

M.01

Um móbile matemático é uma figura que simula móveis físicos. Ela é formada por segmentos de reta e figuras planas com valores numéricos racionais positivos, de forma a buscar um equilíbrio. A figura 1 ilustra um móbile básico matemático. Para ele estar em equilíbrio, os valores devem cumprir as equações $x = ac + bd$ e $ac = bd$. Quando não aparecem valores para as letras a e b, significa que ambas valem 1.

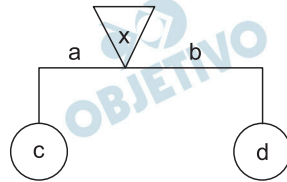


Figura 1

Um móbile pode ser composto por diversos móveis básicos, como a figura 2. Note que, nele, tem-se $5 = 3 + 1 + 1$, mantendo o móbile em equilíbrio.

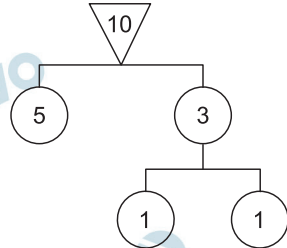
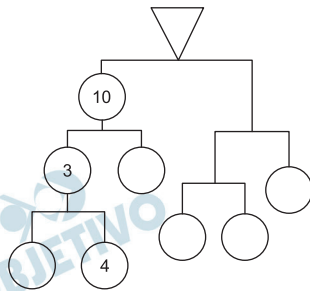


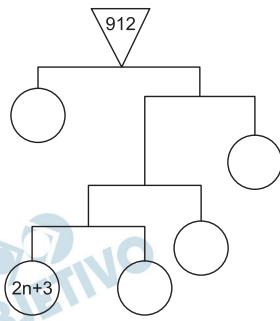
Figura 2

Considerando os móveis I, II e III, apresentados na folha de respostas, responda ao que se pede:

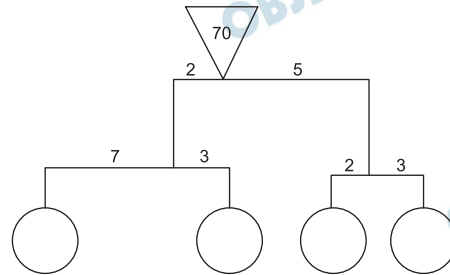
- a) Complete o móbile I, preenchendo as formas geométricas vazias com os valores que faltam para que ele esteja em equilíbrio.



- b) Determine $n \in \mathbb{N}$ para que o móbile II esteja em equilíbrio.

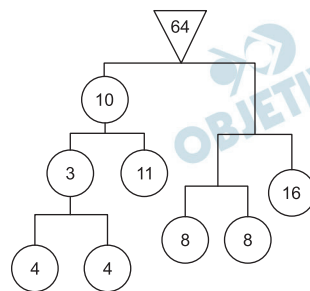


c) Complete o móbil III, preenchendo as formas geométricas vazias com os valores que faltam para que ele esteja em equilíbrio.

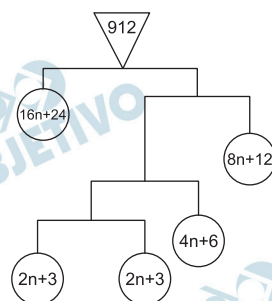


Resolução

a) Completando o móbil I, temos:



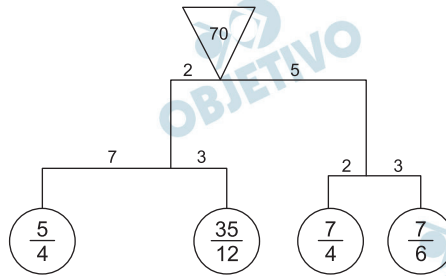
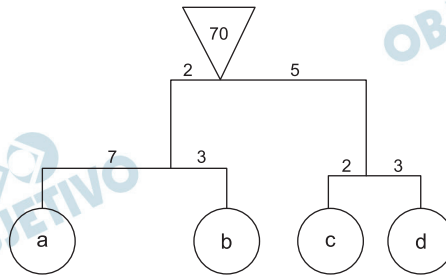
b) Completando o móbil II, temos:



Das condições do texto, temos:

$$16n + 24 + 16n + 24 = 912 \Leftrightarrow n = 27$$

c) Sejam a, b, c e d os valores das formas geométricas vazias. Das condições de equilíbrio, temos:



$$\begin{cases} 7a = 3b \\ 2c = 3d \\ 2(7a + 3b) = 5 \cdot (2c + 3d) \\ 2(7a + 3b) + 5 \cdot (2c + 3d) = 70 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7a = 3b \\ 2c = 3d \\ 12b = 20c \\ 24b = 70 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, temos:

$$a = \frac{5}{4}, \quad b = \frac{35}{12}, \quad c = \frac{7}{4} \quad \text{e} \quad d = \frac{7}{6}$$

Respostas: a) Ver figura
b) 27
c) Ver figura

M.02

Uma padaria faz parte de um movimento que pretende combater o desperdício de alimentos e vende com descontos seus produtos próximos à data de vencimento. São montados três tipos de kits: A (doces), B (salgados) e C (mistos). No momento da compra, um cliente deve indicar apenas uma preferência entre os kits A, B ou C, mas receberá um kit surpresa (A, B ou C), conforme a disponibilidade de produtos em promoção.

Sabendo que 40% dos consumidores preferem o kit A, 30% preferem o kit B e 40% preferem o kit C e que a probabilidade de um cliente ter a sua preferência atendida é de 80% para o kit A, 90% para o kit B e 70% para o kit C, responda:

- Qual a probabilidade de um cliente não ter a sua preferência atendida?
- Dois amigos fazem uma compra cada um, indicando preferências distintas entre si. Qual a probabilidade de ambos terem as suas preferências atendidas?
- Um cliente teve a sua preferência atendida. Qual a probabilidade de que ele tenha pedido o kit B?

Resolução

Se um cliente deve indicar *apenas* uma preferência, não é possível que 40% prefiram A, 30% prefiram B e 40% prefiram C, conforme os dados apresentados pela FUVEST.

Considerando os dados do enunciado como verdadeiros, temos:

- a) A probabilidade será dada por:

$$P_1 = \frac{40}{110} \cdot \frac{20}{100} + \frac{30}{110} \cdot \frac{10}{100} + \frac{40}{110} \cdot \frac{30}{100} = \\ = \frac{23}{110}$$

- b) Sabendo que ambos já fizeram a escolha, temos:

$$P_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{80}{100} \cdot \frac{90}{100} + \frac{1}{3} \cdot \frac{80}{100} \cdot \frac{70}{100} + \\ + \frac{1}{3} \cdot \frac{90}{100} \cdot \frac{70}{100} = \frac{191}{300}$$

- c) A probabilidade pedida será dada por:

$$P_3 = \frac{\frac{30}{110} \cdot \frac{90}{100}}{1 - \frac{23}{110}} = \frac{27}{87}$$

Respostas: a) $\frac{23}{110}$

b) $\frac{191}{300}$

c) $\frac{27}{87}$



M.03

Considere a parábola P dada pela equação $y = x^2$ e a reta r dada pela equação $ax + by + c = 0$, onde a, b, e c são constantes reais. Denote por $O = (0,0)$ a origem do sistema de coordenadas cartesiano Oxy.

- Se $a = 2$, $b = -1$ e $c = 3$, determine todos os pontos do plano cartesiano que pertencem, simultaneamente, à reta r e à parábola P.
- Se $a = 4$, $b = 3$ e $c = -7$, determine o ponto da reta r que está mais próximo de O.
- Considere três pontos A, B e C na parábola P, tais que $A = (-1,1)$, B pertence ao primeiro quadrante e os segmentos AB e OC são paralelos. Determine B e C de forma que a distância de B até C seja $\sqrt{17}$.

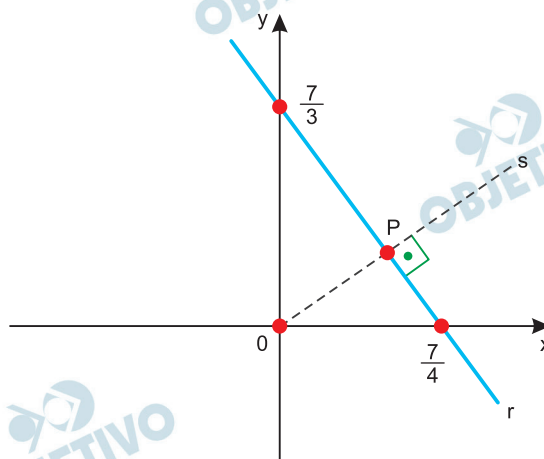
Resolução

a) $a = 2$; $b = -1$; $c = 3$

$$\begin{aligned} \begin{cases} y = x^2 \\ 2x - y + 3 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ 2x - x^2 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ x^2 - 2x - 3 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ x = 3 \text{ ou } x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (x = 3 \text{ e } y = 9) \text{ ou } (x = -1 \text{ e } y = 1) \end{aligned}$$

b) $a = 4$; $b = 3$; $c = -7$

1) A equação da reta r é $4x + 3y - 7 = 0$



2) A equação da reta s é $y - 0 = \frac{3}{4} \cdot (x - 0) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow y = \frac{3}{4} x$$

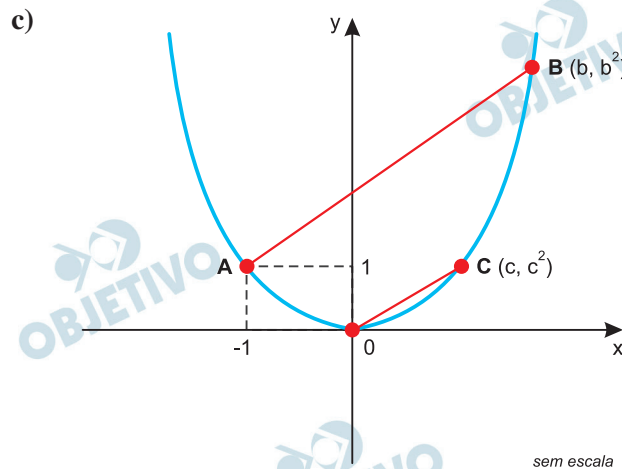
- 3) O ponto P, que é o ponto da reta r mais próximo de O é a intersecção das retas r e s.

Logo:

$$\begin{cases} y = \frac{3}{4}x \\ 4x + 3y - 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{4}x \\ 4x + \frac{9}{4}x - 7 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{4}x \\ 16x + 9x - 28 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{4}x \\ x = \frac{28}{25} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{28}{25} \\ y = \frac{21}{25} \end{cases} \Leftrightarrow P\left(\frac{28}{25}; \frac{21}{25}\right)$$



Como \overline{AB} é paralelo a \overline{OC} , temos:

$$\frac{b^2 - 1}{b + 1} = \frac{c^2}{c} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(b + 1) \cdot (b - 1)}{b + 1} = c \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow b - 1 = c \Leftrightarrow b - c = 1$$

Pela distância entre B e C igual a $\sqrt{17}$, temos:

$$d_{B,C}^2 = (b - c)^2 + (b^2 - c^2)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 17 = 1^2 + \underbrace{((b - c) \cdot (b + c))^2}_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 17 = 1 + (b + c)^2 \Rightarrow (b + c)^2 = 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b + c = 4 \text{ ou } b + c = -4$$

Como $b - c = 1$, temos:

$$\begin{cases} b + c = 4 \\ b - c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{5}{2} \\ c = \frac{3}{2} \end{cases} \text{ ou}$$

$$\begin{cases} b + c = -4 \\ b - c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -\frac{3}{2} \\ c = -\frac{5}{2} \end{cases} \text{ (n\~{a}o serve, pois } b > 0)$$

Assim, os pontos B e C tem coordenadas iguais a,

respectivamente, $\left(\frac{5}{2}; \frac{25}{4}\right)$ e $\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right)$

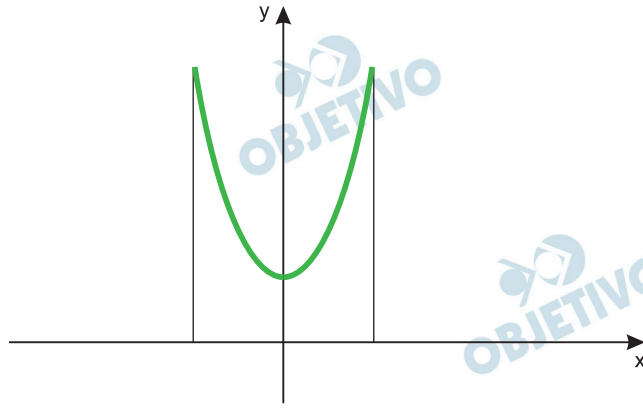
Respostas: a) (3; 9) e (-1; 1)

b) $\left(\frac{28}{25}; \frac{21}{25}\right)$

c) B $\left(\frac{5}{2}; \frac{25}{4}\right)$ e C $\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right)$

M.04

Vamos admitir que uma corda presa nas extremidades de duas hastes paralelas e de mesma altura descreve uma curva que é dada pela equação $y = 2^x + 2^{-x}$. Uma representação gráfica dessa equação, limitada por duas retas verticais paralelas ao eixo Oy e onde o eixo Ox indica o solo, é dada pela figura. A unidade de medida é o metro (m).

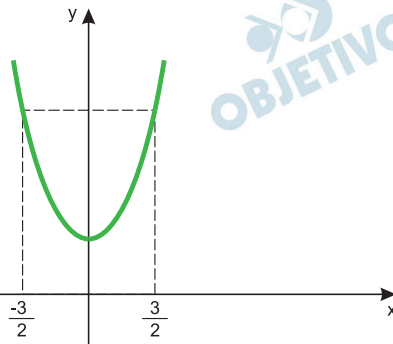


- Qual a altura mais baixa que a corda assume?
- Qual será a altura das hastes se a distância entre elas for de 3 m?
- Qual a distância entre dois pontos da corda que estão a uma altura de 4 m do solo?

Resolução

1) a) Se $x = 0 \Rightarrow y = 2^0 + \frac{1}{2^0} = 2$

b)



$$\text{Se } x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = 2^{\frac{3}{2}} + 2^{-\frac{3}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{8} + \frac{1}{\sqrt{8}} \Leftrightarrow y = \sqrt{8} + \frac{\sqrt{8}}{8} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{9\sqrt{8}}{8} \Leftrightarrow y = \frac{9\sqrt{2}}{4}$$

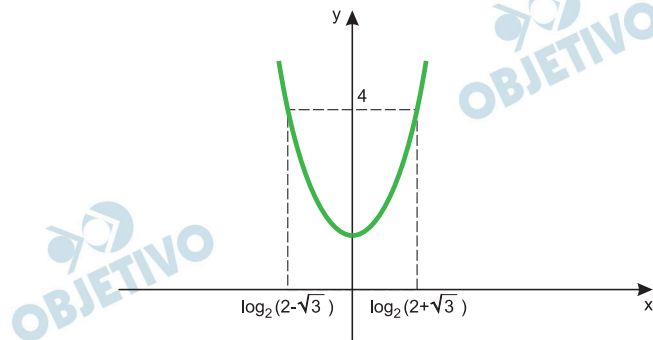
$$\text{c) } 1) 2^x + 2^{-x} = 4 \Leftrightarrow 2^x + \frac{1}{2^x} = 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2^x)^2 - 4 \cdot 2^x + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2^x = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 2^x = 2 \pm \sqrt{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2^x = 2 + \sqrt{3} \text{ ou } 2^x = 2 - \sqrt{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \log_2(2 + \sqrt{3}) \text{ ou } x = \log_2(2 - \sqrt{3})$$



2) A distância entre esses dois pontos é

$$\log_2(2 + \sqrt{3}) - \log_2(2 - \sqrt{3}) =$$

$$= \log_2\left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}\right) = \log_2(7 + 4\sqrt{3})$$

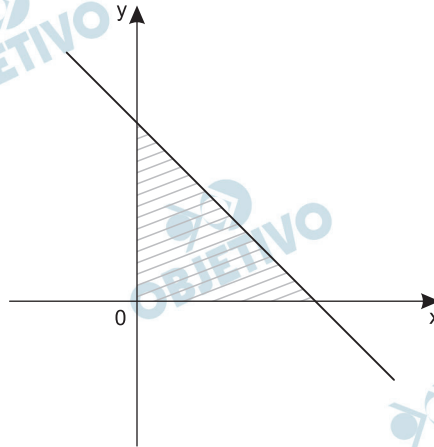
Respostas: a) 2

b) $\frac{9\sqrt{2}}{4}$

c) $\log_2(7 + 4\sqrt{3})$

M.05

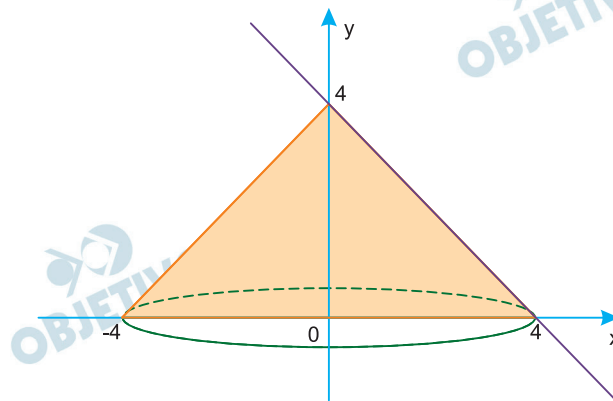
A figura a seguir esboça, no plano cartesiano, a região hachurada delimitada pelo eixo Ox , pelo eixo Oy e pela reta $x + y = 4$.



- Calcule a área da região determinada pela intersecção do plano Oxy com o sólido de revolução gerado pela rotação da região hachurada quando gira em torno do eixo Oy .
- Calcule o volume do sólido de revolução gerado pela rotação da região hachurada quando gira em torno da reta vertical $x = 4$.
- Calcule o volume do sólido de revolução gerado pela rotação da região hachurada quando gira em torno da reta $x + y = 4$.

Resolução

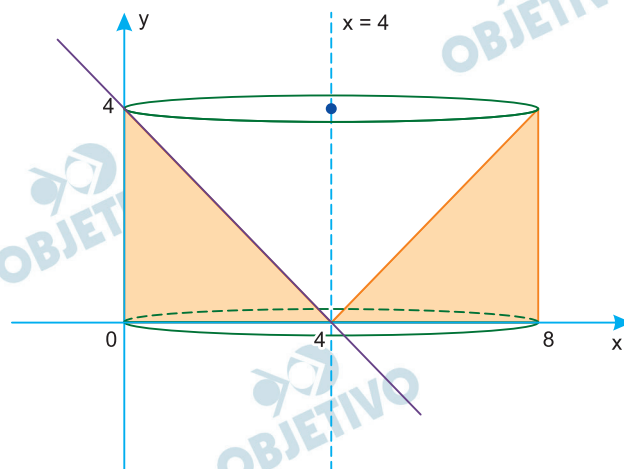
- O sólido gerado pela rotação da região hachurada em torno do eixo Oy é um cone de diâmetro 8 e altura 4.



A região determinada pela intersecção do plano Oxy com o cone é um triângulo de base 8 e altura 4, cuja área é igual a $\frac{8 \cdot 4}{2} = 16$.

- O volume V_1 do sólido gerado pela rotação da região hachurada em torno da reta vertical $x = 4$ é dado pela diferença entre o volume de um

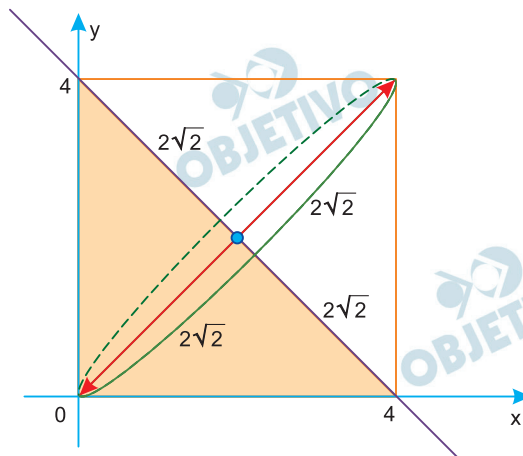
cilindro de diâmetro 8 e altura 4 e um cone de diâmetro 8 e altura 4.



$$V_1 = (\pi \cdot 4^2) \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot (\pi \cdot 4^2) \cdot 4$$

$$V_1 = \frac{2}{3} \cdot (\pi \cdot 4^2) \cdot 4 \Leftrightarrow V_1 = \frac{128 \cdot \pi}{3}$$

- c) O volume V_2 do sólido gerado pela rotação da região hachurada em torno da reta $x + y = 4$ é dado pela soma dos volumes de dois cones de diâmetro $4\sqrt{2}$ e altura $2\sqrt{2}$.



$$V_2 = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (2\sqrt{2})^2 \cdot 2\sqrt{2}$$

$$V_2 = \frac{32\sqrt{2} \cdot \pi}{3}$$

Respostas: a) 16 u. a.

b) $\frac{128 \cdot \pi}{3}$ u. v.

c) $\frac{32\sqrt{2} \cdot \pi}{3}$ u. v.

M.06

Em matemática, define-se o piso de um número real x como sendo o maior número inteiro menor ou igual a x . O símbolo para o piso de x é $\lfloor x \rfloor$. Por exemplo: $\lfloor 0,8 \rfloor = 0$; $\lfloor 1,2 \rfloor = 1$; $\lfloor 10 \rfloor = 10$; $\lfloor -3,4 \rfloor = -4$.

- Determine x tal que $x \lfloor x \rfloor = 10$.
- Determine todas as soluções reais da equação $\lfloor 2x \rfloor + \lfloor x \rfloor = 7$.
- Determine todas as soluções reais da equação $\lfloor x^2 \rfloor - 4 \lfloor x \rfloor + 3 = 0$.

Resolução

a) $x \cdot \lfloor x \rfloor = 10$

1) Se $\lfloor x \rfloor = 1$, então $1 \leq x < 2$ e $1 \leq x \cdot \lfloor x \rfloor < 2$

2) Se $\lfloor x \rfloor = 2$, então $2 \leq x < 3$ e $4 \leq x \cdot \lfloor x \rfloor < 6$

3) Se $\lfloor x \rfloor = 3$, então $3 \leq x < 4$ e $9 \leq x \cdot \lfloor x \rfloor < 12$

4) Se $\lfloor x \rfloor = 4$, então $4 \leq x < 5$ e $16 \leq x \cdot \lfloor x \rfloor < 20$

Como $x \cdot \lfloor x \rfloor = 10$, então $3 \leq x < 4$ e o único valor possível é $x = \frac{10}{3}$, pois:

$$\frac{10}{3} \cdot \left\lfloor \frac{10}{3} \right\rfloor = \frac{10}{3} \cdot 3 = 10$$

$$V = \left\{ \frac{10}{3} \right\}$$

b) $\lfloor 2x \rfloor + \lfloor x \rfloor = 7$

Como $\lfloor x \rfloor$ e $\lfloor 2x \rfloor$ são nesse caso inteiros positivos, temos:

1) Se $\lfloor x \rfloor = 1$, então $\lfloor 2x \rfloor = 6$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x < 2 \\ 6 \leq 2x < 7 \Rightarrow 3 \leq x < 3,5 \end{cases}$$

Portanto, $\nexists x \in \mathbb{R}$

2) Se $\lfloor x \rfloor = 2$, então $\lfloor 2x \rfloor = 5$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 \leq x < 3 \\ 5 \leq 2x < 6 \Rightarrow 2,5 \leq x < 3 \end{cases}$$

Portanto, $2,5 \leq x < 3$

3) Se $\lfloor x \rfloor = 3$, então $\lfloor 2x \rfloor = 4$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3 \leq x < 4 \\ 4 \leq 2x < 5 \Rightarrow 2 \leq x < 2,5 \end{cases}$$

Portanto, $\nexists x \in \mathbb{R}$

Analogamente, não apresenta solução para

$$|x| = 4, |x| = 5, |x| = 6 \text{ ou } |x| = 7.$$

$$V = [2, 5; 3[$$

c) $|x^2| - 4 \cdot |x| + 3 = 0,$

1) Se $|x| = 1$, então $1 \leq x < 2$

e $|x^2| = 1$, então $1 \leq x^2 < 2 \Rightarrow 1 \leq x < \sqrt{2}$

Portanto, $1 \leq x < \sqrt{2}$

2) Se $|x| = 2$, então $2 \leq x < 3$

e $|x^2| = 5$, então $5 \leq x^2 < 6 \Rightarrow \sqrt{5} \leq x < \sqrt{6}$

Portanto, $\sqrt{5} \leq x < \sqrt{6}$

3) Se $|x| = 3$, então $3 \leq x < 4$

e $|x^2| = 9$, então $9 \leq x^2 < 10 \Rightarrow 3 \leq x < \sqrt{10}$

Portanto, $3 \leq x < \sqrt{10}$

Da união, temos:

$$V = [1; \sqrt{2}[\cup [\sqrt{5}; \sqrt{6}[\cup [3; \sqrt{10}[$$

F.01

Um estudo recente feito por pesquisadores do Caltech⁽¹⁾ mostrou que, desde o início do século XXI, o volume de gelo acumulado no oceano Ártico durante o inverno diminuiu em cerca de 6000 km^3 , redução em grande parte impulsionada pela mudança na espessura do gelo, passando de um padrão denominado “plurianual” para outro padrão conhecido como “gelo marinho sazonal”.

Segundo os autores do estudo, o gelo mais antigo e plurianual tende a ser mais espesso e, portanto, seu derretimento é mais demorado. À medida que esse “reservatório” de gelo “antigo” marinho do Ártico se esgota e o gelo sazonal passa a predominar, espera-se que a espessura e o volume globais do gelo marinho do Ártico diminuam.

- Estime, em kg, o acréscimo na massa de água no oceano devido ao degelo no Ártico desde o início do século XXI.
- Sabendo que a área do oceano Ártico é de aproximadamente $1,5 \times 10^7 \text{ km}^2$, se todo esse gelo perdido formasse uma camada sobre a superfície desse oceano, qual seria a espessura dessa camada?
- Estime a mínima quantidade de energia (em joules) para derreter completamente uma tonelada de gelo inicialmente a uma temperatura de -20°C .

Note e adote:

Propriedades do gelo (plurianual ou sazonal):

Densidade = $0,92 \text{ g/cm}^3$

Calor específico = $2 \times 10^3 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$

Calor latente de fusão = $3 \times 10^5 \text{ J/kg}$

⁽¹⁾ Sahra Kacimi et al, “Arctic snow depth, ice 3/4 thickness and volume from ICESat - 2 and CryoSat - 2: 2018 - 2021”, Geophysical Research Letters (2022). DOI: 10.1029/2021GL097448

Resolução

- a) (I) Volume V_g de gelo em cm^3 :

$$V_g = 6000 \text{ km}^3 = 6000 \cdot (10^5 \text{ cm})^3$$

$$V_g = 6,0 \cdot 10^3 \cdot 10^{15} (\text{cm}^3)$$

$$V_g = 6,0 \cdot 10^{18} \text{ cm}^3$$

- (II) Cálculo da massa m_g de gelo:

$$m = d \cdot V$$

$$m_g = 0,92 \cdot 6,0 \cdot 10^{18} (\text{g})$$

$$m_g \cong 5,5 \cdot 10^{18} \text{ g}$$

$$m_g \cong 5,5 \cdot 10^{18} \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$m_g \cong 5,5 \cdot 10^{15} \text{ kg}$$

- b) Supondo-se que essa massa de água forme uma camada com a forma de um sólido de secção constante, temos:

$$V = A_{\text{base}} \cdot h$$

$$h = \frac{V}{A_{\text{base}}}$$

$$h = \frac{6,0 \cdot 10^3}{1,5 \cdot 10^7} \text{ (km)}$$

$$h = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ km}$$

$$h = 4,0 \cdot 10^{-1} \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

- c) (I) Massa M de gelo em kg:

$$M = 1,0 \text{ t} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

- (II) Cálculo da quantidade de calor sensível Q_1 , para aquecer o gelo de -20°C até 0°C :

$$Q_1 = Mc\Delta\theta$$

$$Q_1 = 1,0 \cdot 10^3 \cdot 2,0 \cdot 10^3 \cdot [0 - (-20)] \text{ (J)}$$

$$Q_1 = 0,40 \cdot 10^8 \text{ J}$$

- (III) Cálculo da quantidade de calor latente Q_2 para fundir o gelo:

$$Q_2 = ML$$

$$Q_2 = 1,0 \cdot 10^3 \cdot 3,0 \cdot 10^5 \text{ (J)}$$

$$Q_2 = 3,0 \cdot 10^8 \text{ J}$$

A quantidade total de calor Q é dada por:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$Q = 0,40 \cdot 10^8 \text{ J} + 3,0 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$Q = 3,4 \cdot 10^8 \text{ J}$$

Respostas: a) $m_g \cong 5,5 \cdot 10^{15} \text{ kg}$

b) $h = 4,0 \cdot 10^{-1} \text{ m}$ ou $h = 40 \text{ cm}$

c) $Q = 3,4 \cdot 10^8 \text{ J}$

F.02

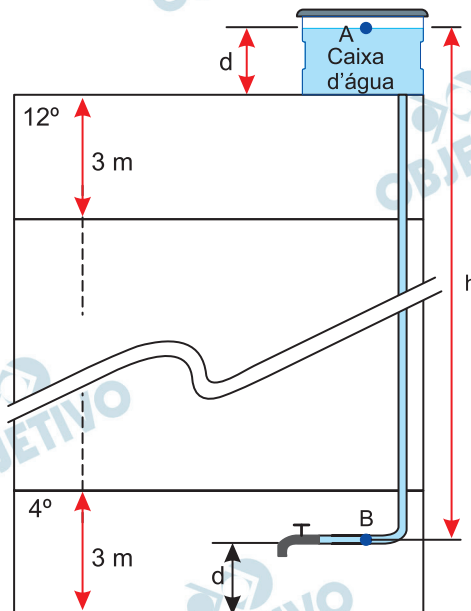
No manual de instalação de um filtro de torneira, consta a seguinte mensagem:

Instruções para obter vazão de água recomendada:

Para filtração adequada, acima de 100 kPa utilize o **reductor de vazão** que acompanha o produto, encaixando-o no filtro.

Dica: Caso não saiba qual a pressão no ponto de uso do filtro, meça o tempo para encher com água um copo de 240 mL. Se o tempo for menor que 6 segundos, recomenda-se encaixar o reductor de vazão na base do filtro.

- Calcule a força sobre um tampão de vedação colocado na ponta de um cano de 40mm de diâmetro se a pressão da água no interior do cano neste local é de 100kPa.
- Considere que uma torneira esteja instalada no 4.º andar de um prédio de 12 andares (ponto B) e esteja conectada a uma caixa d'água localizada na laje desse prédio (ponto A), conforme a figura. Calcule a distância vertical h e a diferença de pressão entre os pontos B e A.
- Para um filtro instalado em um apartamento de outro andar (sem o reductor de vazão), verifica-se que o tempo para encher um copo de 240 mL é de 5 s. Dado que o diâmetro da saída do filtro é de 4 mm, calcule a velocidade da água na saída do filtro (em m/s).



Note e adote:

A altura padrão de cada andar de um prédio é de 3 metros.

Considere a água como um fluido ideal com densidade de 1000 kg/m^3 .

A vazão de um fluido em regime de fluxo constante é dada pelo produto da velocidade do fluido pela área da seção reta do tubo de escoamento.

Aceleração da gravidade (g) = 10 m/s^2

$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$

Considere $\pi \approx 3$

Resolução

- a) A intensidade da força sobre o tampão de vedação será dada por:

$$F = p \cdot A$$

$$F = p \cdot \pi r^2$$

$$F = 100 \cdot 10^3 \cdot 3 (20 \cdot 10^{-3})^2 \text{ (N)}$$

$$F = 1,2 \cdot 10^2 \text{ N}$$

- b) A distância entre os pontos A e B equivale a nove andares completos, assim:

$$h = 9 \cdot 3 \text{ m}$$

$$h = 27 \text{ m}$$

A variação de pressão entre os pontos A e B será dada por:

$$\Delta p = \rho g h$$

$$\Delta p = 1,0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 27 \text{ (N/m}^2\text{)}$$

$$\Delta p = 2,7 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

- c) A vazão pode ser determinada por:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A \cdot h}{\Delta t}$$

em que $\frac{h}{\Delta t} = v$

Assim,

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = A \cdot v$$

$$\frac{240 \cdot 10^{-6}}{5} = 3 (2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot v$$

$$48 \cdot 10^{-6} = 12 \cdot 10^{-6} \cdot v$$

$$v = 4\text{m/s}$$

- Respostas: a) $1,2 \cdot 10^2\text{N}$
b) 27m ; $2,7 \cdot 10^5\text{N/m}^2$
c) 4m/s

F.03

Considere uma mesma corda de violoncelo vibrando, em situações distintas, conforme os padrões de ondas estacionárias mostrados nos diagramas a seguir, em que a amplitude das vibrações, por clareza, está grandemente ampliada. No diagrama 1, a corda vibra no comprimento L mostrado na figura. No diagrama 2, a corda está pinçada a $2/3$ do comprimento L , de modo que não há vibração no terço restante.

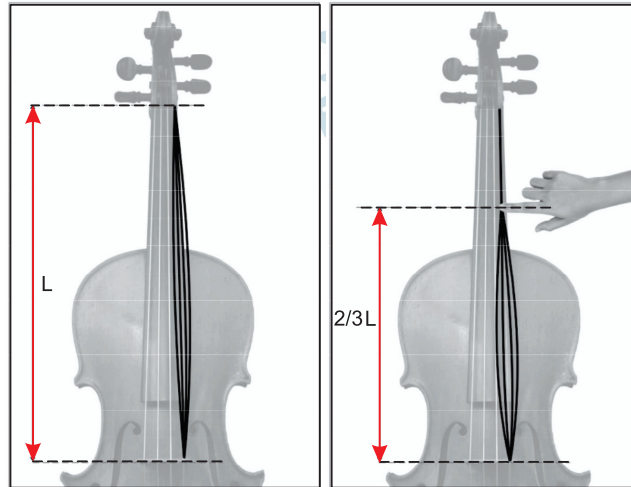


Diagrama 1

Diagrama 2

- Um aluno afirma que, por se tratar de padrões estacionários, a velocidade de propagação de uma onda qualquer na corda é nula. Essa afirmação é correta? Justifique a sua resposta.
- Considere agora a situação mostrada no diagrama 1. Se o comprimento L fosse de 60 cm, qual seria o comprimento de onda da vibração mostrada nesse diagrama?
- Suponha agora que a frequência da vibração da corda no padrão mostrado no diagrama 1 seja de 220 Hz. Determine a frequência de vibração da corda no padrão mostrado no diagrama 2.

Resolução

- Os padrões estacionários verificados nos diagramas 1 e 2 não têm velocidade de propagação (velocidade de propagação nula), mas os pulsos que vão e vêm ao longo da corda apresentam velocidade de propagação não-nula.

Logo, a afirmação do aluno *não é correta*.

- O comprimento vibratório L corresponde a meio comprimento de onda, portanto:

$$\frac{\lambda_1}{2} = L \Rightarrow \frac{\lambda_1}{2} = 60\text{cm} \Rightarrow \lambda_1 = 120\text{cm} = 1,2\text{m}$$

- Diagrama 1:

$$V = \lambda_1 f_1 \Rightarrow V = 1,2 \cdot 220 \text{ (m/s)}$$

$$V = 264\text{m/s}$$

Diagrama 2:

$$\frac{\lambda_2}{2} = \frac{2}{3} L \Rightarrow \frac{\lambda_2}{2} = \frac{2}{3} \cdot 60\text{cm}$$

$$\lambda_2 = 80\text{cm} = 0,80\text{m}$$

Nas duas situações (diagramas 1 e 2) os pulsos percorrem a corda, igualmente tracionada, com velocidades de intensidade iguais.

$$V = \lambda_2 f_2 \Rightarrow 264 = 0,80 f_2$$

$$f_2 = 330\text{Hz}$$

Respostas: a) A afirmação do aluno é incorreta

b) 1,2m

c) 330Hz

F.04

Considere uma amostra de 2 mols de um gás monoatômico, em que cada átomo possui uma massa de aproximadamente 7×10^{-24} gramas. O gás pode ser tratado como ideal.

- Determine a massa total do gás na amostra, em gramas.
- A energia interna da amostra a uma temperatura de 300K é de 7500J. Quanta energia é preciso transferir para a amostra para que sua temperatura atinja 400K?
- A descoberta de Einstein sobre a equivalência entre massa e energia é válida mesmo em fenômenos mais familiares, como o aquecimento de um fluido, embora, nesse caso, o efeito seja muito pequeno para ser perceptível. Nesse contexto, calcule a variação na massa da amostra de gás do enunciado quando ela experimenta um processo de expansão ao longo do qual recebe 13500 J de calor do entorno e realiza um trabalho de 4500 J.

Note e adote:

Número de Avogadro: $6 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Relação de Einstein: $E = mc^2$

Velocidade da luz no vácuo: $3 \times 10^8 \text{ m/s}$

Resolução

- a) A massa total m do gás é dada pelo produto do número de mols, n , pelo número de Avogadro, A , e pela massa de cada átomo, m .

$$M = n A m \Rightarrow M = 2 \cdot 6 \cdot 10^{23} \cdot 7 \cdot 10^{-24} \text{ (g)}$$

Da qual:

$$M = 8,4\text{g}$$

- b) Pela Lei de Joule, a energia interna do gás, U , é diretamente proporcional à temperatura absoluta, T :

$$U = k T$$

Situação final: $U = k 400$ (1)

Situação inicial: $7500 = k 300$ (2)

Dividindo-se as equações (1) e (2), vem:

$$\frac{U}{7500} = \frac{k 400}{k 300} \Rightarrow U = 10 000\text{J}$$

A variação de energia interna, ΔU , fica determinada por:

$$\Delta U = U - U_0 \Rightarrow \Delta U = 10 000 - 7500 \text{ (J)}$$

$$\Delta U = 2500\text{J}$$

c) (I) 1ª Lei da Termodinâmica:

$$Q = \tau + \Delta U \Rightarrow 13500 = 4500 + \Delta U$$

$$\Delta U = 9000\text{J}$$

(II) A massa equivalente à variação de energia interna calculada é determinada pela Equação de Einstein.

$$\begin{cases} E = \Delta U \\ E = mc^2 \end{cases} \quad \Delta U = mc^2$$
$$9000 = m (3 \cdot 10^8)^2$$

$$9000 = m \cdot 9 \cdot 10^{16}$$

Da qual: $m = 1,0 \cdot 10^{-13}\text{kg}$

Respostas: a) 8,4g

b) 2500J

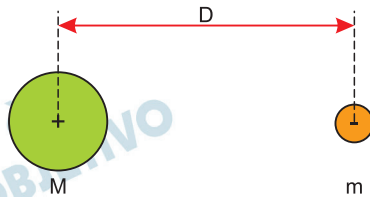
c) $1,0 \cdot 10^{-13}\text{kg} = 1,0 \cdot 10^{-10}\text{g}$

F.05

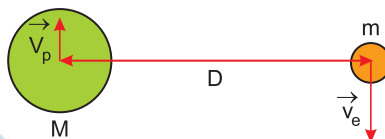
Um período da vida do físico J. Robert Oppenheimer pouco retratado no recente filme *Oppenheimer* é o seu Doutorado na Alemanha sob a orientação de Max Born. Em 1927, eles publicaram um trabalho muito importante, que se tornaria uma das bases da física atômica e molecular. A chamada *Aproximação de Born–Oppenheimer* usa o fato de que a massa dos núcleos é muito maior que a massa dos elétrons para justificar um tratamento independente do movimento dos núcleos e o dos elétrons em átomos e moléculas.

Para ilustrar a validade da aproximação, considere um modelo clássico para o átomo de hidrogênio composto de um próton de massa M e carga $+e$ e um elétron de massa m e carga $-e$ separados por uma distância D , como mostra a figura.

- a) Considerando o sistema inicialmente estático, desenhe, na folha de respostas, os vetores das forças elétricas que atuam sobre as duas partículas.

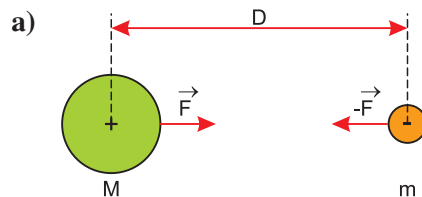


Considere agora que as velocidades das cargas estão sempre em sentidos opostos e perpendiculares à linha que une os seus centros, como mostra a figura. Considere também que a única força que atua sobre as partículas é a força elétrica entre elas, de modo que a quantidade de movimento total (ou momento linear total) do sistema é nula. Considere ainda que ambas as cargas estejam em movimento circular uniforme em torno do centro de massa do sistema, de modo que a distância entre as duas partículas não se altere.



- b) Sendo $M/m = 1800$, calcule a razão $\frac{\Delta t_e}{\Delta t_p}$ entre os intervalos de tempo que o elétron e o pósitron, respectivamente, levam para percorrer um arco de circunferência de mesmo comprimento Δs .
- c) Na aproximação de Born–Oppenheimer, pode ser feita a hipótese de que o próton permanece em repouso enquanto o elétron gira em torno dele. Utilizando essa hipótese e supondo ainda que a trajetória do elétron seja uma circunferência de raio D , calcule a energia cinética do elétron em termos de e , de D e da constante eletrostática da Lei de Coulomb k_0 .

Resolução



\vec{F} : força eletrostática que o elétron aplica no próton

$-\vec{F}$: força eletrostática que o próton exerce no elétron.

b) 1) $|\vec{Q}_p| = |\vec{Q}_E| \Rightarrow M V_p = m V_e$

$$\frac{V_e}{V_p} = \frac{M}{m} = 1800$$

2) Para o mesmo deslocamento Δs , temos:

$$\Delta s = V_e \Delta t_e = V_p \Delta t_p$$

$$\frac{\Delta t_e}{\Delta t_p} = \frac{V_p}{V_e} = \frac{1}{1800}$$

c) 1) $F = \frac{k_0 |q_E| |q_P|}{D^2} = \frac{k_0 e^2}{D^2}$

2) $E_C = \frac{m V^2}{2}$ e $F = \frac{m V^2}{D}$

$$E_C = \frac{FD}{2} \Rightarrow E_C = \frac{k_0 e^2}{D^2} \cdot \frac{D}{2}$$

$$E_C = \frac{k_0 e^2}{2D}$$

Respostas: a) ver figura

b) $\frac{\Delta t_e}{\Delta t_p} = \frac{1}{1800}$

c) $E_C = \frac{k_0 e^2}{2D}$

Observação: no item b o examinador escreveu *pósi- tron* ao invés do correto *próton*.

F.06

O fenômeno da aurora polar, há muito tempo conhecido nos hemisférios norte e sul do planeta Terra, caracteriza-se por um brilho observado no céu em decorrência de colisões entre os átomos da atmosfera, predominantemente oxigênio e nitrogênio, e as partículas (prótons e elétrons) lançadas por erupções solares e canalizadas pelo campo magnético terrestre.

- a) Determine a velocidade (em m/s) de um próton com energia cinética de $3,2 \times 10^{-13}$ J.
- b) Considerando agora elétrons com velocidade de $1,6 \times 10^6$ m/s e que descrevam órbitas circulares sob ação do campo magnético terrestre, cuja intensidade é de 10^{-4} T, calcule o módulo da força magnética atuando sobre cada elétron.

As diferentes cores observadas na aurora devem-se à emissão de fótons em processos de desexcitação de átomos presentes nas diferentes camadas da atmosfera. As cores mais comuns da luz associada a esses fótons são a verde e a vermelha, devido à predominância de oxigênio e nitrogênio nas altitudes de 200km e 100km, respectivamente.

- c) Calcule (em joules) a variação da energia de um átomo quando este emite um fóton da cor verde.

Note e adote:

$1\text{eV} = 1,6 \times 10^{-19}\text{J}$; massa do próton = $1,6 \times 10^{-27}$ kg;

massa do elétron = 9×10^{-31} kg;

carga do elétron = $1,6 \times 10^{-19}$ C

Comprimento de onda da luz verde: $\lambda = 500$ nm

Energia de um fóton de frequência f : $E = hf$, onde $h = 6 \times 10^{-34}$ J.s

Velocidade da luz no vácuo: 3×10^8 m/s

Um processo de desexcitação atômica envolve a passagem de um elétron de um nível atômico de energia mais alta para outro de energia mais baixa.

Resolução

- a) A energia cinética do próton é dada por:

$$E_C = \frac{m V^2}{2} \Rightarrow 3,2 \cdot 10^{-13} = \frac{1,6 \cdot 10^{-27}}{2} \cdot V^2$$

$$V^2 = 4,0 \cdot 10^{14} \text{ (SI)}$$

$$V = 2,0 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

b) A força magnética tem módulo dado por:

$$F_{\text{mag}} = |q| |\vec{V}| |\vec{B}|$$

$$F_{\text{mag}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,6 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4} \text{ (N)}$$

$$F_{\text{mag}} = 2,56 \cdot 10^{-17} \text{ N}$$

c) A energia do fóton emitido é dada por:

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda}$$

$$E = 6 \cdot 10^{-34} \frac{3,0 \cdot 10^8}{500 \cdot 10^{-9}} \text{ (J)}$$

$$E = 3,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Quando o átomo emite um fóton sua energia diminui e, portanto, a variação de energia do átomo é negativa.

$$\Delta E_{\text{átomo}} = -E = -3,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Respostas: a) $V = 2,0 \cdot 10^7 \text{ m/s}$

b) $F_{\text{mag}} = 2,56 \cdot 10^{-17} \text{ N}$

c) $\Delta E_{\text{átomo}} = -3,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Q.01

O ácido fosfórico (H_3PO_4) é um importante produto químico usado na produção de fertilizantes, detergentes e na indústria alimentícia. A produção de H_3PO_4 pode ocorrer por dois processos distintos. No processo úmido, faz-se reagir rocha fosfática ($\text{Ca}_5(\text{PO}_4)_3\text{F}$) com ácido sulfúrico. Outra opção é oxidar o fósforo elementar (P_4) com oxigênio gasoso para formar o P_4O_{10} e, em seguida, reagir essa espécie com água formando o ácido fosfórico.

- a) Considerando $\text{Ca}_5(\text{PO}_4)_3\text{F}$ e P_4O_{10} , qual das duas espécies possui o maior teor de P em massa? Justifique a sua resposta mostrando os cálculos.
- b) Apresente, na tabela da folha de respostas, a equação da reação global balanceada para a produção de ácido fosfórico a partir do P_4 e o número de oxidação do fósforo no reagente e no produto.

Equação química:	
N_{ox} do P no P_4	N_{ox} do P no H_3PO_4

- c) Um volume de 10 mL de um refrigerante previamente degaseificado foi adicionado em um balão volumétrico de 50 mL, que foi completado com água destilada. Essa solução foi analisada e obteve-se uma concentração de 0,2 g/L de ácido fosfórico. Considerando que o valor máximo de ácido fosfórico permitido em refrigerantes é de 0,07 g para cada 100 mL, a concentração de ácido fosfórico nesse refrigerante encontra-se dentro do limite permitido pela legislação? Justifique a sua resposta mostrando os cálculos.

Note e adote:

Massas molares (g/mol): $\text{Ca}_5(\text{PO}_4)_3\text{F} = 504$;
 $\text{P}_4\text{O}_{10} = 284$; $\text{P} = 31$

Resolução

- a) Cálculo do teor de P em massa do $\text{Ca}_5(\text{PO}_4)_3\text{F}$

$\text{Ca}_5(\text{PO}_4)_3\text{F}$: $M = 504 \text{ g/mol}$

504 g ——— 100%

$3 \cdot 31 \text{ g}$ ——— x

P

$504 x = 93 \cdot 100$

$x = 18,45\% \text{ P}$

Cálculo do teor de P em massa do P_4O_{10}

P_4O_{10} : $M = 284 \text{ g/mol}$

284 g ——— 100%

$4 \cdot 31 \text{ g}$ ——— y

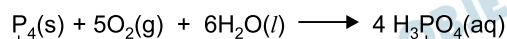
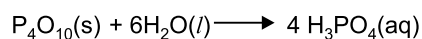
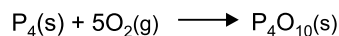
P

$284 y = 4 \cdot 31 \cdot 100$

$y = 43,66\% \text{ P}$

Desta forma, o P_4O_{10} possui maior teor de P em massa.

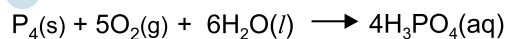
b) Equação química:



0

+5

Equação química:



N_{OX} do P no P_4	N_{OX} do P no H_3PO_4
Zero (0)	+ 5

c) Cálculo da concentração de ácido fosfórico no refrigerante:

$$C_1 \cdot V_1 = C_2 \cdot V_2$$

Refrigerante solução final

$$C_1 \cdot 10 \text{ mL} = 0,2 \text{ g/L} \cdot 50 \text{ mL}$$

$$C_1 = 1 \text{ g/L}$$

H_3PO_4

$$1 \text{ g} \text{ ——— } 1000 \text{ mL}$$

$$x \text{ ——— } 100 \text{ mL}$$

$$x = 0,1 \text{ g}$$

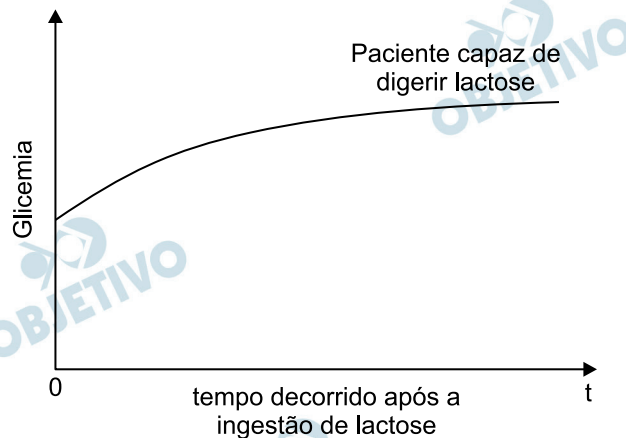
Desta forma, a concentração de ácido fosfórico no refrigerante (0,1g para cada 100 mL) encontra-se acima do limite permitido pela legislação (0,07 g para cada 100 mL).

Q.02

A intolerância à lactose é uma condição causada pela incapacidade de digerir a lactose, que é o açúcar do leite. Essa condição impede a quebra da lactose em dois monossacarídeos – os isômeros glicose e galactose.

Para verificar essa condição, pode-se administrar lactose ao paciente e acompanhar a concentração de glicose no seu sangue (glicemia) ao longo do tempo.

- a) Na folha de respostas, é apresentada uma curva que representa a glicemia ao longo do tempo de um paciente capaz de digerir a lactose. Esboce, na mesma figura, a curva esperada em um exame positivo para intolerância à lactose, partindo-se da mesma glicemia inicial.

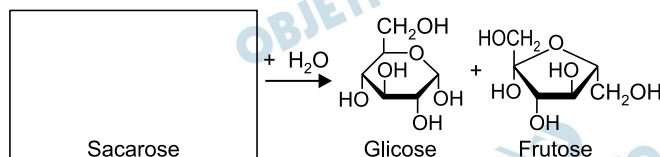
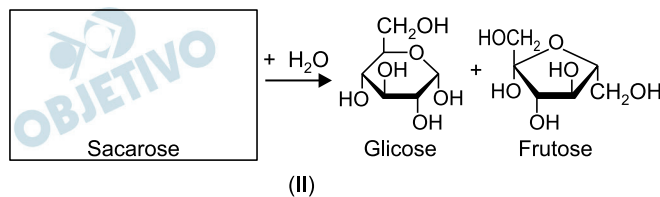
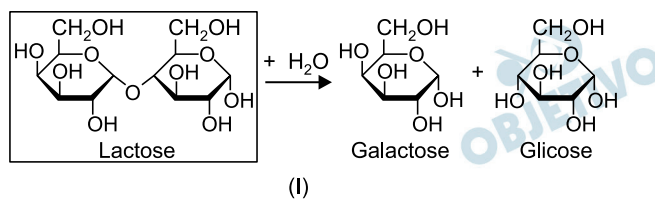


Produtos chamados “zero lactose” são tratados com lactase na sua produção. A lactase é a enzima que transforma lactose em glicose e galactose de forma a mitigar o efeito da lactose no organismo. A seguir, são apresentadas tabelas nutricionais para o mesmo leite, nas versões “não tratado” e “tratado apenas com lactase”.

Leite não tratado com lactase		Leite tratado com lactase (“zero lactose”)	
Proteínas	2,9 g	Proteínas	2,9 g
Glicose	0,3 g	Glicose	Não informado
Galactose	0,1 g	Galactose	2,1 g
Gorduras totais	3,0 g	Gorduras totais	3,0 g
Gorduras saturadas	2,0 g	Gorduras saturadas	2,0 g
Gorduras trans	0 g	Gorduras trans	0 g

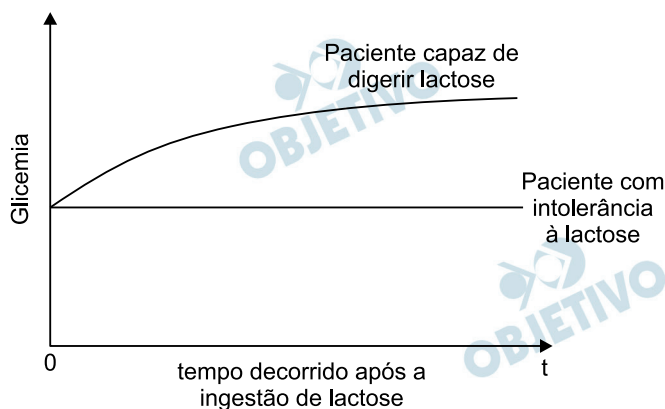
Valores para uma porção de 100 mL.

- b) Qual massa de glicose, em gramas, deveria ser informada na tabela nutricional do leite “zero lactose”? Justifique a sua resposta.
- c) A quebra da lactose em galactose e glicose, ilustrada a seguir (I), ocorre de forma semelhante à quebra da sacarose, que produz glicose e frutose (II). Considerando o esquema, complete, no espaço reservado na folha de respostas, a estrutura da sacarose.

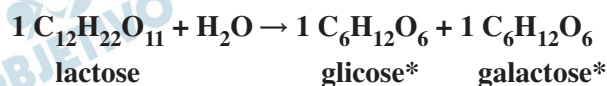


Resolução

- a) Durante a digestão, a lactose sofre hidrólise, produzindo galactose e glicose, causando aumento na glicemia (concentração de glicose no sangue). Um paciente com incapacidade de digerir lactose terá sua glicemia constante ao longo do tempo, conforme gráfico a seguir:



- b) O uso da lactase promove a hidrólise da lactose, produzindo quantidades iguais de galactose e glicose, de acordo com a equação:



* isômeros (mesma massa molar)

- I) Cálculo do aumento da massa de galactose (m_1)

$$m_1 = \text{massa no leite tratado com lactase} - \text{massa no leite não-tratado}$$

$$m_1 = 2,1\text{g} - 0,1\text{g}$$

$$m_1 = 2,0 \text{ g}$$

Considerando que o aumento na massa de galactose e glicose é o mesmo, temos:

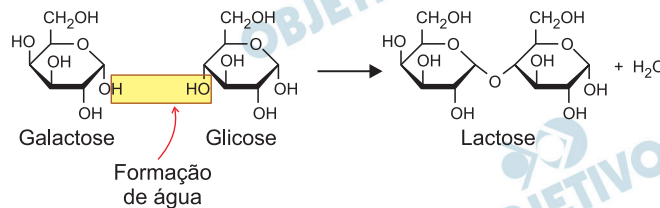
II) Cálculo da massa de glicose no leite tratado com lactase (m_2)

$$m_2 = \text{massa no leite não tratado} + m_1$$

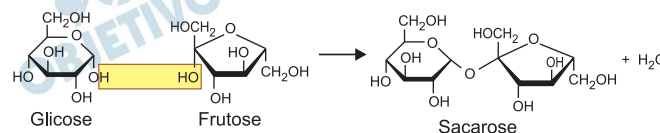
$$m_2 = 0,3 \text{ g} + 2,0 \text{ g}$$

$$m_2 = 2,3 \text{ g}$$

c) Na formação da lactose (reação inversa da hidrólise), temos a liberação de água através da seguinte reação:



Seguindo analogamente ao modelo, a estrutura da sacarose é dada por:



Q.03

A quantificação de compostos químicos, em geral, é feita de maneira experimental, empregando instrumentos, como balões volumétricos, que estão sujeitos a erros intrínsecos. A figura mostra um balão de 250 mL ao nível do menisco, com um desvio de 0,15 mL para mais ou para menos, em uma temperatura de 20 °C.



Com base nessa informação, responda:

- A 20°C, qual o desvio porcentual do volume desse balão?
- Considere que o balão está em equilíbrio térmico a 20 °C em um laboratório com temperatura controlada e foi preenchido com 250 mL de uma solução 0,1 mol/L de NaCl a 10 °C. Após o conjunto balão e solução atingirem novamente o equilíbrio térmico com o laboratório, a concentração da solução presente no balão será menor, maior ou igual a 0,1 mol/L? Justifique a sua resposta.
- Em outro balão volumétrico, com as mesmas especificações do balão mostrado na figura, foram adicionados 25 mL de uma solução de NaOH de concentração 0,1 mol/L. O balão foi completado com água até atingir o menisco. Qual a diferença de pH entre a solução inicial e a solução final? Justifique a sua resposta mostrando os cálculos.

Resolução

- a) Cálculo do desvio porcentual:

$$\begin{array}{l} 250 \text{ mL} \text{ ————— } 100\% \\ 0,15 \text{ mL} \text{ ————— } x \\ x = 0,06\% \end{array}$$

Então haverá um desvio de 0,06% para mais ou para menos.

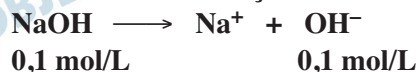
- b) A concentração em mol/L é uma grandeza que depende da temperatura.

Numa temperatura mais alta ocorrerá a dilatação volumétrica do líquido diminuindo a concentração da solução.

Portanto, a solução 0,1 mol/L de NaCl a 10°C, ao ter sua temperatura aumentada a 20°C, sua concentração será menor que 0,1 mol/L.

c) Cálculo do pH da solução de NaOH 0,1 mol/L.

Admitindo dissociação total da base, temos:



A concentração de OH^- é igual a 0,1 mol/L.

$$[\text{OH}^-] = 10^{-1} \text{ mol/L}$$

$$\text{pOH} = -\log [\text{OH}^-]$$

$$\text{pOH} = -\log 10^{-1} = 1$$

Com a adição de água até 250 mL, a nova concentração de OH^- na solução será:

$$M_1 V_1 = M_2 V_2$$

$$0,1 \cdot 0,025 = M_2 \cdot 0,25$$

$$M_2 = 0,01 \text{ mol/L}$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{-2} \text{ mol/L}$$

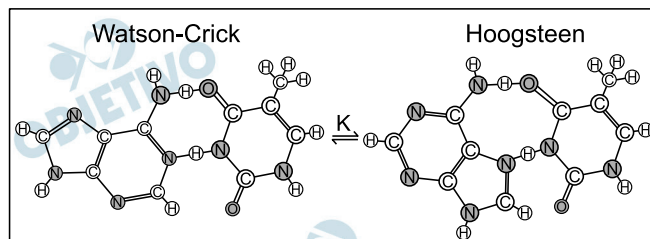
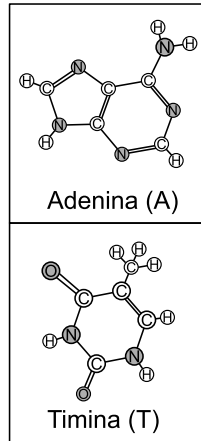
$$\text{pOH} = -\log 10^{-2} = 2$$

Como a temperatura é constante, a soma do pH com o pOH também é constante, antes e depois da diluição.

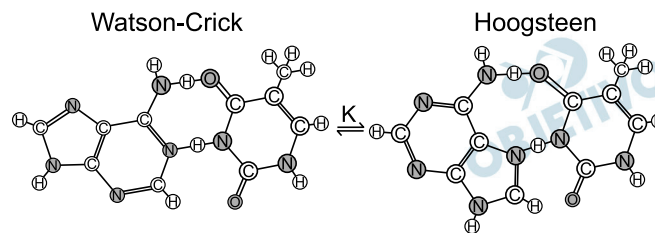
Se o pOH aumentou 1 unidade, o pH diminuiu 1 unidade.

Q.04

As interações entre as bases nitrogenadas do DNA são fundamentais para a manutenção da vida. Normalmente, essas interações ocorrem por ligações de hidrogênio, conforme proposto no modelo de Watson-Crick. Entretanto, existe também o modelo de Hoogsteen. A interação entre as bases adenina (A) e timina (T) para a formação do par A-T para ambos os modelos está representada a seguir:

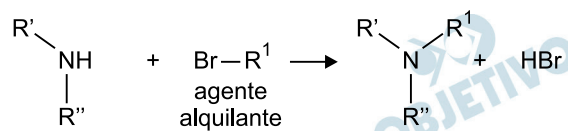


- a) Nas estruturas representadas na folha de respostas, circule as interações que são responsáveis por manter essas bases pareadas.



- b) Considerando que esses dois tipos de pareamento estão em equilíbrio e que, comumente, o pareamento de Watson-Crick é predominante, a constante de equilíbrio K do processo representado é menor, maior ou igual a 1? Justifique a sua resposta.

O mecanismo de funcionamento de alguns fármacos para combate ao câncer, como os agentes alquilantes, depende da inserção de um grupo alquila nas bases de DNA, conforme representado esquematicamente a seguir para grupamentos amina das bases nitrogenadas.

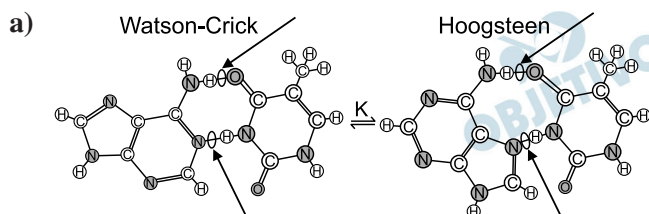


amina presente nas bases
(R' = C, R'' = C ou H)

amina alquilada
pela cadeia R¹

- c) A molécula de adenina consumiria mais, menos ou a mesma quantidade de agente alquilante do que a timina consumiria para bloquear todos os seus grupos suscetíveis à reação de alquilação ilustrada? Considere um rendimento de 100% e justifique a sua resposta com base nas diferenças estruturais entre as moléculas.

Resolução



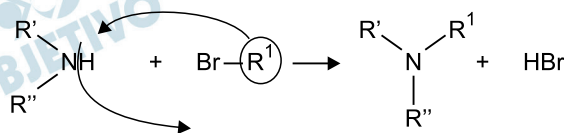
Observando as moléculas da Adenina (A) e Timina (T), as ligações de hidrogênio que ocorrem estão assinaladas na figura (indicadas com setas).

- b) A constante de equilíbrio (K) do processo representado é dada pela expressão:

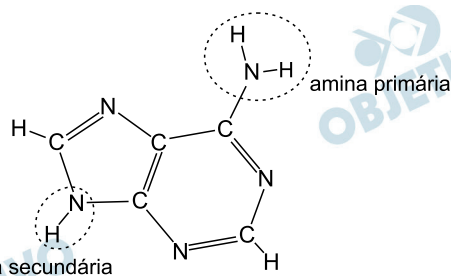
$$K = \frac{[\text{pareamento de Hoogsteen}]}{[\text{pareamento de Watson-Crick}]}$$

Como o pareamento de Watson-Crick é predominante, ou seja, a sua concentração é maior, o valor da constante (K) do processo é menor que 1.

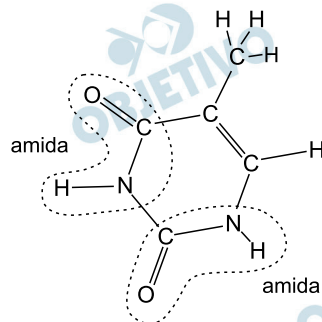
- c) No mecanismo fornecido ocorre substituição de um átomo de hidrogênio de uma amina primária ou secundária das bases nitrogenadas pelo radical alquila.



A molécula da Adenina (A) possui um grupo de amina primária e um grupo de amina secundária, podendo sofrer três alquilações.



A molécula da Timina (T) apresenta dois grupos amida e não irá reagir.



Portanto, a molécula da Adenina consumiria maior (mais) quantidade de agente alquilante do que a molécula de Timina.

Q.05

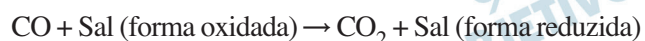
O motor de um automóvel produz monóxido de carbono (CO) à taxa de, aproximadamente, 200 g de CO por hora. O CO é tóxico pois compete com o O_2 para se ligar à hemoglobina (Hb), formando HbCO, que impede o transporte de oxigênio pela oxi-hemoglobina (HbO_2). Por esse motivo, em alguns países, é comum a instalação de sensores para a detecção de CO em garagens fechadas. Cabe destacar que esse gás não reage com o O_2 atmosférico em condições normais, de modo que o CO pode se acumular e atingir concentrações letais.



a) Explique, com base no equilíbrio

$HbCO + O_2 \rightleftharpoons HbO_2 + CO$, por que o tratamento para intoxicação por CO é administrar oxigênio em alta concentração aos pacientes.

b) Uma forma de detectar CO é pelo uso de um sensor colorimétrico. Quando exposto ao CO, um dos sais presentes no sensor sofre redução, mudando de cor, enquanto o CO é oxidado a CO_2 , conforme representado a seguir:



Com base no processo descrito e na reação apresentada, é correto afirmar que o sal atua como catalisador da reação de oxidação do CO a CO_2 ? Justifique a sua resposta.

c) Suponha que um carro foi deixado ligado em uma garagem com 6,0 m de comprimento, 4,0 m de largura e 2,0 m de altura, sem ventilação. Quantas horas levaria para a produção de CO atingir a concentração tóxica de 10 mg/L? Justifique a sua resposta mostrando os cálculos.

Resolução

a) Baseando-se no equilíbrio

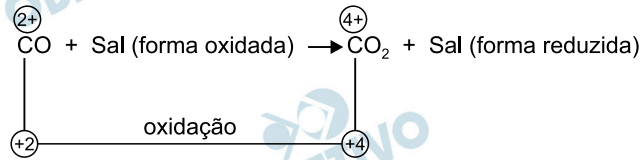
$HbCO + O_2 \rightleftharpoons HbO_2 + CO$, a administração de oxigênio (O_2) em altas concentrações desloca o equilíbrio para a direita (Princípio de Le Châtelier), provocando a formação de uma quantidade maior de HbO_2 responsável pelo

transporte de oxigênio no sangue e diminuindo a concentração de HbCO.

b) A frase está errada.

Catalisador aumenta a velocidade da reação sem ser consumido no processo.

Temos na reação:



Oxidação de CO com conseqüente redução do sal citado.

O sal atua como agente oxidante.

c) Cálculo do volume da garagem.

$V = \text{comprimento} \times \text{largura} \times \text{altura}$

$$V = (6,0 \cdot 4,0 \cdot 2,0) \text{ m}^3$$

$$V = 48 \text{ m}^3 (48 \cdot 10^3 \text{ L})$$

O motor, pelos dados fornecidos, produz aproximadamente 200 g de CO por hora.

Cálculo da quantidade em massa de CO para atingir concentração tóxica de 10 mg/L.

$$\begin{array}{l} 10 \text{ mg} \text{ ————— } 1 \text{ L} \\ x \text{ ————— } 48 \cdot 10^3 \text{ L} \\ x = 48 \cdot 10^4 \text{ mg} = 480 \text{ g} \end{array}$$

Cálculo do tempo:

$$\begin{array}{l} 200 \text{ g} \text{ ————— } 1 \text{ h} \\ 480 \text{ g} \text{ ————— } y \\ y = 2,4 \text{ h} \end{array}$$

Q.06

Alguns minerais alcalinos, quando em contato com soluções ácidas, sofrem intemperismo, como representado a seguir:

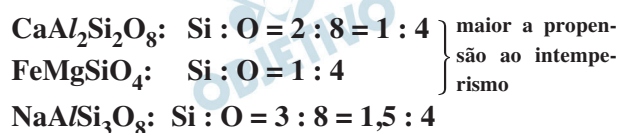
Mineral	Ponto de Fusão/°C	Reação com solução ácida
Anortita ($\text{CaAl}_2\text{Si}_2\text{O}_8$)	1550	$\text{CaAl}_2\text{Si}_2\text{O}_8(\text{s}) + 2\text{H}^+(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow$ $\rightarrow \text{Ca}^{2+}(\text{aq}) + \text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_5(\text{OH})_4(\text{s})$
Olivina (FeMgSiO_4)	1200	$\text{FeMgSiO}_4(\text{s}) + 4\text{H}^+(\text{aq}) \rightarrow$ $\rightarrow \text{Fe}^{2+}(\text{aq}) + \text{Mg}^{2+}(\text{aq}) + \text{H}_4\text{SiO}_4(\text{s})$
Albita ($\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$)	1100	$\text{NaAlSi}_3\text{O}_8(\text{s}) + \text{H}^+(\text{aq}) + 9/2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow$ $\rightarrow \text{Na}^+(\text{aq}) + 2\text{H}_4\text{SiO}_4(\text{s}) + 1/2\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_5(\text{OH})_4(\text{s})$

Com base nas informações sobre os minerais descritas na tabela, responda às questões:

- A propensão ao intemperismo desses minerais por soluções ácidas é regida pela razão Si:O, sendo que, quanto menor a razão, maior a propensão ao intemperismo. Considerando a razão Si:O dos minerais e a estequiometria das reações, qual dos minerais apresentados teria maior capacidade de neutralizar uma mesma quantidade de chuva ácida?
- A queima de combustíveis fósseis e consequente emissão de CO_2 na atmosfera tem resultado na acidificação dos oceanos, pois o CO_2 atmosférico governa o equilíbrio do carbonato na água do mar, conforme a reação $\text{CO}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightleftharpoons \text{H}^+(\text{aq}) + \text{HCO}_3^-(\text{aq})$. Seria possível remover CO_2 da atmosfera dispersando grandes quantidades de minerais alcalinos no oceano? Explique sua resposta com base nos equilíbrios químicos das reações.
- Esses minerais são considerados rochas ígneas, ou seja, são o resultado do resfriamento e solidificação do magma. A formação de cada mineral ocorre por um processo de separação chamado de cristalização fracionada. Considerando o ponto de fusão de cada mineral, apresente a ordem de cristalização dos minerais com o resfriamento do magma. Justifique a sua resposta.

Resolução

- a) Calculando a proporção de Si : O para os três minerais:



Anortita: 2 mol reagem com 4 mol de H^+

Olivina: 1 mol reage com 4 mol de H^+

Conclusão: A olivina terá maior capacidade de neutralizar a mesma quantidade de chuva ácida.

- b) Seria possível retirar $\text{CO}_2(\text{g})$ da atmosfera, pois os minerais alcalinos citados irão reagir com os íons H^+ diminuindo a sua concentração e, assim, deslocando o equilíbrio abaixo no sentido dos produtos ($\text{H}^+(\text{aq})$ e $\text{HCO}_3^-(\text{aq})$), portanto, retirando o $\text{CO}_2(\text{g})$ da atmosfera.



- c) O magma apresenta altas temperaturas ao resfriar. A anortita (P.F.: 1550°C) será o primeiro mineral a solidificar, depois será a Olivina (P.F.: 1200°C) e, por último, irá solidificar a Albita (P.F.: 1100°C).

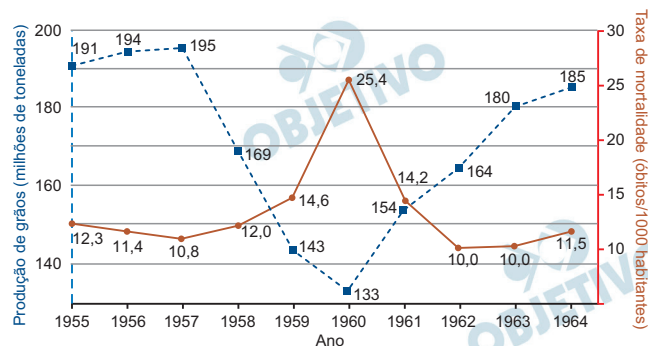
Conclusão: 1.º a solidificar: Anortita (maior P.F.);
2.º a solidificar: Olivina (P.F. intermediário); 3.º a solidificar: Albita (menor P.F.)

Ordem de cristalização: anortita, olivina, albita.

B.01

Na China, até 1958, grandes populações de pardais se alimentavam de grãos, em especial arroz e trigo. Naquele ano, o governo chinês instituiu uma lei estimulando cidadãos a dizimar as populações dessas aves, objetivando controlar o que era chamado de “peste” dos pardais. Estima-se que quase 2 bilhões de pardais foram mortos nesse período. A consequência do desaparecimento dos pardais, ainda em 1958, foi uma explosão populacional de gafanhotos, que infestaram as mesmas plantações e alteraram os níveis de produção de grãos. Essa alteração da produção afetou a população humana da China. Em 1960, o governo chinês reverteu a lei para evitar mais mortes de pardais, e o país chegou a importar 250 mil pardais da União Soviética para recolonizar seus campos. A partir de então, as populações de gafanhotos declinaram, impactando novamente os sistemas produtivos, o que, por sua vez, afetou também a população humana chinesa.

O gráfico a seguir complementa os dados do texto para o período de 1955 a 1964. A linha pontilhada representa uma estimativa da produção de grãos (em milhões de toneladas), e a linha contínua representa a taxa de mortalidade da população humana (em óbitos por mil habitantes).



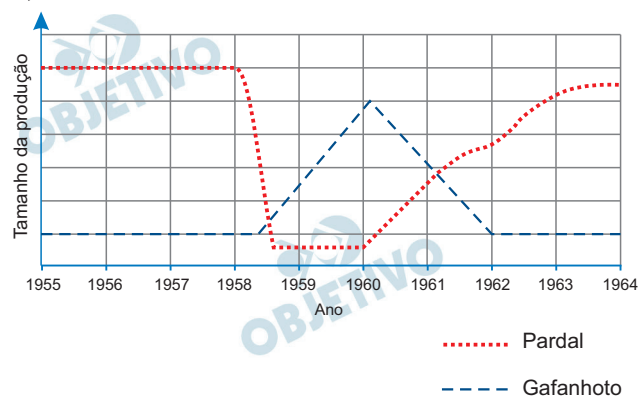
A partir desses dados, responda:

- Explique a relação entre a taxa de mortalidade da população humana chinesa e a produção de grãos mostrada no gráfico.
- No gráfico da folha de respostas, represente as curvas que refletem os dados descritos para o tamanho das populações de pardais e de gafanhotos.
- Represente graficamente a teia trófica com os organismos envolvidos no processo descrito.

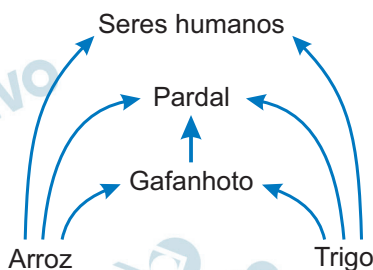
Resolução

- a) O declínio da produção de grãos resulta em menor oferta de alimento, acarretando o aumento da mortalidade da população.

b)

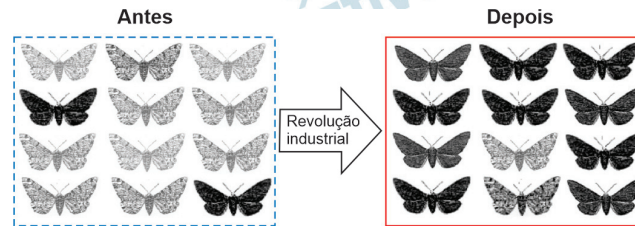


- c) Segue-se a teia trófica com os organismos envolvidos no processo descrito:



B.02

Os indivíduos da mariposa *Biston betularia* apresentam variação de coloração que vai desde tons mais claros até mais escuros. Populações dessa mariposa na Grã-Bretanha apresentavam uma maior frequência de fenótipos mais claros antes da Revolução Industrial (RI). Com o avanço da RI, a liberação maciça de fuligem pelas máquinas tornou mais escuras as superfícies onde as mariposas pousavam, como as árvores e estruturas urbanas. Com isso, o número de indivíduos de fenótipos mais claros diminuiu. O esquema a seguir sintetiza esse fenômeno.

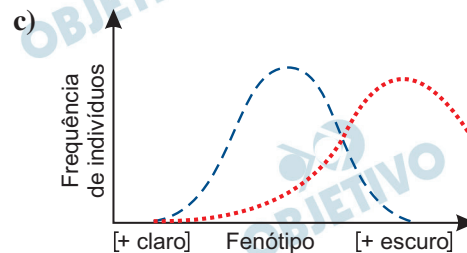


Com base no texto e no esquema, e considerando que o tamanho da população de mariposas permaneceu inalterado depois da RI, responda:

- Qual é o processo evolutivo envolvido nas mudanças da frequência dos fenótipos ao longo do tempo, passando de uma predominância dos mais claros (antes da RI) para uma predominância dos mais escuros (depois da RI)?
- Cite o fator biótico que explica a diminuição de fenótipos mais claros. Justifique a sua resposta.
- No gráfico da folha de respostas, a abcissa indica o fenótipo (de mais claro a mais escuro), e a ordenada indica a frequência de indivíduos. A linha tracejada é a síntese do padrão de distribuição dos fenótipos pré-RI. No mesmo gráfico, represente a curva de distribuição dos fenótipos pós-RI.

Resolução

- Seleção natural direcional, pois privilegia um dos extremos do fenótipo.**
- Predação porque as mariposas mais claras ficaram vulneráveis após a RI, tendo sua população diminuída pela captura das lepidópteras por predadores.**



B.03

A tabela a seguir mostra o resultado de algumas variáveis de um exame de sangue realizado por uma pessoa adulta. Os dados dos exames são relacionados à série vermelha, à série branca e a alguns patógenos.

	Elementos averiguados	Resultado	Intervalo de referência para o estado "normal"
Série vermelha	Eritrócitos	$4,58 \times 10^6$ / μ L	4,50 a $5,50 \times 10^6$ / μ L
	Hemoglobina	15,3 g/dL	13,0 a 17,0 g/dL
	Hematócrito	46,5 %	40,0 a 50,0 %
Série branca	Leucócitos	14.180 / μ L	4.000 a 10.000 / μ L
	Neutrófilos	13.457 / μ L	1.800 a 7.800 / μ L
	Eosinófilos	0 / μ L	20 a 500 / μ L
	Basófilos	0 / μ L	20 a 100 / μ L
	Linfócitos	553 / μ L	1.000 a 3.000 / μ L
	Monócitos	170 / μ L	200 a 1.000 / μ L
Patógeno (todos para anticorpos IgM)	Citomegalovírus	0,2	Não reagente: <0,7 Reagente: $\geq 1,0$
	Vírus da COVID-19	0,4 UA/mL	Não reagente: <0,9 UA/mL Reagente: $\geq 1,1$ UA/mL
	Vírus da dengue	<0,1	Não reagente: <0,8 Reagente: $\geq 1,1$
	Toxoplasma	35,7	Não reagente: <0,5 Reagente: $\geq 0,6$
	Herpes simplex 1/2	0,4	Não reagente: <0,9 Reagente: $\geq 1,1$

Com base nesses dados, responda:

- Que evidências permitem dizer que essa pessoa não tem um quadro de anemia?
- Cite todos os elementos que permitem afirmar que essa pessoa tem um quadro infeccioso e inflamatório.
- Qual patógeno gerou esse quadro infeccioso? Cite um sintoma relacionado a essa doença.

Resolução

- A série vermelha, ou seja, o número de eritrócitos, a quantidade de hemoglobina e o hematócrito estão nos padrões da normalidade, sugerindo que essa pessoa não é anêmica.
- Há um quadro infeccioso e inflamatório evidenciado pela série branca, com a presença do patógeno toxoplasma. Ocorre uma leucocitose acentuada (14.180 leucócitos por μ L de sangue), quando o padrão normal máximo seria de 10.000 por μ L de sangue.
O leucócito em grande número é o neutrófilo. Há uma acentuada queda no número dos demais leucócitos.
- Esse quadro infeccioso foi gerado pelo *Toxoplasma gondii*, protista que pode ocorrer, por exemplo, nas fezes de gatos infectados, na forma de cistos.
Mialgias (dores nos músculos), hipertermia (febre), cefaleia (dor de cabeça) e inchaço de gânglios são sintomas da toxoplasmose.

B.04

Barata tem cheiro?

Esses insetos são controversos até quanto ao odor que liberam. Há pessoas que garantem sentir cheiro de barata. Essa habilidade é conferida pela presença de uma proteína codificada pelo gene *TAAR5*, que se expressa no epitélio olfativo, e que é ativada pela trimetilamina, uma substância que é liberada por baratas para comunicação entre indivíduos.

O gene *TAAR5* localiza-se no cromossomo 6 humano. Uma mutação que leva à substituição de um aminoácido serina por uma prolina reduz a capacidade do ser humano de detectar a trimetilamina. Somente pessoas que possuem a mutação em homozigose não sentem cheiro de barata.

Modificado de
<https://www.uol.com.br/vivabem/noticias/redacao/2023/08/03/barata-tem-cheiro.amp.htm/>.

- Cite uma característica morfológica exclusiva e comum a todos os animais da mesma classe das baratas.
- Qual é o padrão de herança da habilidade de sentir o cheiro de barata? Justifique a sua resposta.
- Em que molécula ocorrem as mutações que repercutem em alteração na estrutura de proteínas? Qual foi o nucleotídeo substituído que gerou a mutação?

Note e adote:

Considere os seguintes códons do RNAm que codificam a Serina: UCU/UCC/UCA/UCG

Considere os seguintes códons do RNAm que codificam a Prolina: CCU/CCC/CCA/CCG

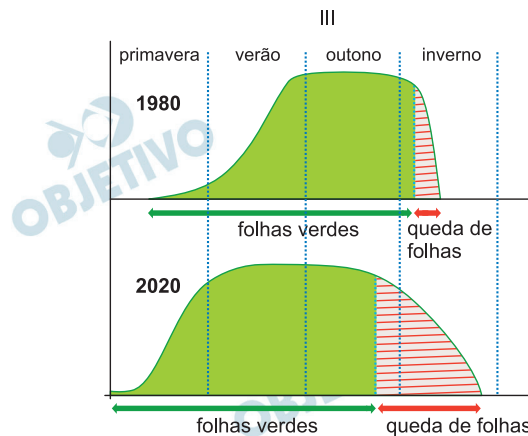
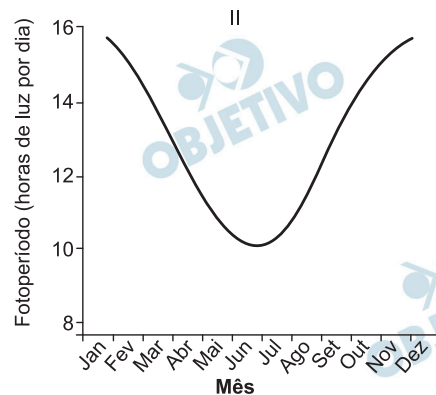
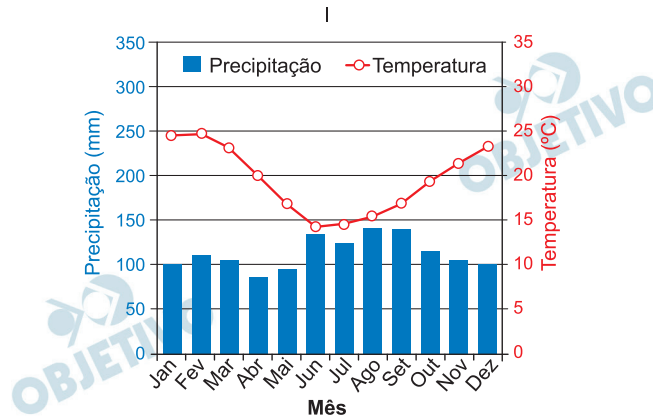
Resolução

- A barata pertence à classe dos insetos (*Hexapoda*). Características morfológicas exclusivas dessa classe podem ser citadas: a existência de 3 pares de patas e corpo dividido em cabeça, tórax e abdômen.
- O padrão de herança da habilidade de sentir o cheiro de barata é dominante, pois a incapacidade é dada por homozigose, ou seja, padrão recessivo; como exemplo, o indivíduo insensível pode ser de genótipo **aa**.
- As mutações ocorrem na molécula de DNA. O nucleotídeo substituído foi a adenina na posição n.º 1 do códon que origina a serina para uma guanina, na mesma posição, para originar o códon da prolina.
Serina: RNAm = UCU DNA = **A**GA
Prolina: RNAm = CCU DNA = **G**GA

B.05

O ciclo de produção e queda de folhas das plantas ao longo do ano, denominado fenologia foliar, é regulado por hormônios, cuja produção é influenciada principalmente pela temperatura e quantidade de horas de luz durante o dia (= fotoperíodo).

Numa floresta cujas condições ambientais estão representadas nas figuras I e II, para o ano de 1980, notou-se que, ao longo das últimas quatro décadas, houve alterações na fenologia foliar das árvores, representada na figura III. Os pesquisadores acreditam que essas alterações fenológicas são devidas às mudanças climáticas globais.



Com base nos três gráficos apresentados, responda:

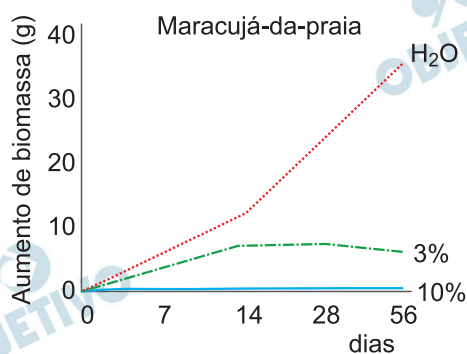
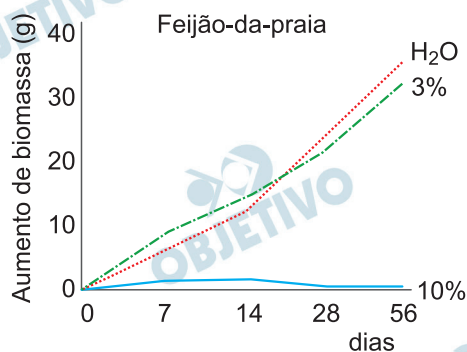
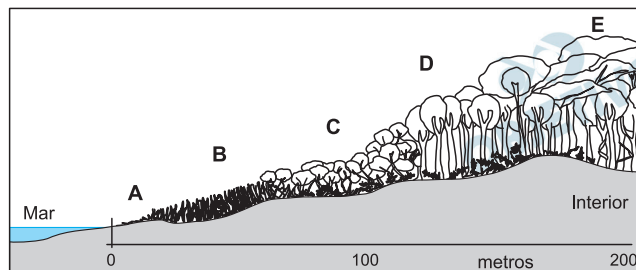
- a) Qual é a zona climática em que ocorre essa floresta?
- b) Cite duas alterações no padrão fenológico foliar que ocorreram entre 1980 e 2020.
- c) Como essas alterações fenológicas poderiam afetar o balanço de carbono na atmosfera? Justifique a sua resposta.

Resolução

- a) A floresta ocorre em clima subtropical em zona temperada, caracterizada por temperaturas amenas, amplitude térmica anual que varia de moderada a acentuada e chuvas bem distribuídas durante o ano.
- b) Observamos que em 2020 ocorreu aumento na produção de folhas na primavera, permanecendo alta durante o verão. Percebe-se também que a senescência foliar foi antecipada e aumentada no inverno.
- c) Com o aumento na produção foliar na primavera/verão, as taxas fotossintéticas fazem aumentar a captura de CO_2 pelas plantas, reduzindo a taxa de carbono atmosférico.

B.06

Ambientes de restinga apresentam diversas zonas de vegetação no trecho entre a linha da maré mais alta e o interior do continente, criando uma zonação, como esquematizado no perfil de vegetação da figura ao lado. As plantas dessas zonas (A, B, C, D, E) apresentam adaptações ao gradiente de condições ambientais em que se encontram. Os gráficos a seguir mostram o aumento de biomassa durante um experimento realizado com duas espécies de plantas: o feijão-dapraia, que se encontra na zona A, e o maracujá-da-praia, que ocorre na zona C. Indivíduos dessas duas plantas foram regados com água destilada (H_2O) e solução salina nas concentrações de 3% e 10%.

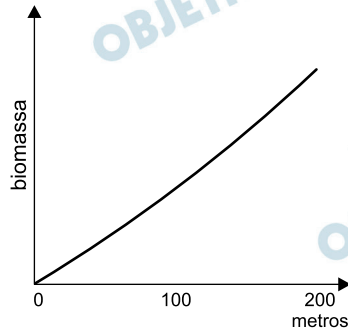


- Cite uma possível adaptação de uma planta da zona A para sobreviver no solo móvel da duna.
- Compare a tolerância de cada uma das plantas à salinidade. Justifique a sua resposta com base nos gráficos.
- Complete o gráfico da folha de respostas demonstrando o padrão da curva de biomassa vegetal total ao longo da zonação representada no perfil de vegetação.

Resolução

- a) Plantas que vivem nas dunas possuem adaptações como raízes profundas, glândulas para eliminar sal, folhas suculentas e pilosas, caules flexíveis e rasteiros.
- b) As plantas da zona A possuem maior tolerância à salinidade, pois estão mais próximas do mar e têm maior aumento de biomassa quando submetidas à irrigação com solução salina a 3%, conforme o gráfico.

c)



G.01

“O Censo Demográfico do ano de 2022, do IBGE, revela que há 1.327.802 (0,65% da população total do país) de indivíduos que pertencem a uma comunidade tradicional em todo o país. A maior parte dessa população, 68,2% (905 mil pessoas), vive nos estados do Nordeste brasileiro. Ao todo, os territórios desse grupo estão em 1.696 municípios. O estado da Bahia é a Unidade da Federação com maior quantidade de pessoas, com 29,90% da população, em seguida, vem o Maranhão, com 20,26% dessa população. É a primeira vez ao longo dos levantamentos censitários que este dado é incluído.”

Disponível em <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/>.

Adaptado.

- a) Indique a qual comunidade tradicional o texto faz referência.
- b) Aponte dois fatores que contribuem para a presença de 68,2% desse grupo na região Nordeste do Brasil.
- c) Indique e explique um fator que contribui para a redução das áreas ocupadas por essas comunidades no Brasil atual.

Resolução

- a) **Trata-se da comunidade quilombola.**
- b) **Como fatores, podem-se citar I) existência de grande quantidade de africanos que para a região afluíram como escravos durante o período colonial e boa parte do imperial e menor número de população branca ou indígena; II) desenvolvimento inicial da economia colonial baseada no *plantation tropical* – com uso de mão de obra em larga escala – com o cultivo de cana-de-açúcar e algodão; III) permanência dessa população afrodescendente nessa região, mesmo após o fim da atividade escravista; e IV) atitude de resistência dos grupos quilombolas, numa tentativa de preservar a identidade cultural desse grupo de afrodescendentes criada ao longo do processo histórico brasileiro.**
- c) **Até 1988, quando foi promulgada a nova Constituição, que reconhece aos quilombolas o direito de reivindicar a posse comunitária da terra, as comunidades não estavam suficientemente estruturadas para fazê-lo. Isso permitiu que inúmeros grupos econômicos (grandes proprietários, grileiros, entre outros) encampassem – legalmente ou não – grandes porções de terra que pertenciam às comunidades quilombolas. Também, em função de seu agro- pastoreio itinerante, muitas das áreas pertencentes às comunidades quilombolas não são produtivamente ocupadas, o que dá margem aos mesmos grupos econômicos para se apropriarem dessas áreas.**

G.02

Em agosto de 2023, ocorreu a Cúpula de Johannesburgo, na África do Sul. Entre os principais assuntos, destacou-se o debate sobre a ampliação dos países integrantes dos BRICS. O quadro a seguir traz informações importantes sobre alguns dos países interessados em ingressar no grupo:

Principais candidatos

País	População	PIB (em US\$)
Arábia Saudita	35,9 milhões	833 bilhões
Argentina	45,8 milhões	487 bilhões
Egito	109,3 milhões	404 bilhões
Emirados Árabes Unidos	9,3 milhões	415 bilhões
Irã	87,9 milhões	359 bilhões

Fonte: Banco Mundial / Infográfico Estadão, 2023.

A partir dos dados e de seus conhecimentos sobre o tema, responda:

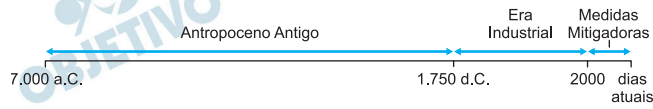
- Conceitue BRICS.
- Considerando os dados apresentados, indique duas vantagens econômicas, aos atuais países membros, decorrentes da ampliação dos BRICS.
- Cite e explique uma mudança geopolítica que a ampliação dos BRICS poderia trazer para a atual ordem mundial.

Resolução

- BRIC, acrônimo formado pelas iniciais – em inglês – de Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul, é um grupo formado por países que se destacam por serem potências econômicas emergentes – de expressivo crescimento econômico à época da constituição do grupo – com grande população absoluta, mercado consumidor em expansão, abundantes recursos naturais e grande projeção no contexto geográfico espacial onde estão inseridos.**
- A ampliação deste grupo, com a incorporação de novos membros [1] aumentará sua importância econômica e política; [2] intensificará trocas comerciais entre seus membros, viabilizadas por maior facilidade para o estabelecimento de acordos bilaterais.**
- No contexto da nova ordem internacional, a ampliação dos BRICS [1] promoverá uma integração maior entre países do Sul global, no cenário político e econômico mundial; [2] representará o fortalecimento do poder político de países que se opõem à tentativa de hegemonia dos Estados Unidos e da União Europeia, conferindo maior importância à Bacia do Pacífico-Índico em detrimento do eixo de poder Norte-Atlântico.**

G.03

A figura a seguir apresenta a síntese da evolução do tempo em que as atividades humanas começaram a ter impacto significativo nos sistemas do planeta Terra (tempo conhecido por Antropoceno). As fases desse tempo são destacadas na escala apresentada.



GOUDIE, A. S.; VILES, H. A. *Geomorphology in the Anthropocene*. Nova York: Cambridge University Press, 2016. Adaptado.

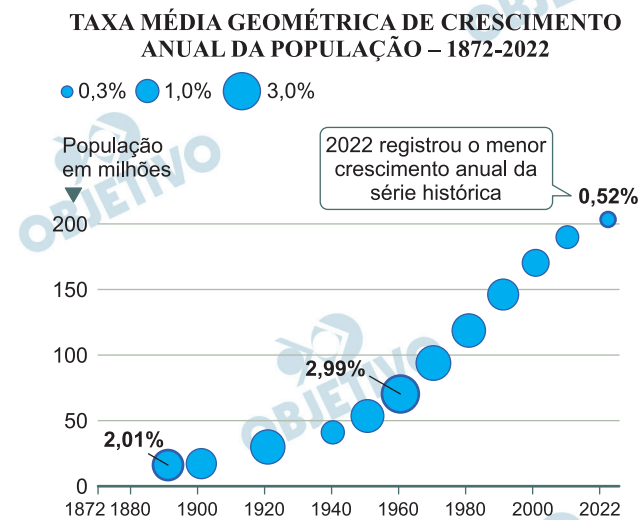
- A qual período geológico se refere o Antropoceno?
- Cite duas causas para a aceleração do impacto humano sobre os sistemas do planeta Terra a partir da Era Industrial.
- A escala de tempo culmina na fase de Medidas Mitigadoras. Cite e explique uma medida para minimizar o impacto da ação humana sobre os sistemas do planeta Terra.

Resolução

- Refere-se ao período Quaternário.
- Entre as causas podemos citar a exploração e o consumo dos recursos naturais em velocidade cada vez mais intensa, a difusão e o uso em larga escala de combustíveis fósseis, o forte crescimento populacional acompanhado de um franco processo de urbanização e a expansão da atividade agropecuária.
- Os impactos podem ser minimizados com a implementação de medidas sustentáveis como a busca por novas fontes energéticas, limpas e renováveis, reduzindo a emissão de CO₂.

G.04

Observe o gráfico a seguir:



Fonte: O Estado de São Paulo, 2022. Adaptado.

A partir dos seus conhecimentos sobre o tema:

- Conceitue taxa média geométrica de crescimento anual da população.
- Indique duas causas para aumento da taxa média geométrica de crescimento anual da população entre os anos de 1872 e 1960.
- Cite e explique uma consequência da queda da taxa média geométrica de crescimento anual da população brasileira na atualidade.

Resolução

- A taxa média geométrica de crescimento anual da população corresponde à razão de expansão demográfica no período de um ano, considerando-se o *crescimento vegetativo*, resultado da diferença entre as taxas de natalidade e de mortalidade, e o saldo migratório, diferença entre a taxa de emigração – saída de indivíduos – e a de imigração, chegada de indivíduos.
- No período de 1872 e 1960, as causas do aumento da taxa média geométrica de crescimento anual da população foram: o *aumento da migração de europeus, principalmente, atraídos pela expansão da cafeicultura e pela industrialização*; o *aumento do crescimento vegetativo, decorrência da urbanização e da universalização dos serviços de saúde, principalmente*.
- A queda na taxa média geométrica de crescimento anual da população foi determinante para o *amadurecimento da população* – favorecido pelo “bônus demográfico”, que exigirá uma política pública de ampliação de empregos. A continuidade desse processo levará – em poucos anos – ao *envelhecimento da população* e por extensão à necessidade de reforma no sistema previdenciário.

G.05

“A República de Nauru é um país insular do hemisfério sul, localizado na Oceania, que compreende uma área de 21 quilômetros quadrados, o que faz dele o menor país insular do mundo. A história da importância econômica começou há alguns milhões de anos pelo fato de estar localizada longe de grandes massas continentais, o lugar se tornou um paraíso para as aves marinhas, que não possuíam nenhum predador nativo. Ao nidificarem na região por milhões de anos, depositaram toneladas de excremento (chamado guano) no solo da região. Após a sedimentação desse material, rochas ricas em fósforo se tornaram o principal afloramento no local, sendo o ponto chave da história futura do país. Em 1907, com a descoberta de fosfato, amplamente utilizado na agricultura e na produção de explosivos, Nauru se tornou o 2º país do mundo em renda per capita. No entanto, as reservas se exauriram, as florestas foram dizimadas e o ecossistema costeiro foi totalmente degradado, levando Nauru a ocupar a 76ª posição no ranking atual de PIB per capita.”

Disponível em <http://www.nauru.gov.nr/>.

Com base na descrição dos fatos do texto, responda:

- a) Qual o nome do processo descrito?
- b) Cite um recurso natural no território brasileiro que sofreu processo análogo ao descrito no texto. Justifique a sua resposta.
- c) Cite e explique uma medida que poderia ter sido adotada para mitigar o declínio da economia nauruana.

Resolução

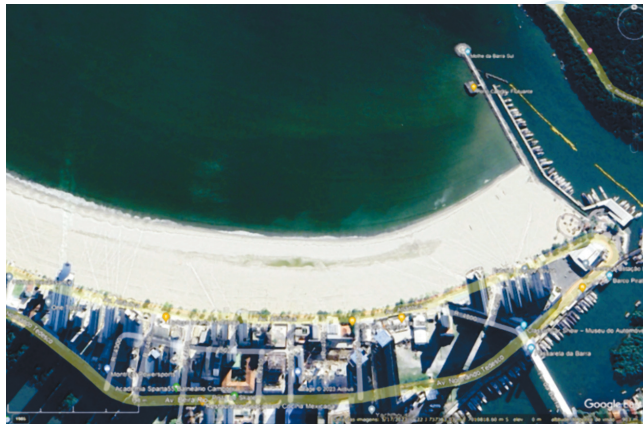
- a) **O processo é a exploração predatória de recursos naturais, degradação ambiental e ecocídio.**
- b) **Um processo semelhante ocorrido no Brasil é a exploração de manganês na Serra do Navio, no Amapá, pela ICOMI (Indústria e Comércio de Minérios), com o objetivo de exportação para os EUA. Tal atividade, em pouco mais de quatro décadas, levou a esgotamento da reserva, amplo desmatamento e alterações na morfologia do terreno.**
- c) **Para a mitigação dos efeitos do esgotamento da exploração de fosfato, o governo de Nauru poderia ter investido na exploração sustentável da reserva, além de incentivar atividades econômicas como, por exemplo, o turismo.**

G.06

Observe as imagens do litoral do município de Balneário Camboriú-SC e leia o texto a seguir.



Abril de 2021.



Maio de 2023.

Em 2021, foi realizada uma obra na principal faixa costeira de Balneário Camboriú-SC, a Praia Central, com o objetivo de triplicar o espaço disponível a partir de tubos que dragaram a areia do fundo do mar para a costa. Com base nas imagens, no texto e em seus conhecimentos, responda:

- Identifique o compartimento geomorfológico onde a intervenção foi realizada.
- Cite duas consequências da intervenção que sejam favoráveis à economia.
- Indique e explique uma consequência da intervenção que seja desfavorável ao meio ambiente.

Resolução

- O compartimento geomorfológico corresponde à planície costeira ou litorânea.
- São consequências da intervenção realizada no litoral do município de Balneário Camboriú o crescimento da atividade turística e a expansão do mercado imobiliário.
- A obra de alargamento da praia provoca alterações na geomorfologia costeira, com a alteração da dinâmica de sedimentação e impactos no ecossistema marinho.

H.01

“O castelo que se tornou personagem mítica da sociedade medieval e da civilização europeia foi o castelo medieval. [...] Desde a Idade Média, ele às vezes era confundido com o palácio, mas é preciso distingui-lo com cuidado na história da realidade e do mito. O palácio apresenta duas características específicas que o diferenciam do castelo medieval. Primeiro, trata-se essencialmente de uma residência real, ou pelo menos principesca, ao passo que o castelo medieval pertence a um simples senhor, embora os reis possam ter construído castelos medievais enquanto senhores. Além disso, das duas funções essenciais do castelo, a militar e a residencial, é esta última que o palácio privilegia, ao passo que o castelo medieval privilegia a primeira.”

LE GOFF, Jacques. *Heróis e maravilhas da Idade Média*. Petrópolis: Vozes, 2009, p. 89-90.



Ilustração de Pierre de Baud, representando a edificação de Derval, em 1373. In: CASSAGNES-BROUQUET, Sophie. *La France au Moyen Âge*. Rennes: Ouest France, 2014, p. 13.

- Cite uma função, mencionada no excerto, do palácio medieval.
- Indique dois elementos da imagem que permitam caracterizar a edificação como castelo.
- Como a ênfase militar dos castelos senhoriais se relaciona com a estrutura política dos reinos medievais?

Resolução

- a) De acordo com o excerto, a principal função dos castelos era o uso como residência aristocrática (senhorial ou principesca).
- b) Os castelos eram construídos em locais estratégicos para a defesa. Na imagem é possível observar a presença do fosso circundante obrigando os atacantes a passar por estreitas pontes; grossas e altas muralhas encimadas por ameias; e torres de vigia e de ataque.
- c) Durante a Alta Idade Média predominou na Europa Ocidental a descentralização política e militar fortalecendo as relações locais e pessoais diretas entre senhores, fundamentadas na lealdade e na fidelidade recíproca (*comitatus*). Na sociedade medieval, a aristocracia exercia o poder militar, ora para manter a segurança dentro do feudo, ora para enfrentar invasores ou inimigos.

H.02

Ao estudar a transição do Império para a República, o historiador José Murilo de Carvalho assinalou uma série de tensões entre as bases sociais e as estruturas políticas do novo regime:

“Em frase que se tornou famosa, Aristides Lobo, o propagandista da República, manifestou seu desapontamento com a maneira pela qual foi proclamado o novo regime. Segundo ele, o povo, que pelo ideário republicano deveria ser protagonista dos acontecimentos, assistira a tudo bestializado, sem compreender o que se passava, julgando ver talvez uma parada militar”.

José Murilo de Carvalho. *Os bestializados*. São Paulo: Companhia das Letras, 1987, p. 9.

- a) O que significa a expressão “bestializado”, empregada no excerto?
- b) Por que razão o excerto utiliza a imagem da “parada militar” para se referir à proclamação da República?
- c) Cite e caracterize um evento rural ou urbano que tenha exposto o cenário de tensão social das duas primeiras décadas do regime republicano.

Resolução

- a) **O termo remete a duas possibilidades de interpretação cabíveis. A primeira significa observar inerte como um animal que não tem a compreensão daquilo que vê. A segunda indica a admiração/surpresa diante de um fato que não se julgava ser possível.**

Obs.: nos dois casos, o vocábulo alude a uma situação de exclusão política da população, entendida como plateia.

- b) **A proclamação da República foi iniciada a partir de um levante militar contra o gabinete do Visconde de Ouro Preto. Tropas deslocaram-se pelas ruas da capital ocupando diferentes pontos da administração imperial. A notícia da mudança do regime só chegou ao grande público dias depois.**
- c) **Eventos rurais: A guerra contra o arraial de Canudos (1893-97), no Sertão da Bahia, foi considerada uma ameaça ao novo governo sob a falsa acusação de pretenderem a restauração monárquica.**

A Revolta Federalista (1893-95), no Sul do País (Rio Grande do Sul e Santa Catarina), opôs estancieiros, monarquistas que eram os antigos governantes da província, contrários à nova estruturação político-administrativa do estado.

Eventos urbanos: A agitação, na capital do País, provocada pela instabilidade econômica e finan-

ceira causada pela crise do Encilhamento (1890), gerada ainda na vigência do Governo Provisório. As Revoltas da Armada (a primeira contra Deodoro da Fonseca em 1891 e a segunda contra Floriano Peixoto em 1894) ameaçando a sede do poder da República.

Revolta da Vacina (1904), no Rio de Janeiro, como uma reação contra o saneamento financeiro, a reurbanização do centro da cidade e a obrigatoriedade da vacinação antivariólica.

O desprezo do poder público pelas demandas sociais, a ação oportunista da oposição para desestabilizar o regime e as constantes crises econômicas foram importantes fatores de instabilidade nos anos iniciais da República.

H.03

“Será verdade que só em seu maior infortúnio vemos outros seres humanos como nós mesmos? Será o infortúnio aquilo que os homens possuem em comum? No caso de Hiroshima, trata-se da catástrofe mais concentrada que já se abateu sobre os homens. Numa passagem de seu diário, o médico japonês dr. Hachiya pensa em Pompeia. Mas nem mesmo esta oferece termo de comparação. Sobre Hiroshima se abateu uma catástrofe que foi planejada e executada com a maior precisão por seres humanos. A ‘natureza’ está fora do jogo.”

Elias Canetti. “O diário do Dr. Hachiya, de Hiroshima”.

A consciência das palavras. São Paulo: Companhia das Letras, 1990, p. 220-221. Adaptado.

- a) Qual a diferença entre a catástrofe de Pompeia e a de Hiroshima?
- b) Cite dois motivos que justifiquem a afirmação final sobre Hiroshima.
- c) Associe a catástrofe de Hiroshima à Guerra Fria.

Resolução

- a) **O evento ocorrido na cidade romana de Pompeia foi natural, causada pela erupção vulcânica do Vesúvio no ano de 79. Já no caso de Hiroshima, foi uma ação militar e política planejada, ligada à construção e ao uso da bomba atômica (6 de agosto de 1945), inaugurando a “era atômica”, nos momentos finais da Segunda Guerra Mundial.**
- b) **A discussão gira em torno de uma catástrofe provocada por uma ação que não é natural. A bomba atômica (ou termonuclear), afinal, foi uma criação humana, a partir do Projeto Manhattan, quando os Estados Unidos procuraram criar um artefato capaz de gerar destruição (material e humana) em proporções até então nunca vistas. A escolha de Hiroshima foi inusitada por não ser um alvo militar estratégico e provocou a morte de milhares de civis. O primeiro uso da bomba em guerra acelerou o fim do conflito e serviu, também, para demonstrar o poderio estadunidense diante das pretensões geopolíticas da União Soviética.**
- c) **A demonstração da magnitude de destruição no episódio de Hiroshima, e na sequência em Nagasaki (9 de agosto de 1945), ordenadas pelo governo norte-americano, levou a uma reação soviética em busca de um melhor equilíbrio de forças. Com esses episódios surgiu uma nova e mais agressiva corrida armamentista entre as superpotências nucleares, chegando à possibilidade da**

“destruição mútua assegurada” em escala planetária, o que paradoxalmente impediu a escalada das ações militares diretas entre os Estados Unidos e a União Soviética.

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

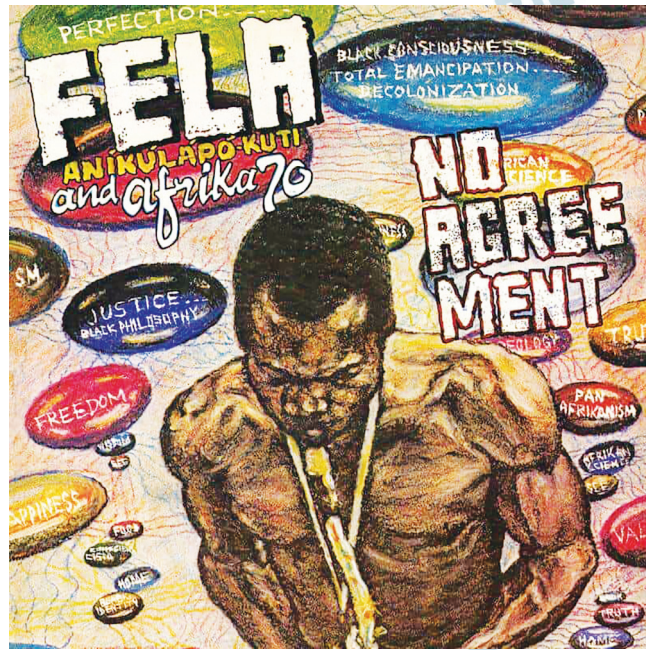
 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**



Disponível em <https://felakuti.com/us/>.

A imagem reproduz a capa do álbum *No agreement* (Sem acordo) do saxofonista e compositor nigeriano Fela Kuti, lançado em 1977. Suas canções trazem forte mensagem de repúdio ao passado colonial e à condição pós-colonial.

A partir das mensagens da capa do álbum, responda:

- O que foi o Pan-africanismo?
- Como se relacionam as noções de *black consciousness* e *total emancipation*?
- Qual o significado da afirmação *No agreement* no cenário das sociedades africanas após as emancipações políticas?

Resolução

- Movimento político nascido a partir do ideal de construção de unidade e solidariedade que envolve povos de origem africana em diferentes continentes. Seu objetivo era superar a exploração e a miséria resultantes da divisão imposta pelo colonizador.**
- A superação total de quaisquer sequelas individuais e coletivas (“total emancipation”) se daria a partir do reconhecimento e da valorização da identidade negra e africana.**

O desenvolvimento de uma consciência individual e coletiva (“black consciousness”) resulta da compreensão dos processos históricos, envolvendo o neocolonialismo, a escravização e a diáspora atlântica, para recuperar a autoestima destruindo visões pejorativas (racistas) e degradantes construídas em séculos.

- c) A expressão indica a não aceitação do legado herdado dos colonialismos que resultaram em miséria e degradação em todos os aspectos. Tal oposição e enfrentamento ocorre a partir do pensamento decolonial calcado na valorização da filosofia e da ciência *black*, estabelecendo uma identidade a partir de referenciais africanos/afrodescendentes com a busca da liberdade e da verdade.

- c) Cite duas razões que contribuíram para o fortalecimento da mobilização política exposta nas imagens.

Resolução

- a) A manifestação pública de descontentamento em grandes protestos envolveu parcelas consideráveis da sociedade estadunidense, contrárias à Guerra do Vietnã e ao envio de soldados para o conflito.
- b) As duas imagens retratam manifestações contrárias à Guerra do Vietnã. A primeira traz estampadas nas costas de um ativista diversas lápides denunciando os milhares de mortos nessa guerra e renunciando a aniquilação da humanidade (“a humanidade precisa pôr um fim à guerra”). A segunda apresenta um contraste entre uma flor (com sua beleza e fragilidade intrínsecas) e a brutalidade e a violência das armas de fogo, remetendo a um dos principais símbolos dos movimentos pacifistas (*flower power*), da década de 1960.
- c) As imagens remetem a uma juventude nascida no pós-Segunda Guerra (“*baby boomers*”), cuja existência levou a uma nova consciência de conformação política e social muito distinta dos valores tradicionais vigentes.
- A existência de uma mídia de massa (rádio, jornais e televisão) transmitindo quase simultaneamente as imagens dos horrores da guerra contribuía para sensibilizar diversos segmentos da sociedade civil.
 - A ampliação das regras para alistamento ameaçava milhares de jovens, principalmente negros, fazendo aumentar as críticas à participação do país no conflito.
 - O auge da corrida armamentista durante a Guerra Fria teve o “fantasma nuclear” ameaçando de destruição o planeta e, consequentemente, a existência do ser humano. A crescente tensão teve um dos seus momentos mais emblemáticos para a sociedade norte-americana na Crise dos Mísseis (1962).

H.06

Indicadores Macroeconômicos Selecionados	1968
Crescimento do PIB brasileiro (%)	9,8
Inflação brasileira (IGP, % a.a.)	25,5
População brasileira (mil habitantes)	88.337
Crescimento do PIB mundial (%)	4,5
Crescimento do PIB na América Latina (%)	6,9

1969	1970	1971	1972	1973
9,5	10,4	11,3	11,9	14,0
19,3	19,3	19,5	15,7	15,5
90.733	93.139	95.551	97.975	100.417
6,0	3,4	3,7	4,7	5,9
7,1	6,9	6,7	6,9	8,4

Tabela elaborada a partir dos dados disponíveis em: GIAMBIAGI, F. et alii. (orgs.). Economia Brasileira Contemporânea. Rio de Janeiro: Campus, 2005, p. 247.

A partir dos indicadores macroeconômicos selecionados, responda:

- Qual indicador da tabela justifica o argumento de que, à época, o Brasil vivia um “milagre econômico”?
- Compare as taxas de crescimento do PIB brasileiro com as taxas de crescimento do PIB nos conjuntos “América Latina” e “mundial”, referidos na tabela, e caracterize o comportamento da inflação no período de 1968 a 1973.
- Por que o chamado milagre econômico não foi acompanhado pelo aumento do poder aquisitivo das camadas sociais mais pobres? Indique dois motivos.

Resolução

- O indicador é o crescimento do PIB brasileiro.
- A partir da análise da tabela, o PIB brasileiro apresenta crescimento constante com taxas superiores em 30%, quando comparado com os da América Latina, e quase o dobro em relação ao crescimento do PIB mundial.
A inflação no período partiu de 25,5% e apresentou uma oscilação de dez pontos percentuais para baixo, sendo cinco pontos nos dois primeiros anos e outros cinco, até chegar a 15,5% em 1973.
- O “Milagre econômico” foi resultado de uma série de políticas econômicas praticadas pelos governos militares, que utilizaram empréstimos estrangeiros para investimentos em infraestrutura, além de permitir a entrada de capitais externos. Os contratos feitos com juros flutuantes, que oscilaram para cima, comprometeram a economia devido à obrigação do pagamento da dívida externa, retirando investimentos de áreas sociais. Apesar do crescimento observado, o PIB não indica a renda pessoal, mas sim a mera soma das riquezas produzidas pelo País.
Embora aumentasse a oferta de empregos, predominava o arrocho salarial, o que agravava a