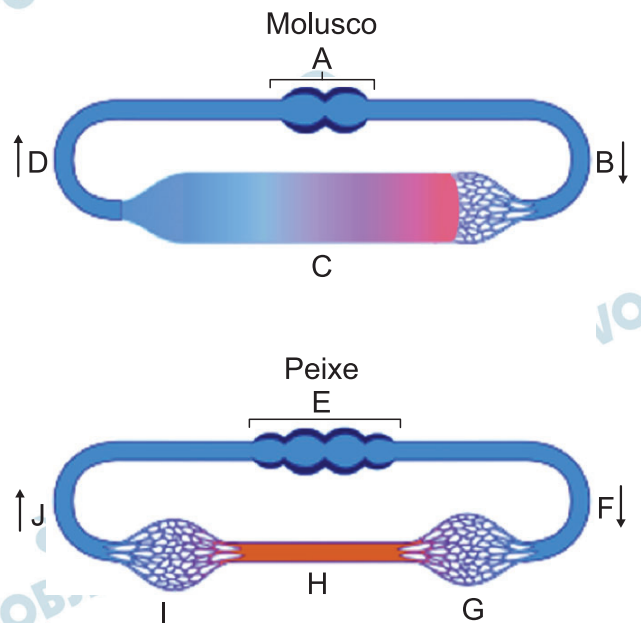
- a) Cite um poluente resultante da lavagem de louças nas residências.
- b) Cite um impacto direto à saúde humana causado pela poluição do ar característica dos grandes centros urbanos. Justifique sua resposta.
- c) Proponha uma medida de controle de poluição que teria grande impacto na redução da emissão de  $\text{CO}_2$  em áreas centrais de grandes cidades. Justifique sua resposta.

### Resolução

- a) **O poluente resultante pode ser detergentes não-biodegradáveis.**
- b) **O impacto direto à saúde humana ocasionado pela poluição do ar são casos de problemas respiratórios, devido a substâncias como o monóxido de carbono (CO), material particulado, moléculas como óxidos de enxofre e nitrogênio. Todas essas substâncias causam processos inflamatórios que prejudicam o sistema respiratório.**
- c) **Medidas de controle de poluição na redução de emissão de  $\text{CO}_2$  que poderiam ser citados: fiscalização dos veículos movidos a combustível, diminuindo a frota de veículos mais poluidores, incentivo do uso de transporte público por parte da população diminuindo a frota de veículos, incentivo fiscal a veículos elétricos, uso de combustíveis menos poluentes como o etanol.**

## B.06

A figura apresenta dois tipos diferentes de sistema circulatório: o aberto, de moluscos, e o fechado, de peixes. As setas mostram o sentido da circulação nos sistemas, e as cores vermelha e azul em peixes significam sangue oxigenado e não oxigenado, respectivamente.



- Cite um grupo, além dos peixes, que possui sistema circulatório fechado.
- Indique as estruturas correspondentes às letras A, C, E, G e I na tabela da folha de respostas.

Estrutura A	
Estrutura C	
Estrutura E	
Estrutura G	
Estrutura I	

- Embora moluscos (exceto cefalópodes) e insetos tenham sistema circulatório aberto, a resposta aos estímulos em insetos é muito mais rápida que em moluscos. Considerando-se as trocas gasosas, por que ocorre essa diferença?

### Resolução

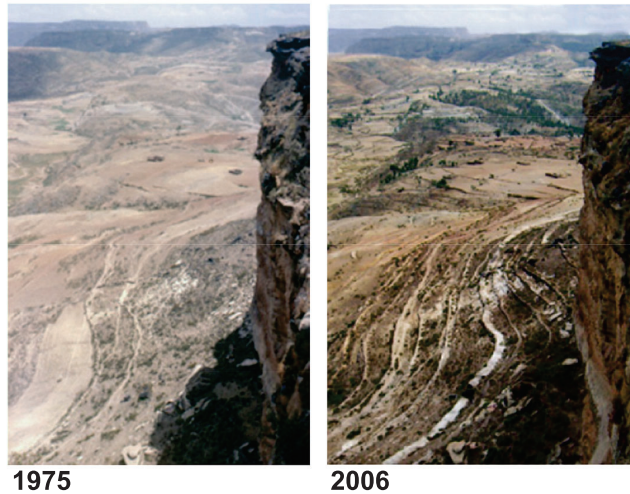
- Anelídios, cefalópodes, anfíbios, répteis, aves e mamíferos são grupos que possuem sistema circulatório fechado.

<b>Estrutura A</b>	coração
<b>Estrutura C</b>	hemocele
<b>Estrutura E</b>	coração
<b>Estrutura G</b>	brânquia (capilares branquiais)
<b>Estrutura I</b>	capilares teciduais (sistêmicos)

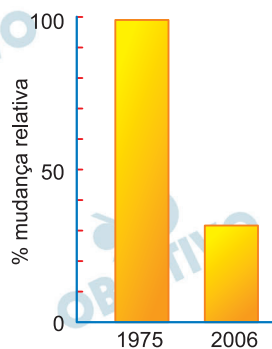
- c) Os insetos têm sistema respiratório traqueal o que possibilita um grande aporte de oxigênio, via traqueias, do ambiente à musculatura permitindo respostas mais rápidas nesses animais. Já nos moluscos (exceto cefalópodes) o oxigênio é conduzido pelos vasos sanguíneos do órgão respiratório aos tecidos, de modo mais lento, devido à baixa pressão e baixa velocidade do sangue característica do sistema circulatório aberto.

## G.01

Em 1975, as encostas de uma escarpa na Etiópia (África) foram severamente degradadas pelo pisoteio do gado. A recuperação dessas encostas degradadas pela erosão do solo pode ocorrer se a atividade humana respeitar os ciclos naturais e a resiliência de um ambiente, como mostram as imagens e o gráfico a seguir.



Perda de solo por erosão



Slaymaker, O., Spencer, T., Embleton-Hamann, C.  
*Geomorphology and Global Environmental Change*.  
Cambridge University Press, 2011. Adaptado.

Com base no exemplo e em seus conhecimentos, responda:

- O que é resiliência de um ambiente?
- Segundo os dados apresentados, o que houve com a erosão do solo e qual foi a prática conservacionista utilizada? Explique o que é erosão do solo e exemplifique uma prática agrícola conservacionista diferente da demonstrada na imagem de 2006.

### Resolução

- Resiliência de um ambiente é a capacidade de um ecossistema recuperar-se de impactos sofridos em suas condições ambientais naturais originais a determinadas intervenções, de modo a reestabelecer o equilíbrio deste ecossistema.**
- Os dados mostram que houve uma redução significativa do processo erosivo durante o período considerado, entre 1975 e 2006. A prática conservacionista utilizada é o terraceamento.**

Erosão do solo é o processo de movimentação e transporte de materiais oriundos do intemperismo a partir de suas camadas superficiais mediante sua exposição a agentes como ventos, chuvas, rios, gelo e podendo ser intensificado por intervenções humanas como práticas agrícolas, assentamentos urbanos e desmatamento. Dentre as práticas agrícolas conservacionistas destacam-se o cultivo em curva de nível, a rotação de culturas e a agrofloresta.

  
OBJETIVO

  
OBJETIVO

  
OBJETIVO

  
OBJETIVO

  
OBJETIVO

  
OBJETIVO

  
OBJETIVO

  
OBJETIVO

## G.02

O Sistema Nacional de Meteorologia e demais órgãos responsáveis pelo monitoramento climático do país emitiram alerta de emergência hídrica associado à escassez de precipitação para a região hidrográfica da Bacia do Paraná, que abrange os estados de Minas Gerais, Goiás, Mato Grosso do Sul, São Paulo e Paraná, para o período de junho a setembro/2021. A análise das chuvas de outubro/2019 a abril/2021 indica que houve predomínio de déficit de precipitação, principalmente a partir de fevereiro/2021.

INMET, 2021. Adaptado.

Com base nas informações apresentadas no texto e em seus conhecimentos sobre os aspectos socioeconômicos dessa região brasileira, responda:

- a) Conceitue crise hídrica.
- b) Indique dois impactos econômicos negativos resultantes da redução das precipitações.
- c) Explique duas medidas de mitigação dos efeitos da crise hídrica que podem ser adotadas pela população residente nessa região.

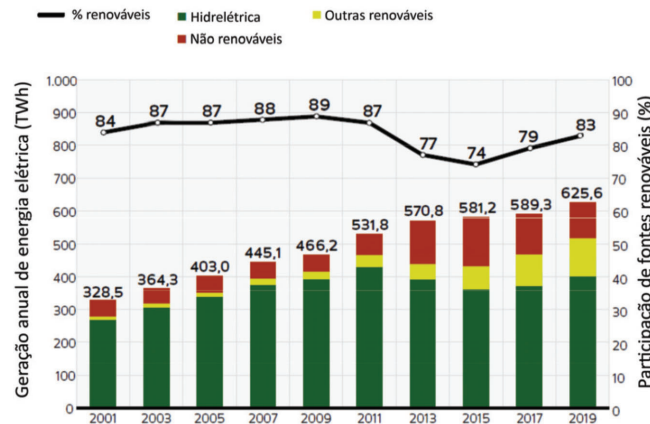
### **Resolução**

- a) **A crise hídrica ocorre quando não há quantidade suficiente de água para satisfazer as necessidades humanas e econômicas, ou seja, quando há déficit na oferta em relação aos recursos hídricos demandados.**
- b) **São impactos negativos resultantes da redução das precipitações: redução da oferta de água, menor captação dos lençóis freáticos, prejuízo para o transporte hidroviário e a redução da geração de energia por meio de hidrelétricas com risco à continuidade do fornecimento, o que pode levar a um racionamento mais restritivo.**
- c) **Diante da menor disponibilidade de água podem ser adotadas medidas como: o racionamento e o estímulo ao uso racional da água por meio de práticas que evitem o desperdício; estratégias para captação da água da chuva como o uso de cisternas; reutilização da água para uso em jardins e limpeza urbana.**

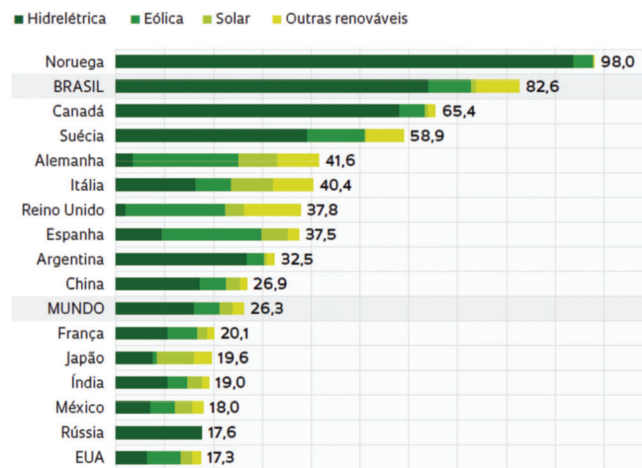
## G.03

Observe os gráficos a seguir.

**Gráfico 1:** Geração de energia elétrica por tipo de fonte (Terawatts-hora TWh) e participação das fontes renováveis (%) no Brasil (2001-2019)



**Gráfico 2:** Geração de energia elétrica por fontes renováveis



PIB – IBGE. “Geração de energia elétrica”. *Revista FAPESP*, edição 297, nov. 2020. Adaptado.

A partir dos dados apresentados,

- apresente uma diferença entre a matriz energética do Brasil e da China.
- aponte duas razões que dificultam ao Brasil assumir a liderança no ranking mundial de geração de energia elétrica por fontes renováveis.
- explique duas razões para o aumento da produção de energia não renovável no Brasil entre 2011 e 2015.

### Resolução

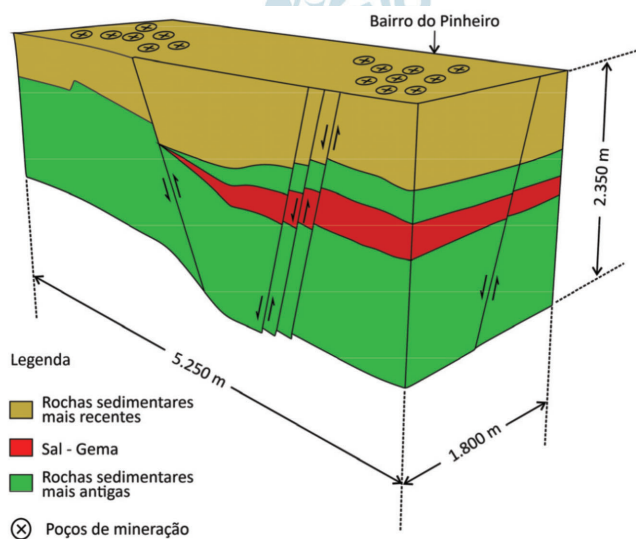
- A matriz energética brasileira tem maior participação de fontes renováveis do que a China. No caso da matriz elétrica, a brasileira representa 82,6% de fontes renováveis enquanto que a China possui 26,9%.

- b) • A persistência de uma cultura tecnológica conservadora que prioriza a expansão do sistema hidrelétrico em detrimento de outras fontes renováveis.
- a pressão de grupos ambientalistas que se opõem aos danos que a expansão deste sistema potencialmente pode provocar.
  - irregularidade climática que compromete a constância na produção e oferta de energia.
- c) As descobertas do pré-sal, ocorrendo maior exploração e consumo de gás e óleo no período entre 2011-2015, além da crise hídrica na última década que diminuiu a produção hidráulica e intensificou a produção termoeétrica.

## G.04

Em agosto de 2021, ocorreu desestabilização do terreno com a exploração de sal-gema em Maceió, capital de Alagoas, atingindo cerca de 57 mil pessoas em cinco bairros da cidade. O incidente teve início com tremores de terra três anos antes, seguidos de afundamentos de terreno. O bairro do Pinheiro, um dos mais atingidos, teve suas casas condenadas pela Defesa Civil por risco de desabarem.

Folha de São Paulo, 02 de Agosto de 2021. Adaptado.



SBG-CPRM, 2019. Adaptado.

Considerando as informações fornecidas e seus conhecimentos, responda:

- Que tipo de falha geológica é representada na figura?
- Indique e explique uma causa de desestabilização do terreno devido à exploração de sal-gema no caso citado.
- Indique e explique uma consequência negativa do problema ambiental citado para a dinâmica urbana de Maceió/AL.

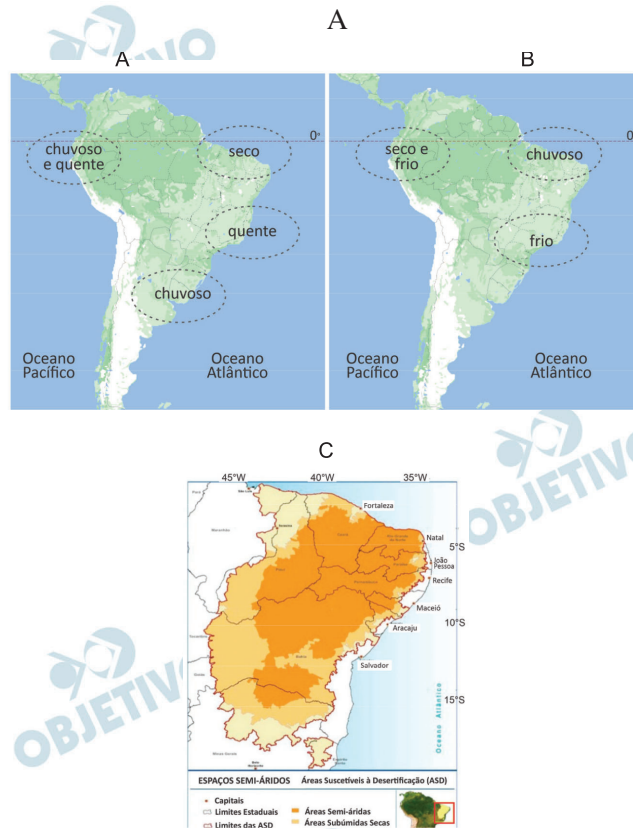
### Resolução

- Trata-se de uma falha geológica inversa.
- A desestabilização do terreno está relacionada ao colapso de minas de sal-gema localizadas no subsolo da área afetada. A intensa retirada do material pela atividade mineradora em área de falhas geológicas provocou o colapso de cavidades compostas por sal-gema, em função da despressurização e consequente reativação dessas falhas. Tal retirada, associada ao terreno sedimentar, instável, da área provocaram a movimentação do terreno, de modo que o solo acima das minas afundasse.

- c) Uma consequência que pode ser citada para a dinâmica urbana de Maceió é a desvalorização imobiliária nos bairros afetados. O perigo de novo afundamento e os impactos causados pelos episódios anteriores levaram à desocupação dos imóveis localizados em áreas de risco, possibilitando a formação de uma ampla área urbana praticamente abandonada e em ruínas – desvalorizadas, portanto, para os interesses do mercado imobiliário. Outra importante consequência que pode ser citada é a remoção da população dos bairros em risco, visto que o poder público teve de efetuar a desocupação forçada dos imóveis, por risco de desabamento. Por fim, também é possível mencionar a perda de relevante patrimônio histórico de Maceió, já que os bairros mais afetados apresentam diversos imóveis tombados pelo patrimônio histórico e que também correm risco de desabamento.

## G.05

Os mapas A e B representam as alterações climáticas observadas na América do Sul durante os meses do verão (dezembro, janeiro e fevereiro), e o mapa C, as áreas suscetíveis à desertificação no Brasil.



Disponível em <http://enos.cptec.inpe.br/>. Adaptado. *Atlas das áreas suscetíveis à desertificação do Brasil* / MMA, Secretaria de Recursos Hídricos, 2007. Adaptado.

El Niño é um fenômeno atmosférico-oceânico caracterizado por um aquecimento anormal das águas superficiais no oceano Pacífico Tropical, que pode afetar o clima regional e global, mudando os padrões de vento em nível mundial, alterando, assim, o regime das chuvas em regiões tropicais e de latitudes médias. La Niña representa um fenômeno oceânico-atmosférico com características opostas às do El Niño e se caracteriza por um esfriamento anormal nas águas superficiais do Oceano Pacífico Tropical.

A partir dos mapas e do texto, responda:

- Qual dos mapas, A ou B, representa as alterações climáticas na América do Sul em anos de ocorrência de La Niña? Justifique a sua resposta.
- Conceitue desertificação e descreva uma característica da vegetação predominante nas áreas suscetíveis à desertificação delimitadas no mapa C.
- Cite uma alteração climática e uma consequência ambiental para a população nas áreas suscetíveis à desertificação em anos de El Niño.

### **Resolução**

- a) O mapa que representa as alterações climáticas provocadas pela ocorrência do fenômeno La Niña é o de letra B. Sabe-se que o fenômeno La Niña se sucede após a ocorrência do El Niño (fenômeno esse de aquecimento das águas do Pacífico Tropical), quando águas de temperatura mais baixas ressurgem à superfície e resfriam, por consequência os ares do Pacífico Tropical. Devido à movimentação atmosférica global, esse ar mais frio e seco atingirá as regiões orientais da América do Sul (Brasil incluso) trazendo temperaturas mais baixas no centro sul do continente, maiores índices de chuva para o Nordeste brasileiro e intensificação das secas no oeste andino.
- c) A desertificação implica no processo de destruição do potencial produtivo da terra através de atividades humanas agindo sobre ecossistemas frágeis, com baixa capacidade de regeneração. No caso do mapa, observa-se a desertificação se intensificando nas formações de caatinga, onde a vegetação mais esparsa, ao ser sistematicamente atingida por atividades agropastoris, não consegue recuperar sua estrutura original.
- c) No caso das áreas brasileiras suscetíveis à desertificação no Brasil, que incluem o sertão do Nordeste, a ocorrência do El Niño (aquecimento do Pacífico Tropical e suas consequências) provocará maior extensão dos períodos de seca, dificultando o acesso à população dos poucos recursos de que o ambiente dispõe, como o acesso à água, o desaparecimento de espécies vegetais de uso local e o aumento das médias térmicas dificultando a permanência no ambiente.

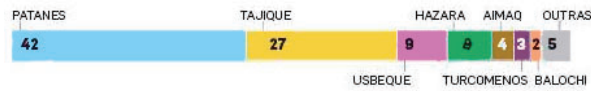
## G.06

O retorno dos Talibãs ao poder no Afeganistão após anos de intervenção estadunidense trouxe à tona discussões geopolíticas sobre as dinâmicas demográficas do país, bem como sobre os interesses de diversos países na região. O mapa a seguir indica características acerca da geografia do Afeganistão.

### DIVISÕES NO AFEGANISTÃO

#### Divisão de etnias

EM PORCENTAGEM DA POPULAÇÃO



#### Regiões



#### Dados

População do Afeganistão

**39,9 milhões**

#### Religiões

EM PORCENTAGEM DA POPULAÇÃO

**Muçulmanos:**  
99% e desses entre 80%  
e 89% são sunitas

#### Idiomas oficiais

**Pashtu**  
(falado predominantemente  
nas áreas patanes)

**Dari**  
(dialeto persa falado  
predominantemente nas áreas  
tadjique e hazara)

INFOGRÁFICO/ESTADÃO

FONTE: WORLD ATLAS, DEPARTAMENTO DE ESTADO DOS EUA

Sobre esse assunto,

- cite um país que, assim como os EUA, encontrou dificuldades no processo de invasão do território afegão.
- indique duas causas para o fracasso da invasão estadunidense no Afeganistão.
- indique dois países e explique seus respectivos interesses geopolíticos na região.

#### Resolução

- Dentre os países que encontraram dificuldades no processo de invasão do Afeganistão, podem ser citados a ex-União Soviética e o Reino Unido.
- Pode ser citadas como causas do fracasso da invasão estadunidense do Afeganistão: o quadro natural adverso – predominantemente montanhoso e árido; diversidade étnica da população, que dificultou a consolidação de um

governo democrático de coalizão; tradicional organização política em clãs e tribos que resistiram à tentativa de implantação de um governo em moldes ocidentais, determinante de instabilidade política; forte influência do islamismo, que tornou o país refratário às mudanças por influência externa; debilidade da economia, comprometida por anos de conflito interno; terrorismo, que inviabilizou a estabilização e pacificação do país, e que sustentou uma guerra assimétrica com os americanos invasores.

- c) Além dos Estados Unidos, que invadiram o país em 2001 em represália ao governo do Talebã, que apoiou terroristas que promoveram atentados contra seu território, qualquer país fronteiro do território afegão poderia ser indicado. Destes destacam-se o Paquistão, que tem no Afeganistão grupos que apoiam ações com seu governo – trazendo grande instabilidade ao país e frequentes ações terroristas; o Irã, de governo muçulmano xiita que se opõe aos fundamentalistas sunitas afegãos; a Índia, porque os talibãs apoiam insurretos cachemires contra o governo de Nova Delhi; a China, em detrimento da influência dos Estados Unidos e da Rússia, também interessada em ampliar sua influência sobre o país e no domínio de rotas que compreendem os vales dos rios afegãos; a Rússia, que historicamente ambicionava, comunicação mais eficiente com Ásia Central e acesso ao Oceano Índico.

# H.01

Analise a imagem:



El Greco, *Alegoria da Santa Aliança (Sonho de Filipe II)*, 1579.  
El Escorial, Espanha. Óleo sobre tela. PUPPI, Lionello. El Grecco.  
Florença: Sadea Editore, 1977, prancha 8.

A partir da pintura de El Greco:

- Identifique um aspecto religioso característico do império espanhol ao final do século XVI.
- Identifique e explique um aspecto social característico do império espanhol ao final do século XVI.
- Explique o papel da religião na formulação das justificativas para a colonização da América.

## Resolução

- Catolicismo, perceptível nas vestimentas eclesiásticas de personagens na parte inferior da imagem, em posição perpendicular, afirmando o estabelecimento da Igreja como intermediária com o sagrado (identificado na porção superior).**
- Sociedade do Antigo Regime, caracterizada pelo Absolutismo monárquico intrinsecamente associado à Igreja Católica. A figura vestida de preto e ajoelhada perante a autoridade religiosa seria a representação do rei Felipe II de Espanha, que encabeça e organiza os estamentos sociais. A alegoria ilustra o esforço do Império Espanhol na defesa dos ideais da Contrarreforma.**
- Estado e Igreja Católica estiveram unidos no esforço de colonização, determinando a catequese de povos no novo continente e transformando-os simultaneamente em fiéis católicos e súditos da Coroa espanhola.**

## H.02

“A busca da felicidade” é ainda mais familiar aos americanos do que “devemos cultivar nosso jardim” o é para os franceses. É a frase mais memorável da Declaração de Independência americana, o clímax retórico da enunciação de Thomas Jefferson dos direitos naturais e da teoria revolucionária: “Consideramos como verdades evidentes que todos os homens são criados iguais, que a todos o Criador dotou de certos direitos inalienáveis, entre os quais estão a vida, a liberdade e a busca da felicidade”. O que Jefferson entendia por “busca da felicidade”? (...). Frequentemente, os analistas do discurso político estabelecem um significado mostrando o que não é dito, tanto quanto o que é dito. “Vida, liberdade e propriedade” foi a fórmula-padrão nos debates políticos do mundo de língua inglesa durante os séculos XVII e XVIII. (...) Se a “busca da felicidade” deve ser vista como um recurso de retórica, seu significado deve fundar-se, pelo menos em parte, numa comparação implícita com o direito de propriedade.

DARNTON, Robert. *Os dentes falsos de George Washington: um guia não convencional para o século XVIII*. São Paulo: Companhia das Letras, 2005, p. 112-113.

- a) Indique um dos direitos naturais do Homem evocados por Thomas Jefferson na Declaração de Independência americana.
- b) Qual é a relação estabelecida pelo texto entre “busca da felicidade” e “direito de propriedade”?
- c) É possível afirmar que a Declaração de Independência dos Estados Unidos contém uma teoria revolucionária? Justifique.

### Resolução

- a) De acordo com o texto, são direitos naturais considerados por Thomas Jefferson como inalienáveis “a vida, a liberdade e a busca da felicidade”.
- b) A propriedade pode ser a materialidade daquilo que, o autor entendia como a “busca da felicidade” que, no contexto da Revolução Americana, identifica a luta contra a opressão política do Parlamento que não admitiu a representação de colonos entre seus membros, na ocasião da intensificação do fiscalismo inglês.
- c) Sim, pois os declarantes, inspirados no iluminismo burguês, assumem o enfrentamento contra a opressão metropolitana que feria diretamente os interesses e direitos dos colonos, protagonizando a primeira ruptura do Antigo Sistema Colonial.



O material publicitário apareceu em 1935 nas páginas do Almanaque Fontoura, distribuído gratuitamente nas farmácias e que reunia curiosidades e informações. A partir da leitura da propaganda, responda:

- Qual o tema da propaganda?
- Quem é o Jeca Tatu e que categoria social ele representa?
- Aponte duas razões do emprego do personagem Jeca Tatu na propaganda.

### Resolução

- A venda de um remédio para o mal do amarellão.
- Jeca Tatu é um personagem criado por Monteiro Lobato e representava grande parte da população brasileira habitante da zona rural/interior, sendo visto pejorativamente como "o caipira/matuto".
- Podemos citar:
  - a defesa da ciência na produção de medicamentos para sanar o males que vitimizam brasileiros estereotipados na figura desse personagem;
  - a figura caricata de Jeca Tatu foi utilizada didaticamente para ilustrar a necessidade de superação dessa condição em direção ao progresso, erradicando doenças causadas pela falta de saneamento básico, o que era visto como "atraso civilizatório".

## H.04

*No dia 22 de agosto de 1988, o Governo Federal fundou a primeira instituição pública voltada para promoção e preservação dos valores culturais, históricos, sociais e econômicos decorrentes da influência negra na formação da sociedade brasileira: a Fundação Cultural Palmares (FCP), entidade vinculada ao Ministério da Cidadania. Ao longo dos anos, a FCP tem trabalhado para promover uma política cultural igualitária e inclusiva, que contribua para a valorização da história e das manifestações culturais e artísticas negras brasileiras como patrimônios nacionais.*

“Apresentação”. [www.palmares.gov.br](http://www.palmares.gov.br)

A partir da leitura do excerto e de seus conhecimentos sobre o tema:

- a) Justifique o nome da instituição.
- b) Identifique o contexto em que a instituição foi criada.
- c) Cite duas políticas públicas, hoje vigentes no Brasil, que estejam em sintonia com as orientações dessa instituição mencionadas no texto.

### **Resolução**

- a) O nome da instituição (Fundação Cultural Palmares) remete à revolta de negros e escravizados durante o período colonial na Serra da Barriga, no nordeste. Tal escolha reflete uma importante vitória de movimentos sociais negros que obtiveram, na Constituição de 1988, avanços significativos como a criminalização do racismo, o reconhecimento do direito à terra por parte das comunidades quilombolas e a valorização social da história dessas populações, anteriormente ignoradas.
- b) No contexto da redemocratização que levou à promulgação da “Constituição Cidadã” ocorreu uma intensa mobilização dos movimentos sociais que contestam as condições de desigualdade da sociedade e tinham como uma de suas bandeiras a alteração do ensino de história no país.
- c) Podemos citar:
  - a Lei de Cotas;
  - a Lei do Racismo;
  - a regularização de lei de demarcação áreas quilombolas;
  - a organização de um importante acervo bibliográfico e digital constituído pela história e por biografias com o objetivo de conferir visibilidade aos importantes personagens dos movimentos negros.

## H.05

*À medida que a construção prosseguia, Rondon iniciava a segunda fase do seu projeto: a crucial exploração das terras da bacia amazônica onde hoje está situado o estado de Rondônia, pois a linha telegráfica atravessaria aquelas terras. Essa era a região que incendiava a imaginação de Rondon e seus oficiais, e também a de muitos brasileiros das cidades costeiras. Era o Brasil desconhecido. (...) Na verdade, o projeto do telégrafo parecia dar muito mais satisfação a Rondon pela chance de explorar aquelas terras do que pela construção da linha telegráfica (...) Rondon planejou uma expedição em 1907 para descobrir a nascente do rio Juruena e fazer contato com os indígenas conhecidos como nambikwara.*

DIACON, Todd A. *Rondon: o marechal da floresta*. São Paulo: Companhia das Letras, 2006, p. 32-33.

- a) Indique qual a importância da expansão da linha telegráfica no Brasil dessa época.
- b) Explique o sentido da frase “Era o Brasil desconhecido”.
- c) Caracterize a política indigenista desenvolvida por Cândido Rondon para “aquelas terras”.

### **Resolução**

- a) **A construção da rede telegráfica, com vistas à integração entre as vastas regiões do País, reforçaria a presença do Estado em grande parte do território nacional. O estabelecimento dessas linhas de comunicação auxiliariam a circulação de informações, mercadorias e pessoas.**
- b) **A existência, naquele momento, de territórios e áreas fronteiriças, principalmente no Norte e Centro-Oeste, que precisavam ser efetivamente incorporadas e, portanto, conhecidas, ocupadas e exploradas economicamente.**
- c) **Mapeamento, contato e conhecimento etnográfico e antropológico, com vistas à integração das populações originárias, o que levou à criação do SPI – Serviço de Proteção aos Índios.**

## H.06

No dia 01 de janeiro de 1849 foi divulgado na imprensa pernambucana o “Manifesto ao Mundo”, escrito por Borges da Fonseca, que apresentava as seguintes reivindicações:

*Protestamos só largar as armas, quando virmos instalada uma Assembleia Constituinte. Esta Assembleia deve realizar os seguintes princípios: 1. O voto livre e universal do Povo Brasileiro; 2. A plena e absoluta liberdade de comunicar os pensamentos por meio da imprensa; 3. O trabalho como garantia de vida para o cidadão Brasileiro; 4. O comércio a retalho só para os cidadãos brasileiros; 5. A inteira e efetiva independência dos poderes constituídos; 6. A extinção do poder moderador e do direito de agraciar; 7. O elemento federal na nova organização; 8. Completa reforma do poder judicial, em ordem a segurar as garantias dos direitos individuais dos Cidadãos; 9. Extinção da lei do juro convencional; 10. Extinção do atual sistema de recrutamento.*

Vamireh Chacon (sel. e intro.). Nunes Machado. *Perfis parlamentares*. Brasília: Câmara dos Deputados, 1978, p. 22.

- Como ficou conhecido esse movimento na história imperial brasileira?
- Explique o teor de duas das reivindicações indicadas no Manifesto.
- Indique dois elementos comuns entre o evento pernambucano e as revoluções europeias de 1848.

### Resolução

- Revolução Praieira ou Revolta da Praia.**
- Reivindicações indicadas no Manifesto:**
  - a defesa do federalismo (item 7), contrário à centralização administrativa do Rio de Janeiro.
  - instituição do liberalismo político e a total autonomia do poderes, em oposição ao poder moderador (itens 5 e 6).
  - reivindicação do sufrágio universal (item 1), em oposição ao modelo censitário e indireto vigente na época.
  - luta pela alteração da forma de comercialização relativo à venda a retalho no Recife (item 4).
  - supressão do sistema de recrutamento, que afetava principalmente as camadas subalternas da sociedade (item 10).
- Conhecida como “a Primavera dos Povos Brasileira”, a Revolução Praieira apresentou elementos do socialismo utópico, ideais liberais e forte participação popular.