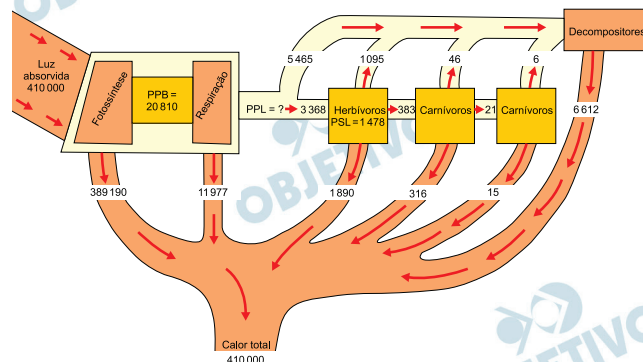


O esquema ilustra um modelo de fluxo de energia que ocorre em um ecossistema simplificado, em que os valores relativos estão na unidade kcal/m²/ano. PPB é a produtividade primária bruta, PPL é a produtividade primária líquida e PSL é a produtividade secundária líquida.



(Sônia Lopes e Sergio Rosso.
Conecte BIO, 2014. Adaptado.)

- Qual é o nível trófico que não foi representado no primeiro "bloco" do esquema? O que ocorre com parte da energia calorífica ao se passar de um nível trófico para outro?
- De acordo com conhecimentos sobre fluxo energético, qual é o valor de PPL? Explique o que representa a PPL para os organismos que iniciam uma cadeia alimentar.

Resolução

- O nível não apresentado é dos produtores, pois o primeiro bloco representa a absorção da energia da luz por esses organismos. Parte da energia calorífica é perdida durante a passagem de um nível a outro.
- O valor da PPL é dado pela seguinte equação:

$$PPL = PPB - \text{RESPIRAÇÃO}$$

Logo:

$$PPL: 20.810 - 11.977 = 8.833 \text{ kcal/m}^2/\text{ano}$$

A PPL representa a energia disponível para os herbívoros.

Enquanto as autoridades de saúde estavam focadas na nova covid-19, os EUA experimentavam a maior disseminação “na história” de outra doença: a dengue. Segundo um relatório da Organização Pan-Americana da Saúde (OPAS), em 2019, 3 139 335 casos da doença foram registrados, causando 1 538 mortes.

(<https://noticias.uol.com.br>. Adaptado.)

- a) Qual é o grupo de micro-organismos de que faz parte o causador da covid-19 e da dengue? Por que esse grupo é considerado parasita intracelular obrigatório?
- b) Há algum tempo era impensada a propagação da dengue no hemisfério norte. Explique, do ponto de vista da transmissão, como pode ter ocorrido a propagação da dengue num país como os EUA.

Resolução

- a) **Covid-19 e dengue são provocadas por vírus. Os vírus não apresentam metabolismo próprio e dependem de uma célula para a sua replicação, daí serem parasitas intracelulares obrigatórios.**
- b) **A dengue é transmitida pela saliva das fêmeas do mosquito *Aedes*. A proliferação desse mosquito ocorre na água limpa e o aumento da temperatura foi um fator decisivo na multiplicação desse mosquito.**

A hemoglobina é uma proteína composta por quatro cadeias de polipeptídeos, sendo cada uma delas formada por uma sequência de aminoácidos. Alterações nessa sequência podem provocar mudanças na forma e na função da hemoglobina. É o caso da doença anemia falciforme, cuja alteração de um aminoácido provoca uma deformidade nas hemácias devido à síntese de uma hemoglobina anormal. Regiões da África, com grande incidência de malária, apresentam alta frequência do alelo que determina a anemia falciforme. O esquema ilustra essa alteração.

Trecho do polipeptídeo normal

Val—His—Leu—Thr—Pro—Glu—Glu—Lys

Trecho do polipeptídeo alterado

Val—His—Leu—Thr—Pro—Val—Glu—Lys

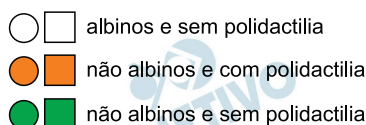
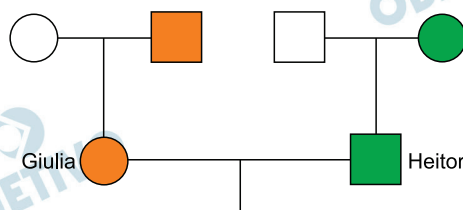
- a) O esquema ilustra a alteração específica no polipeptídeo, sendo possível deduzir as moléculas que são afetadas. Cite o número de códons alterados no RNA mensageiro. Justifique sua resposta.
- b) Explique, do ponto de vista evolutivo, a causa da alta frequência do alelo que determina a anemia falciforme nas regiões africanas com grande incidência de malária.

Resolução

- a) Ocorreu alteração apenas em um códon do RNAm, ocasionando a substituição do ácido glutâmico pela valina. Cada códon codifica um aminoácido.
- b) Sob o ponto de vista evolutivo, a alta frequência do alelo que determina a anemia ocorre porque o anêmico é resistente à malária, pois o *Plasmodium sp*, agente etiológico da malária, não se adapta bem nas hemácias falciformes do doente. Os doentes são selecionados nessas regiões.

O albinismo é um caráter determinado por um alelo autossômico recessivo a e é caracterizado pela incapacidade de formar melanina na pele humana. A polidactilia é um caráter determinado por um alelo autossômico dominante D e é caracterizada pela formação de mais de cinco dedos nas mãos e/ou nos pés. Os pares de alelos que estão relacionados a essas duas características estão localizados em cromossomos não homólogos.

- a) De acordo com os dados, quantos tipos de gametas diferentes um indivíduo duplo-heterozigoto pode formar? Com qual lei de Mendel a atuação dos dois pares de alelos se relaciona?
- b) O heredograma ilustra a genealogia do casal Giulia e Heitor.



Qual o genótipo completo de Giulia? Qual a probabilidade de o casal gerar uma menina não albina e sem polidactilia?

Resolução

- a) O indivíduo $AaDd$ produz quatro tipos de gametas, que são: AD , Ad , aD , ad .
A atuação dos pares de alelos, localizados em cromossomos não homólogos, relaciona-se com a segunda Lei de Mendel, qual seja, lei da distribuição independente dos não alelos.
- b) Giulia não é albina, é Aa ; o gene A veio do pai, e o a veio da mãe. Ela é Dd , pois o gene D veio do pai e o d , da mãe.

Giulia tem genótipo $AaDd$.
Heitor tem genótipo $Aadd$.

$AaDd \times Aadd$

$$P(\text{menina}) = \frac{1}{2}$$

$$P(A_{-}, \text{n\~ao albina}) = \frac{3}{4}$$

$$P(dd, \text{sem polidactilia}) = \frac{1}{2}$$

P (menina e n\~ao albina e n\~ao polid\~actila) =

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$$

O vermelho escarlate que tingiu o céu a cada voo chama atenção do observador mais desavisado. Com sua exuberante plumagem, os guarás (*Eudocimus ruber*) voltaram a Florianópolis. A revoada das aves não era vista havia mais de 200 anos, segundo pesquisadores da Universidade Federal de Santa Catarina. Entre os possíveis motivos da volta dos guarás está a recuperação de mangues na ilha, onde essas aves podem se alimentar. A coloração dos guarás vem do pigmento dos crustáceos (carotenoides) característicos dos ecossistemas como o manguezal, estuários e rios, dos quais se alimenta.

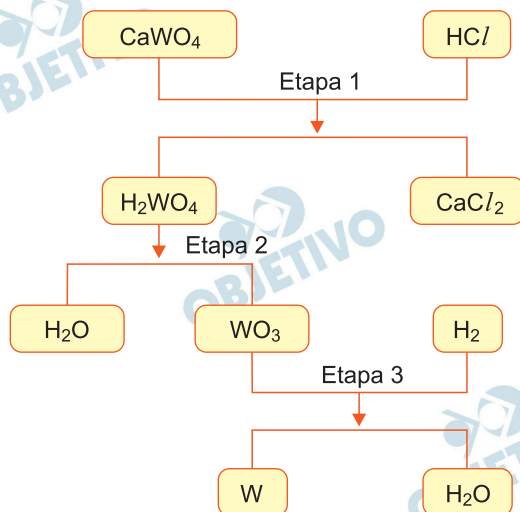
(César Rosati. “Após 200 anos, guarás voltam a colorir céu de Florianópolis”. *Folha de S. Paulo*, 22.11.2019. Adaptado.)

- a) Além do voo, cite duas outras adaptações das penas para as aves.
- b) Suponha que um grupo de guarás deixe de se alimentar de crustáceos e passe a se alimentar de insetos sem carotenoides. Esse grupo terá alteração no fenótipo, no genótipo ou em ambos? Justifique sua resposta.

Resolução

- a) **As penas das aves auxiliam na endotermia, além de proteger a pele desses animais.**
- b) **Deixando de se alimentar de crustáceos e passando a se alimentar de insetos, sem carotenoides, ocorrerá apenas uma alteração fenotípica dos grupos. O fenótipo corresponde a uma interação do genótipo com o meio ambiente.**

Considere o fluxograma do processo mais comum de obtenção do tungstênio a partir do mineral scheelita (CaWO_4).

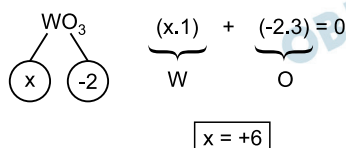


(Metall, n.º 57, dezembro de 2003.)

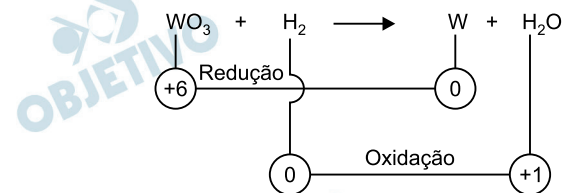
- Determine o número de oxidação do tungstênio no WO_3 . Em qual etapa do processo de obtenção do tungstênio a partir da scheelita ocorre um processo de óxido-redução?
- Escreva a equação balanceada da reação que ocorre na etapa 1. Calcule a massa mínima de scheelita, em quilogramas, necessária para a obtenção de 69 kg de tungstênio metálico, considerando um rendimento de reação de 75%.

Resolução

- a) Cálculo do número de oxidação do tungstênio:



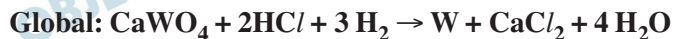
Processo de óxido-redução ocorre na etapa 3.



b) Reação da etapa 1 balanceada:



Encontrando a equação global:



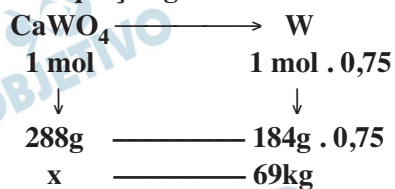
Consultando a tabela periódica, encontram-se as massas molares (M):

$$M_{\text{CaWO}_4} = \underbrace{(1 \cdot 40)}_{\text{Ca}} + \underbrace{(1 \cdot 184)}_{\text{W}} + \underbrace{(4 \cdot 16)}_{\text{O}} \text{ g/mol}$$

$$M_{\text{CaWO}_4} = 288 \text{ g/mol}$$

$$M_{\text{W}} = 184 \text{ g/mol}$$

Da equação global balanceada:



$$x = 144 \text{ kg de CaWO}_4$$

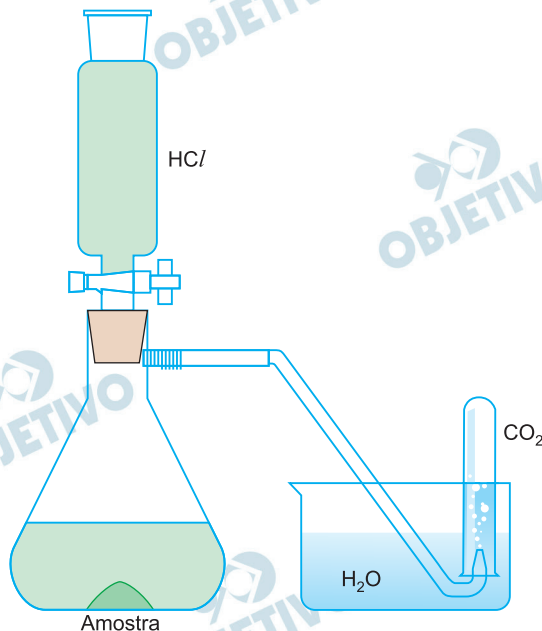
Respostas:

a) Nox = + 6 e etapa 3.

b) Etapa 1: $\text{CaWO}_4 + 2 \text{HCl} \rightarrow \text{H}_2\text{WO}_4 + \text{CaCl}_2$

Massa mínima = 144 kg de scheelita

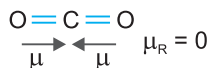
Uma indústria farmacêutica recebeu um lote de carbonato de cálcio impuro utilizado como insumo na confecção de pasta de dente. Uma amostra de 0,25 g desse composto impuro foi colocada no fundo de um frasco, no qual foi adicionada solução de ácido clorídrico até que a amostra fosse totalmente consumida. A reação entre o ácido e a amostra produziu 48 mL de dióxido de carbono, coletado a 1,0 atm e 300 K em um tubo de ensaio. A figura mostra o esquema da aparelhagem utilizada e a equação química que representa a reação ocorrida.



- Qual o tipo de ligação química intermolecular existente na molécula de dióxido de carbono? Determine a geometria da molécula de dióxido de carbono.
- Considerando a constante universal dos gases ideais igual a $0,08 \text{ atm} \cdot \text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, calcule a quantidade de matéria, em mol, de CaCO_3 na amostra inicial. Calcule a massa de impurezas presente na amostra inicial.

Resolução

- A molécula de CO_2 apresenta geometria linear, pois possui 2 nuvens eletrônicas em torno de seu átomo central.



Como a molécula de CO_2 é apolar ($\mu_{\text{R}} = 0$), a força intermolecular é do tipo dipolo induzido-dipolo induzido (forças de dispersão de London).

- I) Cálculo da quantidade, em mol, de CO_2 produzido na reação:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad \begin{cases} P = 1 \text{ atm} \\ V = 48 \text{ mL} = 48 \cdot 10^{-3} \text{ L} \\ n = ? \\ R = 0,08 \text{ atm} \cdot \text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\ T = 300 \text{ K} \end{cases}$$

$$1 \text{ atm} \cdot 48 \cdot 10^{-3} \text{ L} = n \cdot 0,08 \text{ atm} \cdot \text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 300 \text{ K}$$

$$n = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mol de CO}_2$$

II) Cálculo da quantidade, em mol, de CaCO_3 na amostra:



$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ 1 \text{ mol} & \xrightarrow{\text{produz}} & 1 \text{ mol} \\ x & & 2 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \\ x = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mol de CaCO}_3 \end{array}$$

III) Cálculo da massa, em gramas, de CaCO_3 :

$$M(\text{CaCO}_3) = (40 + 12 + 3 \cdot 16) \text{ g/mol} = 100 \text{ g/mol}$$

(a tabela periódica foi fornecida)

$$1 \text{ mol de CaCO}_3 \text{ ————— } 100 \text{ g}$$

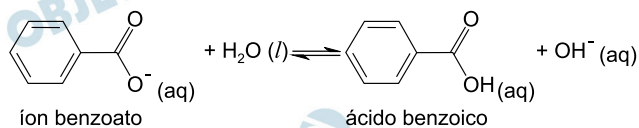
$$2 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \text{ ————— } x$$

$$x = 0,2 \text{ g de CaCO}_3$$

IV) Cálculo da massa de impurezas na amostra:

$$m_{\text{impurezas}} = 0,25 \text{ g} - 0,20 \text{ g} = 0,05 \text{ g}$$

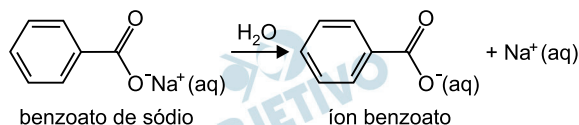
O benzoato de sódio ($\text{C}_6\text{H}_5\text{COONa}$) é um sal orgânico largamente empregado como conservante na indústria alimentícia. Quando dissolvido em água destilada, o íon benzoato sofre hidrólise, produzindo o ácido benzoico conforme a equação a seguir:



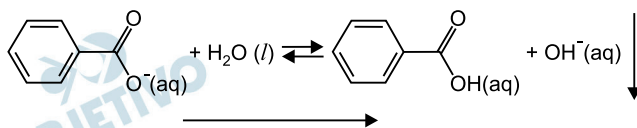
- a) Equacione a reação que representa a dissociação aquosa do benzoato de sódio. Explique o que ocorre com a concentração de ácido benzoico no equilíbrio quando se adicionam gotas de ácido clorídrico à solução aquosa de benzoato de sódio.
- b) Considerando a constante de hidrólise (K_h) do íon benzoato igual a $2,0 \times 10^{-10}$ (a 25°C) e considerando o produto iônico da água (K_w) igual a $1,0 \times 10^{-14}$ (a 25°C), calcule o pH de uma solução aquosa de benzoato de sódio de concentração $0,5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, a 25°C .

Resolução

- a) A equação que representa a dissociação do benzoato de sódio é:



Considerando o equilíbrio fornecido, ao se adicionar ácido clorídrico à solução, os íons H^+ do HCl reagem com os íons OH^- do equilíbrio, produzindo H_2O . De acordo com o Princípio de Le Châtelier, com a diminuição da concentração de íons OH^- , ocorre o deslocamento do equilíbrio para a direita, com isso a concentração de ácido benzoico aumenta.



b)

	$\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^- + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{C}_6\text{H}_5\text{COOH} + \text{OH}^-$			
Início	0,5 mol/L	—	0	0
Reage e forma	x	—	x	x
Equilíbrio	0,5 - x ($\cong$ 0,5 mol/L)	—	x	x

$$K_h = \frac{\left[\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH} \right] \cdot \left[\text{OH}^- \right]}{\left[\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^- \right]} \rightarrow 2 \cdot 10^{-10} = \frac{(x) \cdot (x)}{(0,5)} \rightarrow x = 10^{-5} \text{ mol/L}$$

Logo, a concentração de íons OH^- é 10^{-5} mol/L .

Cálculo do pH:

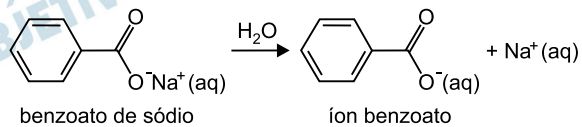
$$K_w = [\text{H}^+] \cdot [\text{OH}^-] \Rightarrow 10^{-14} = [\text{H}^+] \cdot 10^{-5} \text{ mol/L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-9} \text{ mol/L}$$

$$\text{pH} = -\log [\text{H}^+] \Rightarrow \text{pH} = -\log 10^{-9} \Rightarrow \text{pH} = 9,0$$

Respostas:

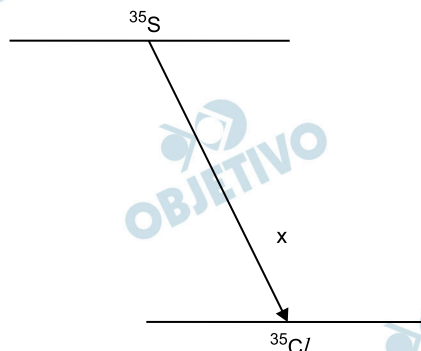
a)



Concentração aumenta.

b) pH = 9,0

O enxofre-35, radioisótopo com meia-vida de 87 dias, é utilizado em diversas áreas, com destaque para medicina nuclear, na terapia de tumores cartilagosos malignos. A figura mostra o decaimento radioativo do enxofre-35 com a emissão de certa partícula x.

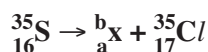


- Dê o nome da partícula x emitida no decaimento representado na figura. Equacione a reação que representa o decaimento radioativo do enxofre-35.
- Qual o nome da semelhança existente entre os átomos do reagente e do produto da reação de decaimento? Determine a atividade inicial de uma amostra do radioisótopo enxofre-35 que apresentou atividade de 10 MBq após 348 dias de sua produção.

Resolução

- Consultando a tabela periódica, encontram-se os números atômicos do enxofre ($_{16}\text{S}$) e do cloro ($_{17}\text{Cl}$).

Reação de emissão da partícula x:



Balanceando as cargas: $16 = a + 17$

$$a = -1$$

Balanceando os números de massa: $35 = b + 35$

$$b = 0$$

A partícula x emitida no decaimento é a beta:

$${}^0_{-1}\beta$$



- b) A semelhança é o número de massa, pois os átomos são isóbaros.

A atividade inicial (A_0) a cada meia-vida (87 dias) cai à metade. Neste caso, ao passarem 348 dias (4 meias-vidas), a atividade cai a $\frac{A_0}{16}$, como a

seguir:

$$A_0 \xrightarrow{87 \text{ dias}} \frac{A_0}{2} \xrightarrow{87 \text{ dias}} \frac{A_0}{4} \xrightarrow{87 \text{ dias}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{A_0}{8} \xrightarrow{87 \text{ dias}} \frac{A_0}{16}$$

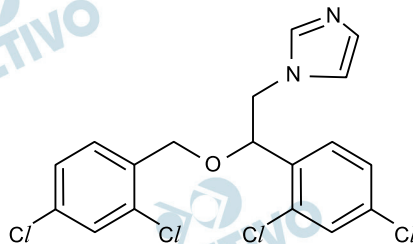
$$\frac{A_0}{16} = 10 \text{ MBq}$$

$$A_0 = 160 \text{ MBq}$$

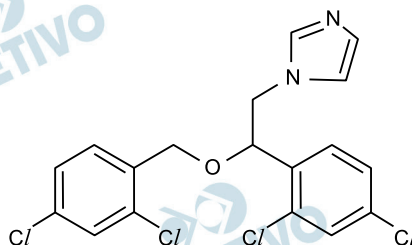
Respostas: a) beta e $^{35}_{16}\text{S} \rightarrow ^0_{-1}\beta + ^{35}_{17}\text{Cl}$

b) número de massa e 160 MBq

O miconazol, cuja estrutura é mostrada a seguir, é um fármaco de uso tópico amplamente utilizado na composição de pomadas para combater frieiras e micoses.

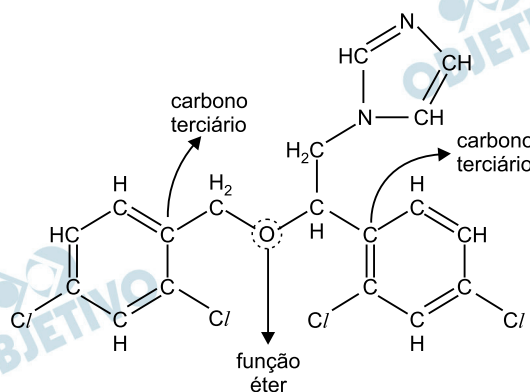


- Dê o nome da função oxigenada presente na molécula de miconazol. Determine o número de carbonos terciários existentes em uma molécula de miconazol.
- Determine o número de pares de elétrons não compartilhados existentes em uma molécula de miconazol. Na figura existente no campo de Resolução e Resposta, assinale o carbono assimétrico existente na molécula de miconazol.

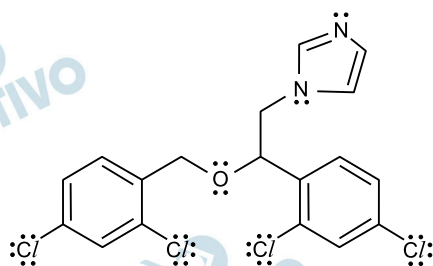


Resolução

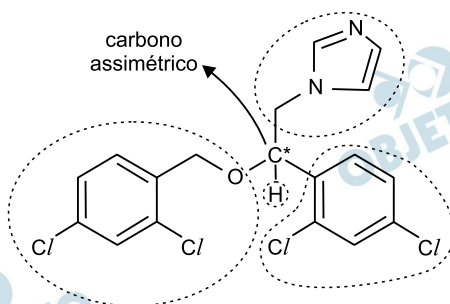
- O miconazol possui a função oxigenada éter e tem 2 átomos de carbono terciários.



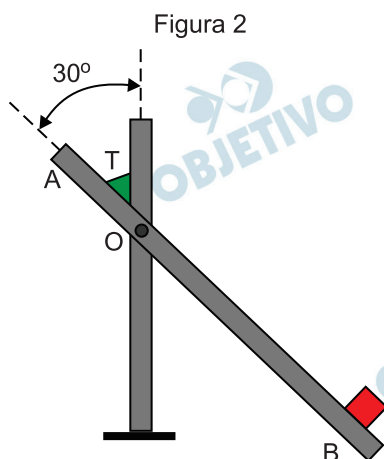
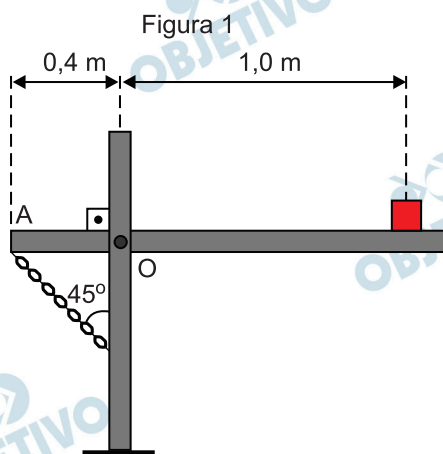
- b) Os átomos de carbono e hidrogênio não possuem pares de elétrons não compartilhados. O número de pares de elétrons não compartilhados existentes em uma molécula de miconazol é 16.



O átomo de carbono assimétrico, que possui 4 ligantes diferentes, é o assinalado abaixo:



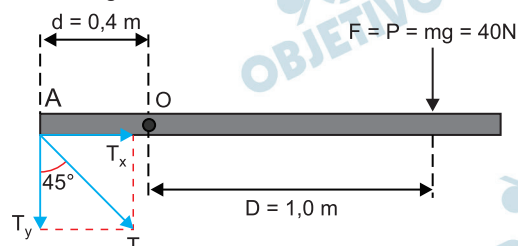
As figuras 1 e 2 mostram uma caixa de massa 4 kg apoiada, em repouso, sobre uma barra AB de massa desprezível ligada, pela articulação O, a uma torre vertical fixa. Na situação da figura 1, a barra é mantida em repouso na horizontal por uma corrente de massa desprezível. Quando a corrente é retirada, deixa-se a barra AB girar lentamente no sentido horário até ser novamente colocada em repouso, presa por uma trava (T), como mostra a figura 2.



Adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando o atrito na articulação O, calcule, em newtons:

- a intensidade da força aplicada pela barra AB sobre a caixa e a intensidade da força de tração aplicada pela corrente sobre a barra AB, na situação da figura 1.
- a intensidade da força aplicada pela barra AB sobre a caixa, na situação da figura 2.

Resolução



a) 1) $T_y = T \cos 45^\circ = T \frac{\sqrt{2}}{2}$

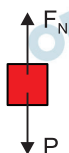
2) A soma dos torques em relação ao ponto O, deve ser nula:

$$T_y \cdot d = P \cdot D$$

$$T \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 0,4 = 40 \cdot 1,0$$

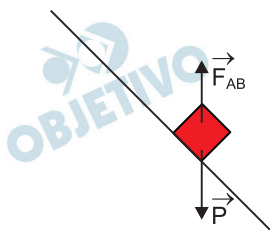
$$T = \frac{200}{\sqrt{2}} \text{ N} = \frac{200 \sqrt{2}}{2} \text{ N} \Rightarrow T = 100 \sqrt{2} \text{ N}$$

3) Na caixa:



Para o equilíbrio: $F_N = P = mg = 40\text{N}$

b) Para a caixa em repouso, temos:



$$\vec{F}_{AB} + \vec{P} = \vec{0}$$

$$|\vec{F}_{AB}| = |\vec{P}| = mg = 40\text{N}$$

Respostas: a) $F_{AB} = 40\text{N}$; $T = 100 \sqrt{2} \text{ N}$

b) $F_{AB} = 40\text{N}$

Em um dia em que a temperatura ambiente estava elevada no litoral, uma pessoa retirou 3 litros de água a 40°C de um reservatório por meio de uma torneira com vazão constante de $4,5 \text{ L/min}$ e, para resfriar essa água, acrescentou a ela vários cubos de gelo iguais, cada um com massa de 50 g e temperatura de -12°C , retirados de um freezer.

- a) Expresse a vazão da torneira em unidades do Sistema Internacional de Unidades (m^3/s) e calcule o intervalo de tempo, em segundos, em que a pessoa retirou os 3 litros de água do reservatório, utilizando essa torneira.
- b) Sabe-se que o calor específico do gelo é $0,5 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C})$, que o calor específico da água líquida é $1 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C})$, que o calor latente de fusão do gelo é 80 cal/g , que a densidade da água é $1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3$, que a capacidade térmica do recipiente no qual a água foi colocada é desprezível e que não ocorreu perda de calor para o ambiente. Calcule quantos cubos de gelo foram acrescentados aos três litros de água para que, depois de atingido o equilíbrio térmico, a pessoa tivesse apenas água no estado líquido, a 22°C .

Resolução

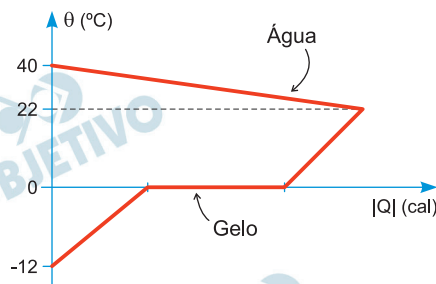
a) (I) $Z = 4,5 \frac{\text{L}}{\text{min}} = 4,5 \frac{10^{-3} \text{ m}^3}{60\text{s}}$

$$Z = 0,075 \cdot 10^{-3} (\text{m}^3/\text{s}) \Rightarrow Z = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$$

(II) $Z = \frac{\text{Volume}}{\Delta t} \Rightarrow 4,5 = \frac{3,0}{\Delta t}$

$$\Delta t = \frac{3,0}{4,5} \text{ min} = \frac{3,0}{4,5} \cdot 60\text{s} \Rightarrow \Delta t = 40\text{s}$$

- b) O gráfico abaixo ilustra, fora de escala, o comportamento térmico da água e do gelo.



No equilíbrio térmico: $\Sigma Q_{\text{trocado}} = 0$

$$Q_{\text{aquecer o gelo de } -12^{\circ}\text{C a } 0^{\circ}\text{C}} + Q_{\text{fundir o gelo}} + Q_{\text{aquecer a água de fusão do gelo de } 0^{\circ}\text{C a } 22^{\circ}\text{C}} + Q_{\text{liberado pela água para esfriar de } 40^{\circ}\text{C a } 22^{\circ}\text{C}} = 0$$

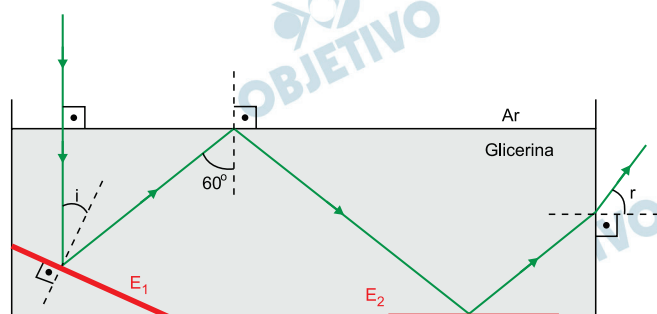
Sendo m a massa de uma pedra de gelo e $M = d \cdot V$ a massa de água, vem:

$$\begin{aligned} 0 & nmc_{\text{gelo}} \Delta\theta_{\text{gelo}} + nmL_F + nmc_{\text{água}} \Delta\theta_{\text{água}} + Mc_{\text{água}} \Delta\theta_{\text{água}} = \\ & n50 \cdot 0,5 \cdot 12 + n50 \cdot 80 + n50 \cdot 1 \cdot 22 + 3000 \cdot 1 \cdot (22 - 40) = 0 \\ & 300n + 4000n + 1100n - 54000 = 0 \\ & 5400n = 54000 \end{aligned}$$

Da qual: $n = 10$ cubos de gelo

Respostas: a) $7,5 \cdot 10^{-5} \text{m}^3/\text{s}$; 40s
b) 10 cubos de gelo

Para demonstrar as leis da reflexão e da refração luminosa, foi montado o aparato ilustrado na figura, constituído por um aquário de vidro transparente contendo glicerina até certa altura, por dois espelhos planos, E_1 e E_2 , e por uma fonte de laser. O espelho E_1 está apoiado na parede lateral esquerda e no fundo do aquário. O espelho E_2 está apoiado no fundo horizontal do aquário, com sua face refletora voltada para cima.



Um feixe de laser propagando-se pelo ar incide perpendicularmente na superfície da glicerina e, após a refração, sofre uma reflexão no espelho E_1 , uma reflexão total na interface glicerina–ar, nova reflexão no espelho E_2 e refrata para o ar na face lateral direita do aquário. Adote 1,0 e 1,5 para os índices de refração absolutos do ar e da glicerina, respectivamente, e $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s.

- Calcule, em m/s, a velocidade de propagação do laser na glicerina e, considerando as informações da figura, obtenha, em graus, o ângulo de incidência (i) desse feixe no espelho E_1 .
- Obtenha o seno do ângulo limite para refração na interface glicerina–ar e o seno do ângulo de refração (r) quando o feixe de laser emerge para o ar, na face lateral direita do aquário.

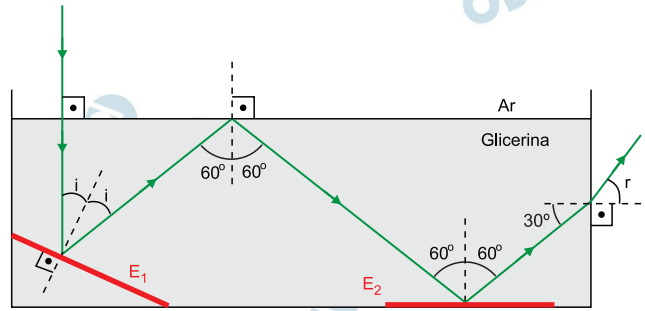
Resolução

$$a) \quad (I) \quad n_{\text{Glic.}} = \frac{c}{V_{\text{Glic.}}} \Rightarrow 1,5 = \frac{3,0 \cdot 10^8}{V_{\text{Glic.}}}$$

Da qual:

$$V_{\text{Glic.}} = 2,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

(II) Na figura abaixo salientamos a 2.^a lei da reflexão: O ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência.



$2i = 60^\circ$ (ângulos alternos internos)

Logo: $i = 30^\circ$

b) (I) $\text{sen } L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}} = \frac{n_{\text{Ar}}}{n_{\text{Glic.}}}$

$$\text{sen } L = \frac{1,0}{1,5} = \frac{1,0}{\frac{3,0}{2,0}} \Rightarrow \text{sen } L = \frac{2,0}{3,0}$$

(II) Lei de Snell à refração de saída do raio luminoso:

$$n_{\text{Ar}} \text{sen } r = n_{\text{Glic.}} \text{sen } 30^\circ$$

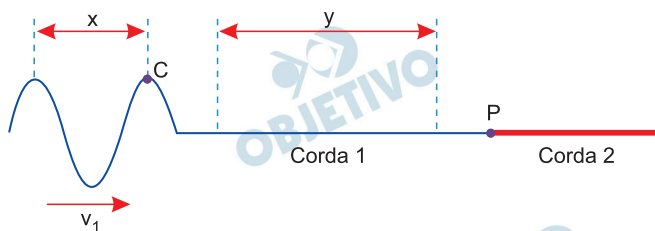
$$1,0 \text{sen } r = 1,5 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \text{sen } r = \frac{3,0}{2,0} \cdot \frac{1}{2}$$

Da qual: $\text{sen } r = \frac{3,0}{4,0}$

Respostas: a) $2,0 \cdot 10^8 \text{m/s}$ e $i = 30^\circ$

b) $\text{sen } L = \frac{2,0}{3,0}$ e $\text{sen } r = \frac{3,0}{4,0}$

A figura mostra, fora de escala, duas cordas homogêneas, 1 e 2, de densidades lineares de massa μ_1 e $\mu_2 = 3\mu_1$, conectadas no ponto P. Nessa figura, observa-se uma onda propagando-se para a direita na corda 1, com velocidade v_1 e frequência f_1 , antes de refratar para a corda 2, onde se propagará com velocidade e frequência v_2 e f_2 , respectivamente.



Sabe-se que no mesmo intervalo de tempo $\Delta t = 2\text{s}$ em que essa onda percorrer o trecho de comprimento y , na corda 1, o ponto C, indicado na figura, realizará quatro oscilações completas na vertical. Sendo x a distância entre duas cristas consecutivas na corda 1 e sabendo que o sistema formado pelas duas cordas é submetido a uma força de tração de intensidade constante,

a) obtenha o valor de f_1 , em Hz, e calcule o valor da razão $\frac{y}{x}$.

b) obtenha o valor de f_2 , em Hz, e calcule o valor da razão $\frac{v_1}{v_2}$.

Resolução

a) (I) Cálculo da frequência f_1 :

$$f_1 = \frac{n}{\Delta t} \Rightarrow f_1 = \frac{4}{2} \text{ (Hz)} \Rightarrow f_1 = 2\text{Hz}$$

$$\text{(II)} \quad v_1 = \frac{y}{\Delta t} \Rightarrow v_1 = \frac{y}{2} \quad \textcircled{1}$$

$$v_1 = \lambda_1 f_1 \Rightarrow v_1 = x f_1 \Rightarrow v_1 = x \cdot 2 \quad \textcircled{2}$$

Comparando-se as equações $\textcircled{1}$ e $\textcircled{2}$:

$$\frac{y}{2} = x \cdot 2 \Rightarrow \frac{y}{x} = 4$$

- b) (I) Na passagem da onda da corda ① para a corda ② (refração), a frequência não se altera, logo:

$$f_2 = f_1 \Rightarrow f_2 = f_1 = 2\text{Hz}$$

(II) Fórmula de Taylor: $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

$$\text{Corda 1: } V_1 = \sqrt{\frac{T}{\mu_1}} \quad \text{①}$$

$$\text{Corda 2: } V_2 = \sqrt{\frac{T}{3\mu_1}} \quad \text{②}$$

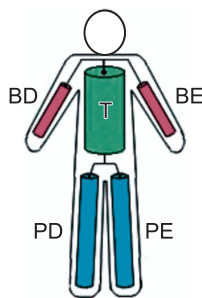
Dividindo-se as equações ① e ② membro a membro, vem:

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{T}{\mu_1}} \cdot \sqrt{\frac{3\mu_1}{T}} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{3}$$

Respostas: a) $f_1 = 2\text{Hz}$ e $\frac{y}{x} = 4$

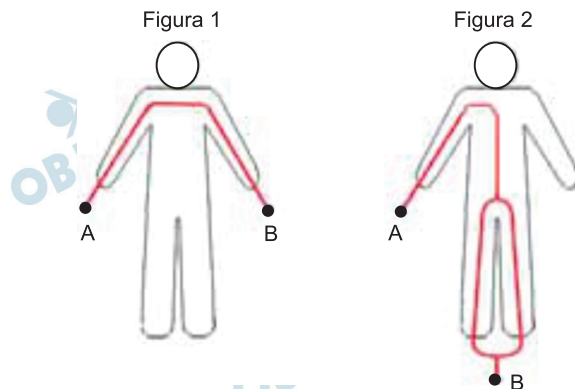
b) $f_2 = 2\text{Hz}$ e $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{3}$

Em cursos relacionados à área da saúde, é comum a utilização de bonecos no estudo do comportamento eletrofisiológico do corpo humano. Considere que um desses bonecos seja feito de um material externo isolante e tenha, em seu interior, cinco cilindros constituídos de um mesmo material condutor representando os braços direito e esquerdo (BD e BE), o tórax (T) e as pernas direita e esquerda (PD e PE). Os cilindros são conectados entre si por fios de resistência desprezível e são conectados com o exterior por meio de eletrodos fixados na superfície do boneco. As características geométricas de cada cilindro estão indicadas na tabela.



Cilindro	Área da base	Comprimento
BD e BE	A	L
T	$9A$	$1,5L$
PD e PE	$4A$	$2L$

Admita que a resistência elétrica de cada braço do boneco seja R_B e que dois experimentos diferentes sejam realizados com esse boneco. Em cada experimento, é estabelecida uma mesma diferença de potencial U entre os pontos A e B, e uma corrente elétrica atravessa o boneco pelos caminhos indicados em destaque nas figuras 1 e 2.



Responda em função apenas de R_B e de U :

- a) Qual a resistência equivalente do boneco e a intensidade da corrente elétrica que o atravessa na montagem indicada na figura 1?

- b) Qual a resistência equivalente do boneco na montagem indicada na figura 2?

Resolução

- a) Da Segunda Lei de Ohm, temos:

Braços:

$$R_{BD} = R_{BE} = \frac{\rho L}{A} = R_B$$

Tronco:

$$R_T = \frac{\rho 1,5L}{9A} = \frac{3}{18} \frac{\rho L}{A} = \frac{1}{6} R_B$$

Pernas:

$$R_{PD} = R_{PE} = \frac{\rho \cdot 2L}{4A} = \frac{1}{2} \frac{\rho L}{A} = \frac{1}{2} R_B$$

Na figura 1, entre os pontos A e B, temos uma associação em série de R_{BD} e R_{BE} , assim:

$$R_{eq1} = R_{BD} + R_{BE}$$

$$R_{eq1} = R_B + R_B = 2R_B$$

Utilizando, agora, a 1ª Lei de Ohm, temos:

$$U = R_{eq1} \cdot i \Rightarrow U = 2R_B \cdot i \Rightarrow i = \frac{U}{2R_B}$$

- b) A resistência equivalente na figura 2 será dada por:

$$R_{eq2} = R_{BD} + R_T + \frac{R_{PD}}{2}$$

$$R_{eq2} = R_B + \frac{1}{6} R_B + \frac{R_B}{4}$$

$$R_{eq2} = \frac{24R_B + 4R_B + 6R_B}{24}$$

$$R_{eq2} = \frac{34R}{24}$$

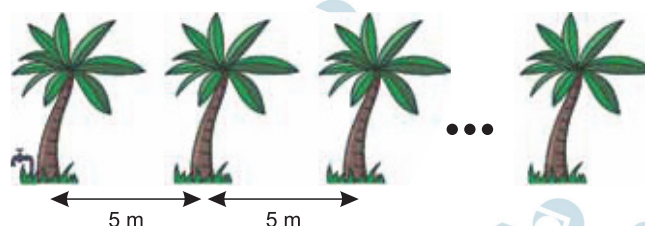
$$R_{eq2} = \frac{17}{12} R_B$$

Respostas: a) $R_{eq1} = 2R_B$

$$i = \frac{U}{2R_B}$$

$$b) R_{eq2} = \frac{17}{12} R_B$$

Em um parque, 31 palmeiras estão alinhadas de modo que a distância entre duas palmeiras consecutivas seja igual a 5 metros. Um jardineiro irá regar cada uma dessas palmeiras usando um balde, sendo que, com o balde cheio de água, é possível regar 1, 2 ou 3 palmeiras. Para encher o balde, o jardineiro só poderá usar a torneira localizada bem ao lado da primeira palmeira, e, toda vez que o jardineiro usa essa torneira, ele enche o balde.



- Quantos metros, no mínimo, esse jardineiro deve caminhar para regar as 4 primeiras palmeiras? Quantos metros, no mínimo, esse jardineiro deve caminhar para regar as 5 primeiras palmeiras?
- Suponha desprezível o tempo para regar cada palmeira e que, se o balde estiver vazio ou parcialmente cheio, a torneira sempre leve 1 minuto para enchê-lo. Estando o balde inicialmente vazio e sabendo que o jardineiro leva 6 segundos para caminhar entre duas palmeiras consecutivas, determine o tempo mínimo, em minutos, para o jardineiro regar todas as 31 palmeiras.

Resolução

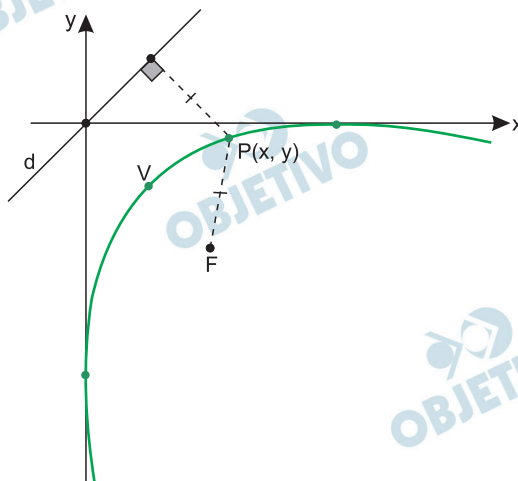
- Para regar as 4 primeiras palmeiras, o jardineiro enche o balde e rega a primeira. Enche novamente o balde e rega as outras 3, caminhando $5 + 5 + 5 = 15$ m.
Para regar as 5 primeiras, o jardineiro enche o balde e rega as duas primeiras, caminhando $5 + 5 = 10$ m. Enche novamente o balde e rega as outras 3, caminhando mais $5 + 5 + 5 = 20$ m.
Portanto, caminha $10 + 20 = 30$ m para regar as 5 primeiras.
- Para regar as 31 palmeiras, será necessário encher o balde 11 vezes, demorando 11 min. Inicia regando a primeira e depois rega de 3 em 3, sendo necessárias mais 10 viagens. Logo, ele demora $18 + 18 + 36 + 36 + 54 + 54 + \dots =$
$$= 36 + 72 + 108 + \dots + 360 = \frac{(36 + 360) \cdot 10}{2} =$$

$$= 1980\text{s} = 33 \text{ min}$$

Temos ainda de desconsiderar os $180s = 3 \text{ min}$ da volta da última viagem; logo, ele demora 30 min nas caminhadas. Portanto, ele demora $11 + 30 = 41 \text{ min}$ para regar todas as palmeiras.

Respostas: a) 15m para as 4 primeiras e 30m para as 5 primeiras
b) 41 minutos

Uma parábola é uma curva formada por todos os pontos $P(x, y)$ do plano que estão igualmente distantes de um ponto fixo F (chamado foco) e de uma reta fixa d (chamada diretriz). A parábola do gráfico a seguir tem por vértice o ponto V , o foco $F = (4, -4)$, e diretriz $d: y = x$.



- a) Sabendo que nessa parábola o vértice V é ponto médio entre o foco F e a origem $(0, 0)$, determine as coordenadas do vértice V da parábola.
- b) O módulo da expressão algébrica $x - y$ é denotado por $|x - y|$, e sabe-se que $|x - y|^2 = (x - y)^2$. A distância $d_{P,d}$ entre um ponto $P(x, y)$ do plano e a reta $d: y = x$ é dada por $d_{P,d} = \frac{|x - y|}{\sqrt{2}}$. Para determinar a equação de

uma parábola, desenvolve-se a equação $d_{P,F} = d_{P,d}$, em que $d_{P,F}$ é a distância entre o ponto $P(x, y)$ e o foco F da parábola. Com base nessas informações, determine e desenvolva a equação da parábola representada no gráfico.

Resolução

- a) Sendo $V(x_v; y_v)$ o ponto médio entre $(4; -4)$ e $(0; 0)$, temos:

$$\begin{cases} x_v = \frac{4 + 0}{2} = 2 \\ y_v = \frac{-4 + 0}{2} = -2 \end{cases}$$

Logo, as coordenadas do vértice V da parábola são $(2; -2)$.

- b) Sendo $d_{P,F}$ a distância entre $P(x; y)$ e $F(4; -4)$ e

$$d_{P,d} = \frac{|x - y|}{\sqrt{2}} \text{ a distância entre } P(x; y) \text{ e}$$

a reta $y = x$, temos:

$$d_{P,F} = d_{P,d}$$

$$\sqrt{(x-4)^2 + (y+4)^2} = \frac{|x-y|}{\sqrt{2}}$$

$$(x-4)^2 + (y+4)^2 = \frac{|x-y|^2}{2}$$

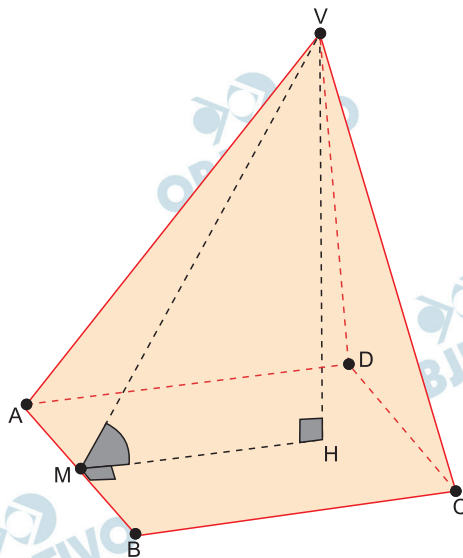
$$2x^2 - 16x + 32 + 2y^2 + 16y + 32 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$x^2 + y^2 + 2xy - 16x + 16y + 64 = 0$$

Respostas: a) (2; -2)

$$b) x^2 + y^2 + 2xy - 16x + 16y + 64 = 0$$

Em uma pirâmide oblíqua de vértice V e base quadrada ABCD de lado 4 cm, o ponto M é médio da aresta AB, o ponto H é o pé da perpendicular da altura da pirâmide que passa por V, o segmento MH é perpendicular à aresta AB, e a distância entre os pontos M e H é 3 cm, conforme mostra a figura.

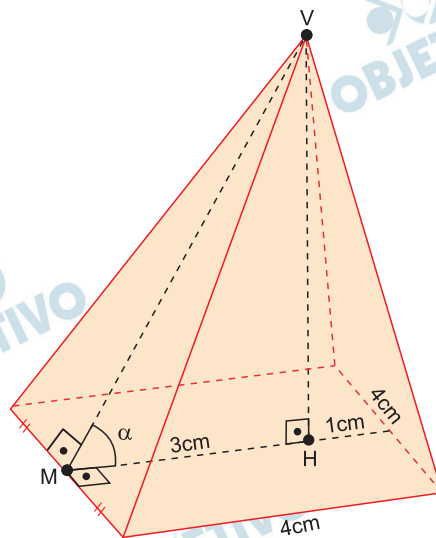


- Calcule o volume da pirâmide.
- Esboce, no campo de Resolução e Resposta, uma planificação dessa pirâmide e calcule a área dessa planificação.

Resolução

Os dados são insuficientes para resolver esta questão, porém, supondo o ângulo $\widehat{VMH} = \alpha$, a resolução é

a)



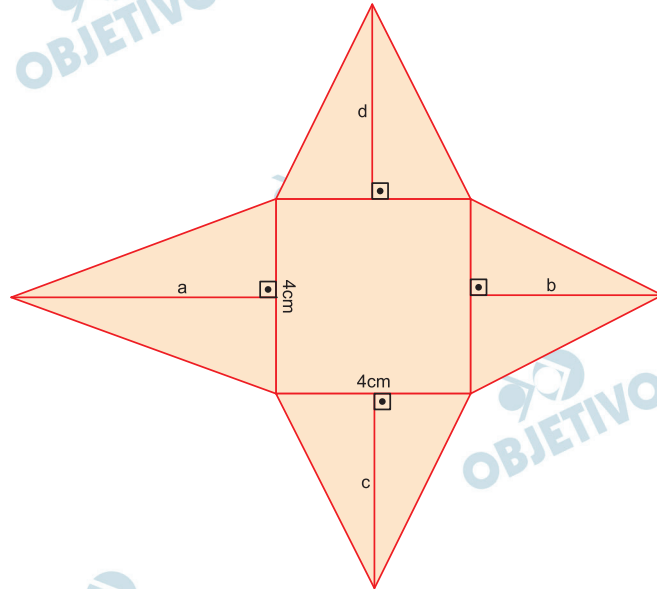
1) Seja $\alpha = \widehat{VMH}$ e assim:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{VH}{3\text{cm}} \Rightarrow VH = 3\operatorname{tg} \alpha \text{ (cm)}$$

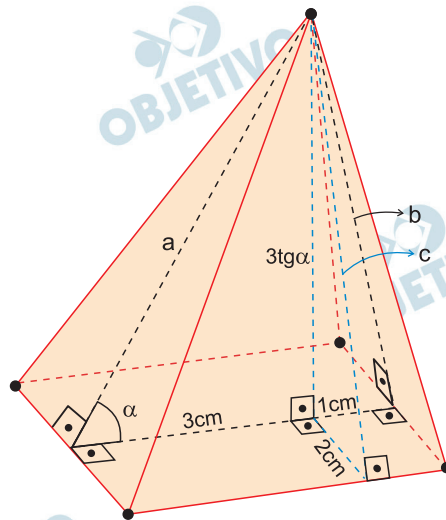
2) O volume, em cm^3 , é

$$\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \operatorname{tg} \alpha = 16 \operatorname{tg} \alpha$$

b) 1) A planificação dessa pirâmide é



2) Sejam $a > b$ e $c = d$ os apótemas, em centímetros.



$$3) \cos \alpha = \frac{3}{a} \Rightarrow a = \frac{3}{\cos \alpha}$$

4) Em centímetros:

$$a^2 = 3^2 + (3 \operatorname{tg} \alpha)^2 \Leftrightarrow a^2 = 9(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a = 3\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}$$

$$5) b^2 = (3 \operatorname{tg} \alpha)^2 + 1^2 \Leftrightarrow b = \sqrt{9 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}$$

6) Sendo $c = d$, temos:

$$c^2 = (3\operatorname{tg} \alpha)^2 + 2^2 \Leftrightarrow c = \sqrt{9\operatorname{tg}^2 \alpha + 4}$$

7) Assim, em cm^2 , a área dessa planificação é

$$\begin{aligned} & \frac{4 \cdot a}{2} + \frac{4 \cdot b}{2} + \frac{4 \cdot c}{2} + \frac{4 \cdot d}{2} + 4^2 = \\ & = 2a + 2b + 2 \cdot 2c + 16 = \\ & = 2 \cdot 3\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} + 2\sqrt{9\operatorname{tg}^2 \alpha + 4} + \\ & + 4\sqrt{9\operatorname{tg}^2 \alpha + 4} + 16 = 6\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} + \\ & + 2\sqrt{9\operatorname{tg}^2 \alpha + 4} + 4\sqrt{9\operatorname{tg}^2 \alpha + 4} + 16 \end{aligned}$$

Respostas:

a) $16 \operatorname{tg} \alpha$

b) $6\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} + 2\sqrt{9\operatorname{tg}^2 \alpha + 4} + 4\sqrt{9\operatorname{tg}^2 \alpha + 4} + 16$

Na linguagem de programação Julia, considere que a função `Leia(t)` recebe uma variável numérica `t` e retorna um número que representa a leitura das quantidades de algarismos iguais e em sequência de `t`. Por exemplo, `Leia(511155)` retorna 153125, pois 511155 inicia com uma sequência de 1 único algarismo 5, depois tem 3 algarismos 1 em sequência e, depois, tem 2 algarismos 5 em sequência. Os retornos de `Leia(1)` e `Leia(112)` são, respectivamente, 11 e 2112. Nessa linguagem, o comando `resp = "$resp$c"` concatena o valor da variável `c` à direita da variável `resp`. Por exemplo, se a variável `resp` tiver valor "" (ou seja, sem valor) e a variável `c` tiver valor 567, o comando `resp = "$resp$c"` mudará o valor da variável `resp` para "567", e se a variável `resp` tiver valor "567" e a variável `c` tiver valor 8, o comando `resp = "$resp$c"` mudará o valor da variável `resp` para "5678".

- a) Uma função pode receber como argumento o retorno de outra chamada da mesma função. Por exemplo, `Leia(Leia(12))` inicia determinando `Leia(12)` e, depois, passa o resultado para uma nova chamada da função `Leia`. Determine o retorno de `Leia(Leia(12233))`.
- b) Considere o seguinte código escrito em Julia, com algumas linhas comentadas:

```
resp = string(Leia(11122)) # atribui à variável resp o
                           # valor de Leia(11122)

n = length(resp)           # atribui à variável n o
                           # número de algarismos da
                           # variável resp

resp = ""                  # cria a variável resp sem
                           # valor atribuído

for i = 1:n                # início de um loop, que
                           # será repetido n vezes, com
                           # i variando de 1 até n

    c = parse{Int64, resp[i]} # atribui à variável c o al-
                              # garismo da variável resp
                              # que se encontra na posição i

    if c != 1                # as duas próximas linhas
                              # são executadas se o valor
                              # de c for diferente de 1

        c += 1               # aumenta em 1 unidade
                              # o valor armazenado na
                              # variável c

        resp = "$resp$c"

    end

end                          # fim do loop

resultado = Leia(resp)
```

A ordem dos algarismos de um número é lida da esquerda para a direita, por exemplo, os algarismos das posições 1, 4 e 6 do número 878676 são, respectivamente, 8, 6 e 6. Determine o valor da variável resultado após a execução desse código.

Resolução

a) Aplicando a função Leia (t), temos:

Leia (12233) = 112223

Leia (Leia (12233)) = Leia (112223)

Leia (112223) = 213213

b) Calculando Leia (11122), temos:

Leia (11122) = 3122 $\Leftrightarrow$ resp = 3122

Como n é o número de algarismos da variável resp, então $n = 4$. Logo, o valor de i varia de 1 até 4.

Para $i = 1$, $c = 3$:

Como $c \neq 1$, o novo valor de c é $3 + 1 = 4$.

Como resp x é sem valor, o valor de $\text{resp} \times 4 = 4$.

Para os outros valores de i, podemos montar a seguinte tabela:

	c	$c \neq 1$	$c + 1$	resp x	$\text{resp} \times c$
$i = 1$	3	Sim	4	Sem valor	4
$i = 2$	1	Não	Não aplica	Não aplica	Não aplica
$i = 3$	2	Sim	3	4	43
$i = 4$	2	Sim	3	43	433

Após o loop, calculando o resultado, temos:

resultado = Leia (433)

resultado = 1423

Respostas: a) 213213

b) 1423

Considere a seguinte distribuição de turistas, de diferentes nacionalidades, em um cruzeiro:

	Nacionalidade		
	Italiana	Chinesa	Sul-africana
Homens	140	280	90
Mulheres	210	190	90

- a) Escolhendo-se aleatoriamente um dos turistas desse cruzeiro, determine a probabilidade de esse turista ter nacionalidade sul-africana.
- b) Um dos turistas desse cruzeiro foi escolhido aleatoriamente. Sabendo que o turista escolhido não tem nacionalidade italiana, determine a probabilidade de que ele seja uma mulher.

Resolução

- a) A probabilidade solicitada é

$$\frac{90 + 90}{140 + 280 + 90 + 210 + 190 + 90} = \frac{180}{1000} = 18\%$$

- b) A probabilidade solicitada é

$$\frac{190 + 90}{1000 - 140 - 210} = \frac{280}{650} = \frac{28}{65}$$

Respostas: a) 18%

b) $\frac{28}{65}$

Formulário de Matemática

Tratamento da informação

$$\text{Média aritmética} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Mediana: valor que ocupa a posição central da série de observações ordenadas.

Trigonometria

α	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

Lei dos cossenos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

Análise Combinatória

Definição de fatorial:

Sendo $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$,

$$\begin{cases} n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 \text{ (Lê-se "ene fatorial")} \\ 1! = 1 \\ 0! = 1 \end{cases}$$

$P_n = n!$ (permutação simples)

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!} \text{ (arranjo)}$$

$$C_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)! p!} \text{ (combinação)}$$

$$P_n^{\alpha, \beta, \gamma, \dots} = \frac{n!}{\alpha! \beta! \gamma! \dots} \text{ (permutação com repetição)}$$

Geometria

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (teorema de Pitágoras)}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \text{ (área de triângulo)}$$

$$A = b \cdot h \text{ (área de retângulo)}$$

$$A = \pi \cdot r^2 \text{ (área de círculo)}$$

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ \text{ (soma dos ângulos internos de polígono de } n \text{ lados)}$$

Álgebra

Produtos notáveis:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Progressões aritmética e geométrica

Termo geral

$$a_n = a_1 + (n - 1)r \text{ (PA)}$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \text{ (PG)}$$

Soma dos n primeiros termos da PA:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

Formulário de Física

$$s = s_0 + v \cdot t$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

$$v = \omega \cdot R$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$a_c = \omega^2 \cdot R = \frac{v^2}{R}$$

$$F_R = m \cdot a$$

$$f_{at} = \mu \cdot N$$

$$f_{el} = k \cdot x$$

$$\tau = F \cdot \Delta s \cdot \cos \theta$$

$$\tau_{FR} = \Delta E_c$$

$$\tau_{peso} = -\Delta E_p$$

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\tau}{\Delta t} = F \cdot v$$

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$E_{pel} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

$$E_m = E_c + E_p + E_{pel}$$

$$I = F \cdot \Delta t$$

$$I_{FR} = \Delta Q$$

$$Q = m \cdot v$$

$$M = F \cdot d'$$

$$p = \frac{F}{A}$$

$$p = d_l \cdot g \cdot h$$

$$E_{mp} = d_l \cdot g \cdot V$$

$$d = \frac{m}{V}$$

$$F_g = G \frac{m_1 \cdot m_2}{d'^2}$$

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{constante}$$

$$n = \frac{c}{v}$$

$$n_i \cdot \sin i = n_r \cdot \sin r$$

$$\sin L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}}$$

$$C = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$A = \frac{Y'}{Y} = -\frac{p'}{p}$$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

s: posição

t: tempo

v_m : velocidade média

v: velocidade

a: aceleração

a_m : aceleração média

ω : velocidade angular

R: raio

f: frequência

T: período

$\Delta \varphi$: deslocamento angular

a_c : aceleração centrípeta

F_R : força resultante

m: massa

f_{at} : força de atrito

μ : coeficiente de atrito

N: força normal

f_{el} : força elástica

k: constante elástica

x: elongação

τ : trabalho

F: força

P: potência

E_c : energia cinética

E_p : energia potencial gravitacional

g: aceleração da gravidade

h: altura

E_{pel} : energia potencial elástica

E_m : energia mecânica

I: impulso

Q: quantidade de movimento

M: momento

d' : distância

p: pressão

A: área

d_l : densidade do líquido

E_{mp} : empuxo

V: volume

F_g : força gravitacional

G: constante gravitacional

n: índice de refração

c: velocidade da luz no vácuo

v: velocidade

i: ângulo de incidência

r: ângulo de refração

L: ângulo limite

C: vergência

f: distância focal

p: abscissa do objeto

p' : abscissa da imagem

A: aumento linear transversal

Y: tamanho do objeto

Y' : tamanho da imagem

λ : comprimento de onda

f: frequência

T: tração na corda

μ : densidade linear de massa

$$\begin{cases} x = A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t) \\ v = -\omega \cdot A \cdot \sin(\varphi_0 + \omega \cdot t) \\ a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t) \end{cases}$$

x : posição
 A : amplitude
 φ_0 : fase inicial
 ω : pulsação

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

$$\theta_C = T - 273$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

$$Q = m \cdot L$$

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta\theta$$

$$P = \frac{Q}{\Delta t}$$

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$\tau = p \cdot \Delta V$$

$$\Delta U = Q - \tau$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_{\text{fria}}}{Q_{\text{quente}}}$$

θ : temperatura
 T : temperatura absoluta
 Q : quantidade de calor
 m : massa
 c : calor específico
 L : calor latente específico
 γ : coeficiente de dilatação volumétrica
 p : pressão
 V : volume
 n : número de mols
 R : constante dos gases perfeitos
 τ : trabalho
 U : energia interna
 η : rendimento

$$E_{\text{el}} = k \cdot \frac{q}{d^2}$$

$$F_{\text{el}} = E_{\text{el}} \cdot q$$

$$V = k \cdot \frac{q}{d}$$

$$E_{\text{pe}} = V \cdot q$$

$$\tau = q \cdot (V_A - V_B)$$

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S}$$

$$U = R \cdot i$$

$$R_s = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

$$P = U \cdot i$$

$$U = E - r \cdot i$$

$$B = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot r} ; B = \frac{N \cdot \mu \cdot i}{2 \cdot R}$$

$$B = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot R} ; B = \frac{N \cdot \mu \cdot i}{L}$$

$$F_{\text{mag}} = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \theta$$

$$F_{\text{mag}} = B \cdot i \cdot L \cdot \sin \theta$$

$$\phi = B \cdot A \cdot \cos \alpha$$

$$E_i = -\frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

E_{el} : campo elétrico
 k : constante eletrostática
 q : carga elétrica
 d : distância
 F_{el} : força elétrica
 V : potencial elétrico
 E_{pe} : energia potencial elétrica
 τ : trabalho
 i : corrente elétrica
 t : tempo
 R, r_i : resistência elétrica
 ρ : resistividade elétrica
 L : comprimento
 R_s : resistência equivalente em série
 R_p : resistência equivalente em paralelo
 S : área da secção reta
 U : diferença de potencial
 P : potência elétrica
 E : força eletromotriz
 E_i : força eletromotriz induzida
 B : campo magnético
 F_{mag} : força magnética
 N : número de espiras
 μ : permeabilidade magnética
 r : raio
 v : velocidade
 ϕ : fluxo magnético

α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$

CLASSIFICAÇÃO PERIÓDICA

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1 H hidrogênio 1,01	2 He hélio 4,00																
3 Li lítio 6,94	4 Be berílio 9,01	5 B boro 10,8	6 C carbono 12,0	7 N nitrogênio 14,0	8 O oxigênio 16,0	9 F flúor 19,0	10 Ne neônio 20,2										
11 Na sódio 23,0	12 Mg magnésio 24,3	13 Al alumínio 27,0	14 Si silício 28,1	15 P fósforo 31,0	16 S enxofre 32,1	17 Cl cloro 35,5	18 Ar argônio 40,0										
19 K potássio 39,1	20 Ca cálcio 40,1	21 Sc escândio 45,0	22 Ti titânio 47,9	23 V vanádio 50,9	24 Cr cromó 52,0	25 Mn manganês 54,9	26 Fe ferro 55,8	27 Co cobalto 58,9	28 Ni níquel 58,7	29 Cu cobre 63,5	30 Zn zinco 65,4	31 Ga gálio 69,7	32 Ge germânio 72,6	33 As arsênio 74,9	34 Se selênio 79,0	35 Br bromo 79,9	36 Kr criptônio 83,8
37 Rb rubídio 85,5	38 Sr estrôncio 87,6	39 Y itríio 88,9	40 Zr zircônio 91,2	41 Nb nióbio 92,9	42 Mo molibdênio 95,9	43 Tc tecnécio 98,0	44 Ru ródio 101	45 Rh rênio 103	46 Pd paládio 106	47 Ag prata 108	48 Cd cádmio 112	49 In índio 115	50 Sn estanho 119	51 Sb antimônio 122	52 Te telúrio 128	53 I iodo 127	54 Xe xenônio 131
55 Cs césio 133	56 Ba bário 137	57-71 lantanoides	72 Hf hafnínio 178	73 Ta tântalo 181	74 W tungstênio 184	75 Re rênio 186	76 Os ósio 190	77 Ir irídio 192	78 Pt platina 195	79 Au ouro 197	80 Hg mercúrio 201	81 Tl telúrio 204	82 Pb chumbo 207	83 Bi bismuto 209	84 Po polônio 210	85 At astato 210	86 Rn radônio 222
87 Fr frâncio 223	88 Ra rádio 226	89-103 actinoides	104 Rf rúterfórdio 261	105 Db dubnio 268	106 Sg seabórgio 271	107 Bh bório 270	108 Hs hásio 277	109 Mt mítério 276	110 Ds darmstádio 285	111 Rg reígênio 289	112 Cn copernício 285	113 Nh nihônio 284	114 Fl fleróvio 289	115 Mc moscóvio 288	116 Lv livermório 293	117 Ts tenessino 294	118 Og oganessônio 294

número atômico
Símbolo
nome
massa atômica

57 La lantanio 139	58 Ce cério 140	59 Pr praseodímio 141	60 Nd neodímio 144	61 Pm promécio 145	62 Sm samário 150	63 Eu europio 152	64 Gd gadolínio 157	65 Tb terbio 159	66 Dy disprósio 163	67 Ho hólmio 165	68 Er érbio 167	69 Tm tulio 169	70 Yb itêrbio 173	71 Lu lutécio 175
89 Ac actínio	90 Th tório 232	91 Pa protactínio 231	92 U urânio 238	93 Np néptunio 237	94 Pu plutônio 244	95 Am amério 243	96 Cm cúrio 247	97 Bk berquilio 247	98 Cf califórnia 251	99 Es einsteinio 252	100 Fm fermio 257	101 Md mendelívio 288	102 No nobélio 289	103 Lr lawrêncio 260

Notas: Os valores de massas atômicas estão apresentados com três algarismos significativos. Não foram atribuídos valores às massas atômicas de elementos artificiais ou que tenham abundância pouco significativa na natureza. Informações adaptadas da tabela IUPAC 2016.