

As bromélias *Vriesea gigantea* acumulam água entre suas folhas — por isso são chamadas de epífitas com tanque. Até onde se tem notícia, as plantas desse tipo são as únicas que, de preferência, extraem nitrogênio diretamente da ureia, abundante na urina das pererecas que usam a água empoçada entre as folhas para se abrigar e depositar seus ovos.

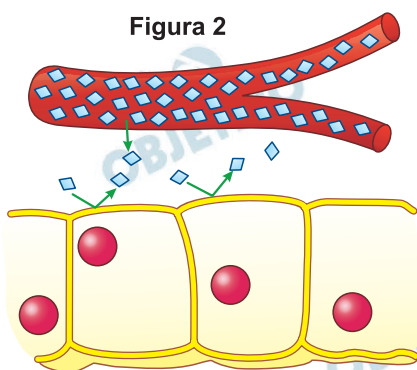
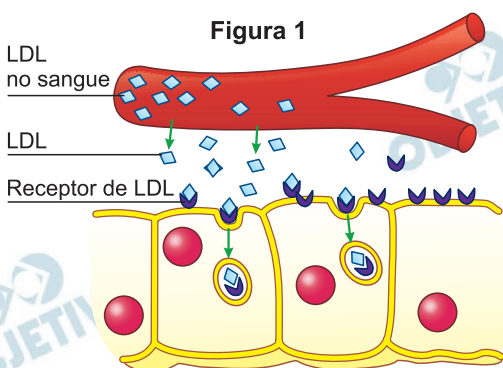
(<https://revistapesquisa.fapesp.br>, 2009. Adaptado.)

- a) Por que a *V. gigantea* é classificada como uma epífita? Cite um composto orgânico nitrogenado que a *V. gigantea* poderá sintetizar a partir da ureia absorvida.
- b) Compare as formas como o embrião de uma perereca e o embrião em um ovo amniótico realizam a excreção.

Resolução

- a) Uma planta epífita cresce apoiada sobre outra planta, à procura de maior luminosidade.
A partir da ureia, a bromélia pode sintetizar aminoácidos.
- b) A excreção do embrião de uma perereca ocorre por difusão.
No ovo amniótico, a excreção ocorre através do alantoide.

A hipercolesterolemia familiar é uma doença genética que, quando em homozigose, impede a síntese do receptor de LDL, que normalmente é encontrado ancorado à superfície externa da membrana plasmática das células. Dessa forma, o LDL não é internalizado pelas células da pessoa doente. A figura 1 mostra o funcionamento dos receptores de LDL presentes nas células de uma pessoa que não apresenta essa doença. A figura 2 mostra os efeitos da ausência dos receptores de LDL na membrana plasmática das células de uma pessoa doente.



(Dormagen Joachim Becker *et al.* *Biosphäre*, 2020.

Adaptado.)

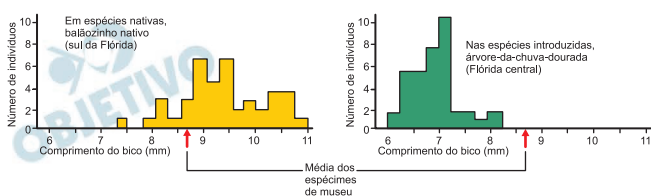
- Que substância orgânica compõe os receptores de LDL? Por que o LDL não é considerado uma molécula de colesterol?
- Por que o colesterol é essencial para as membranas plasmáticas dos animais? Por que a incidência de infarto do miocárdio em pessoas com hipercolesterolemia familiar é mais elevada?

Resolução

- Os receptores de LDL são proteínas. O LDL não é uma molécula de colesterol, pois se constitui de uma lipoproteína cuja função é o transporte de colesterol (um lipídio esteroide) através da corrente sanguínea.

b) O colesterol é essencial para as membranas, pois regula a fluidez delas. A hipercolesterolemia aumenta a incidência de infarto, devido à formação de placas de ateroma (gordura), o que leva à obstrução dos vasos sanguíneos e, como consequência, o bloqueio do fluxo sanguíneo para o miocárdio, reduzindo sua oxigenação.

Os percevejos-do-saboeiro (*Jadera haematoloma*) são herbívoros que se alimentam com mais eficiência quando o comprimento do seu “bico” equivale à profundidade das sementes dentro do fruto. Pesquisadores mediram os comprimentos dos bicos em populações do percevejo-do-saboeiro que se alimentam de balãozinho nativo (*Cardiospermum corindum*), planta nativa do sul da Flórida. Eles mediram também o comprimento dos “bicos” em populações que se alimentam da árvore-da-chuva-dourada, uma espécie de planta introduzida na Flórida central. Em seguida, os pesquisadores compararam suas medidas com as de espécimes em museus, coletados nas duas áreas antes da introdução da árvore-da-chuva-dourada. Os gráficos apresentam os resultados obtidos nessas comparações, em que as setas indicam a média do comprimento dos “bicos” dos espécimes analisados em museus.



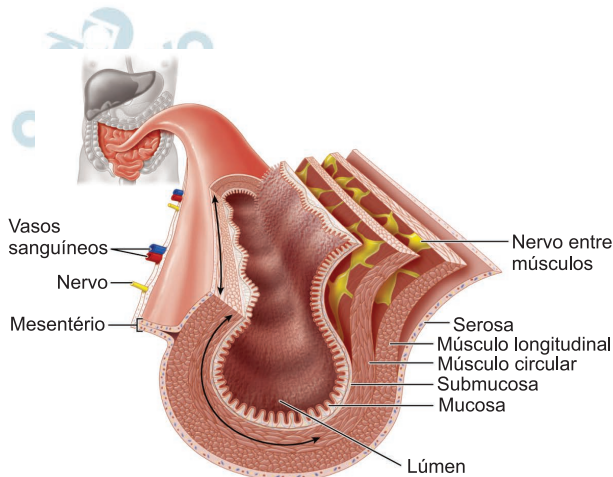
(Jane B. Reece *et al.*
Biologia de Campbell, 2022. Adaptado.)

- a) Qual fator de seleção alterou a frequência do comprimento médio dos “bicos” dos percevejos da Flórida central, em relação aos percevejos analisados nos museus? Qual estrutura floral se desenvolve em um fruto?
- b) Por que os gráficos sugerem que nessas populações atuais de percevejos do sul da Flórida e da Flórida central há ocorrência de evolução em relação ao comprimento dos “bicos” dos percevejos analisados nos museus? A comparação entre o comprimento médio dos “bicos” dos percevejos de museu e dos percevejos atualmente encontrados na Flórida central sugere que, na população desses percevejos atuais, houve que tipo de seleção: estabilizadora, direcional ou disruptiva?

Resolução

- a) O fator de seleção foi a espessura do fruto (ou profundidade das sementes dentro do fruto). O fruto se desenvolve a partir do ovário fecundado.
- b) Há a ocorrência de evolução, pois percebe-se a mudança do comprimento do bico ao longo do tempo, favorecendo os animais com as variações mais adaptadas ao tipo de alimentação. O tipo de seleção apresentada foi a direcional, pois houve o aumento da frequência de indivíduos de fenótipo extremo na região da Flórida central.

A figura mostra os principais tecidos que compõem o intestino delgado humano.



(James Morris *et al.* *Biology: How Life Works*, 2013.

Adaptado.)

- Que especialização de membrana as células que compõem a mucosa intestinal apresentam? O que ocorre com o espaço do lúmen intestinal quando o músculo circular se contrai?
- A doença celíaca é uma doença autoimune desencadeada em pessoas sensíveis a um nutriente específico ingerido. Os sintomas mais comuns dessa doença são a perda de peso, o desarranjo intestinal e a anemia. Qual nutriente desencadeia a doença celíaca em uma pessoa sensível que o ingere? Explique por que uma pessoa com doença celíaca não tratada apresenta perda de peso.

Resolução

- As células da mucosa intestinal possuem microvilosidades em sua membrana. A contração do músculo circular leva a uma redução do espaço do lúmen intestinal.
- O glúten, proteína presente em alguns vegetais como os cereais, é o nutriente que desencadeia a doença celíaca. Nessa doença ocorre a destruição das microvilosidades intestinais, prejudicando a absorção de nutrientes no intestino e, conseqüentemente, havendo perda de peso.

Em certa espécie de roedor, a cor do pelo é determinada por um gene autossômico em que os alelos A e a conferem ao pelo, respectivamente, a cor marrom e a cor amarela. A forma do pelo é determinada por outro gene autossômico com dominância incompleta, em que os alelos L e B , em homozigose, conferem, respectivamente, a forma lisa e a forma crespa ao pelo. Em heterozigose, esses alelos conferem a forma ondulada ao pelo. Esses genes para a cor e para a forma dos pelos segregam-se independentemente durante a meiose.

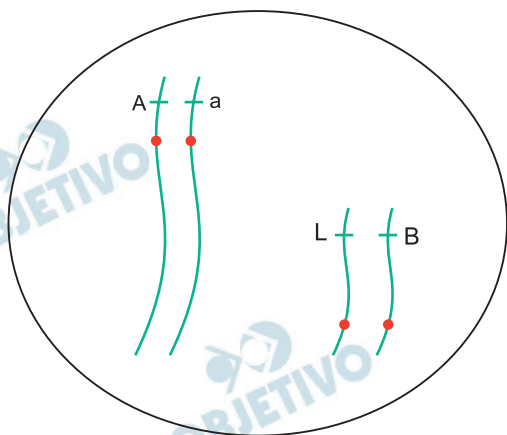
- a) Qual é o fenótipo de um roedor macho $AaBB$? Quantos gametas diferentes esse macho produz na meiose?
- b) O círculo apresentado no campo de Resolução e Resposta representa o núcleo de uma célula somática de um roedor dessa espécie. Represente os cromossomos, nesse círculo, durante o período G1 da interfase, com os genes para a cor e para a forma dos pelos de um roedor diíbrido. Do cruzamento entre dois roedores diíbridos, qual a probabilidade do nascimento de uma fêmea com pelos marrons e lisos?

Resolução

- a) Um roedor macho $AaBB$ possui, como fenótipo, pelo marrom e crespo. Esse indivíduo forma dois tipos diferentes de gametas AB e aB .

b)

Roedor
 $AaLB$

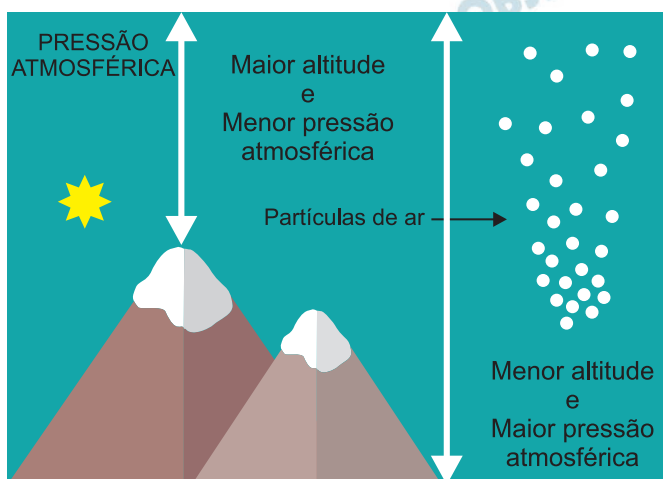


De acordo com o cruzamento entre $AaLB$ e $AaLB$, temos:

	AL	AB	aL	aB
AL	AALL	AALB	AaLL	AaLB
AB	AALB	AABB	AaLB	AaBB
aL	AaLL	AaLB	aaLL	aaLB
aB	AaLB	AaBB	aaLB	aaBB

$$P(\text{♀ ; pelo marrom e liso}) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{16} = \frac{3}{32}$$

A_LL



(www.significados.com.br)

A pressão atmosférica varia com a altitude, o que limita a capacidade do ser humano sobreviver em grandes altitudes, devido à rarefação do ar. São poucas as cidades de grande porte no mundo acima de 3 000 m de altitude, sendo La Paz, na Bolívia, uma delas.

A seguir são tabeladas algumas propriedades da atmosfera terrestre e do ar ao nível do mar e em La Paz.

Propriedade	Nível do mar	La Paz
Pressão atmosférica (atm)	1,00	0,67
Densidade do ar (g/L) a $T = 298\text{ K}$	1,2	?
Composição percentual do ar na troposfera, em volume	78% N_2 , 21% O_2 , 1% outros gases	
Massa molar média do ar (g/mol)	29	

- Calcule a pressão parcial do oxigênio em La Paz e ao nível do mar.
- Sabendo que a constante universal dos gases ideais, R , é $0,082\text{ atm} \cdot \text{L} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$, calcule a densidade do ar atmosférico em La Paz, a 298 K. Considere dois motores idênticos, movidos a gasolina, funcionando por igual tempo, um ao nível do mar e outro em La Paz. Determine a relação entre os volumes de ar necessários para o funcionamento do motor em La Paz e ao nível do mar.

Resolução

a) Ao nível do mar:

$$\begin{aligned} \text{O}_2: 100\% &\text{ ————— } 1\text{ atm} \\ 21\% &\text{ ————— } p_{\text{O}_2} \\ p_{\text{O}_2} &= 0,21\text{ atm} \end{aligned}$$

Em La Paz:

$$\begin{aligned} \text{O}_2: 100\% &\text{ ————— } 0,67\text{ atm} \\ 21\% &\text{ ————— } p'_{\text{O}_2} \\ p'_{\text{O}_2} &\cong 0,14\text{ atm} \end{aligned}$$

b) Densidade do ar em La Paz:

$$d = \frac{P' \cdot M}{R \cdot T}$$

$$d = \frac{0,67 \text{ atm} \cdot 29 \text{ g/mol}}{0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 298 \text{ K}} \cong 0,795 \text{ g/L}$$

Relação entre os volumes:

nT constante: Lei de Boyle

$$\begin{array}{ll} \text{La Paz} & \text{nível do mar} \\ P' \cdot V' & = P \cdot V \end{array}$$

$$\frac{V'}{V} = \frac{P}{P'}$$

$$\frac{V'}{V} = \frac{1 \text{ atm}}{0,67 \text{ atm}} = 1,49$$

O elemento selênio (Se), um micronutriente com propriedades antioxidantes, está presente em vários alimentos, como a castanha do Pará, o ovo e o arroz.



(<https://nutritotal.com.br>)

Um adulto necessita ingerir aproximadamente $60 \mu\text{g}$ ($1 \mu\text{g} = 10^{-6} \text{ g}$) de selênio por dia. Esse elemento também está presente em suplementos alimentares (polivitamínicos) sob a forma de selenito de sódio (Na_2SeO_3).

- Identifique a função inorgânica a que pertence o selenito de sódio e o tipo de ligação química presente na estrutura do ânion selenito.
- Escreva a composição percentual de selênio presente no selenito de sódio. Calcule a massa de selenito de sódio, em μg , necessária para fornecer a ingestão diária de $60 \mu\text{g}$ de selênio indicada para um adulto.

Resolução

- A função inorgânica do selenito de sódio é sal. O ânion selenito apresenta ligação covalente entre seus átomos.

(Se e O são não metais).

- Cálculo da massa molar do Na_2SeO_3 :

$$2(23) + 79 + 3(16) = 173 \text{ g/mol}$$

$$173\text{g} \text{ ————— } 100\%$$

$$79\text{g} \text{ ————— } p$$

$$p \cong 45,66\% \text{ de Se}$$

Cálculo da massa de Na_2SeO_3 para $60 \mu\text{g}$ de Se:

Na_2SeO_3 ——— Se

1 mol ——— 1 mol

173g ——— 79g

x ——— $60 \mu\text{g}$

$$x \cong 131,39 \mu\text{g}$$



(<http://autopointcentroautomotivo.com.br>)

Em países de clima frio, durante o inverno, é necessário adicionar anticongelante à água de refrigeração do motor de veículos, para evitar o congelamento da água dentro do sistema de arrefecimento do motor.

O anticongelante comumente usado para esse fim é o composto etan-1,2-diol, conhecido como etilenoglicol ($C_2H_6O_2$).

Quando ele é dissolvido em água, provoca o abaixamento do ponto de congelamento da água, evitando que ela se congele dentro do sistema de arrefecimento do veículo.

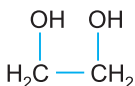
O abaixamento do ponto de congelamento de um solvente, Δt , depende da constante crioscópica do solvente, K_c , e da concentração de soluto expressa em termos da quantidade em mol do soluto por quilograma de solvente, a sua molalidade, representada pela letra m , sendo dado pela relação $\Delta t = K_c m$.

A constante crioscópica de um solvente, K_c , é definida como sendo o abaixamento da temperatura de congelamento do solvente provocada pela dissolução de 1 mol do soluto em 1 kg de solvente. A constante crioscópica da água é igual a $1,86\text{ }^\circ\text{C} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{kg}$.

- Escreva a fórmula estrutural do etilenoglicol. Explique por que etilenoglicol é solúvel em água.
- Calcule a molalidade (m) de uma solução aquosa que contém 6,2 g de etilenoglicol dissolvidos em 28 g de água. Determine a temperatura de congelamento dessa solução aquosa, expressa na escala Celsius.

Resolução

a) Etano-1,2-diol:



O etilenoglicol é solúvel em água, pois possui duas hidroxilas que formam ligações de hidrogênio com a água.

b) Massa molar do $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$:

$$(2 \cdot 12 + 6 \cdot 1 + 2 \cdot 16)\text{g/mol} = 62\text{g/mol}$$

$$n = \frac{m}{M}$$

$$n = \frac{6,2\text{g}}{62\text{g/mol}}$$

$$n = 0,1 \text{ mol}$$

$$\text{Molalidade: } m = \frac{n_{\text{solute}}}{m_{\text{solvente}} \text{ (kg)}}$$

$$m = \frac{0,1 \text{ mol (solute)}}{0,028 \text{ kg (solvente)}}$$

$$m \cong 3,57\text{mol/kg}$$

A água pura tem temperatura de congelamento igual a 0°C (t_c), então:

$$\Delta t_c = K_c \cdot m$$

$$\Delta t_c = 1,86 \frac{^\circ\text{C kg}}{\text{mol}} \cdot 3,57 \frac{\text{mol}}{\text{kg}}$$

$$\Delta t_c = 6,64 ^\circ\text{C}$$

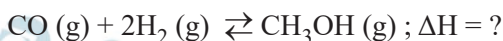
$$\Delta t_c = t_c - t'_c$$

t'_c = temperatura de congelamento da solução

$$6,64^\circ\text{C} = 0^\circ\text{C} - t'_c$$

$$t'_c = -6,64^\circ\text{C}$$

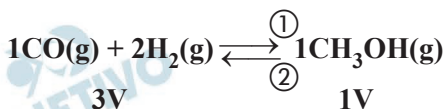
A produção de metanol envolve o seguinte equilíbrio químico:



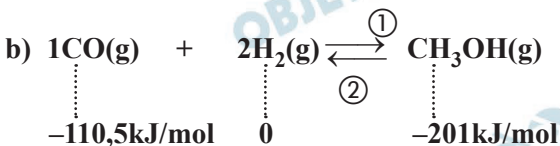
- a) Escreva a expressão da constante K_p desse equilíbrio. Qual é o efeito de um aumento de pressão nesse equilíbrio?
- b) Sabendo que as entalpias-padrão de formação do CO (g) , $\text{H}_2 \text{ (g)}$ e $\text{CH}_3\text{OH (g)}$ em kJ/mol são, respectivamente, $-110,5$, zero e $-201,0$, calcule o ΔH da reação no sentido da formação do metanol. Qual é o efeito de um aumento de temperatura sobre o rendimento em produto desse equilíbrio?

Resolução

$$\text{a) } K_p = \frac{p_{\text{CH}_3\text{OH}}}{p_{\text{CO}} \cdot (p_{\text{H}_2})^2}$$



O aumento de pressão desloca o equilíbrio no sentido de menor volume gasoso, nesse caso, no sentido direto ①.



$$\Delta H = \Delta H_f^0 \text{CH}_3\text{OH} - (\Delta H_f^0 \text{CO})$$

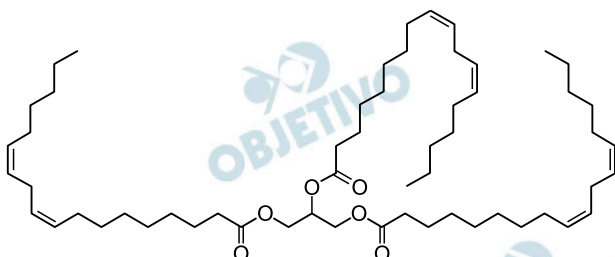
$$\Delta H = -201 - (-110,5)\text{kJ/mol}$$

$$\Delta H = -90,5\text{kJ/mol (reação direta)}$$

O aumento de temperatura desloca o equilíbrio no sentido endotérmico, nesse caso, no sentido inverso ②. Portanto, o rendimento do produto (CH_3OH) diminui.

A nutrição humana requer três tipos de macronutrientes: carboidratos, proteínas e lipídios.

Um determinado nutriente contém como componente principal o composto orgânico conhecido como trilinoleína ($C_{57}H_{98}O_6$), cuja fórmula estrutural é fornecida a seguir.



trilinoleína

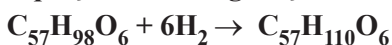
- Identifique a que tipo de macronutriente pertence o nutriente que contém a trilinoleína. Cite a função orgânica oxigenada presente na trilinoleína.
- Utilizando apenas fórmulas moleculares, escreva a equação balanceada da reação de hidrogenação completa da trilinoleína com H_2 . Escreva a fórmula molecular do composto X formado na reação de hidrólise da trilinoleína, representada pela equação $C_{57}H_{98}O_6 + 3H_2O \rightarrow 3C_{18}H_{32}O_2 + X$.

Resolução

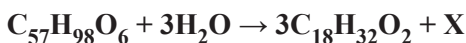
- a) Tipo de macronutriente: lipídio

Função orgânica oxigenada: éster

- b) Equação de hidrogenação da trilinoleína:



De acordo com a lei da conservação da massa:



Em uma partida de sinuca, a bola branca (B) é lançada com velocidade $v_B = 3 \text{ m/s}$ contra a bola azul (A), inicialmente em repouso ($v_A = 0$), no centro da mesa, conforme a figura 1. Após a colisão, as bolas movem-se perpendicularmente uma a outra, com velocidades constantes $\vec{v}'_A$ e $v'_B = 1,8 \text{ m/s}$, conforme a figura 2, e a bola azul cai na caçapa C.

FIGURA 1

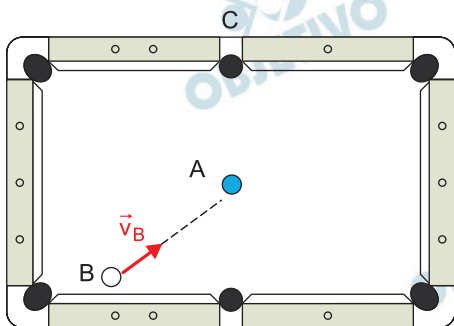
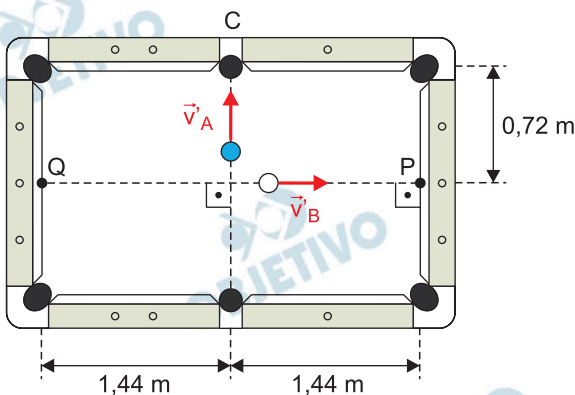


FIGURA 2



Admita que as massas das bolas são iguais, que nessa jogada o atrito é desprezível e que todas as colisões são perfeitamente elásticas. Calcule, em segundos, o tempo para que:

- a) a bola branca atinja o ponto P, indicado na figura 2, após sua colisão com a bola azul. Em seguida, calcule o tempo para que a bola branca percorra a distância PQ, indicada na figura 2, após sua reflexão no ponto P.
- b) a bola azul caia na caçapa C, após ser atingida pela bola branca.

Resolução

- 1) A bola branca terá velocidade $\vec{v}'_B$ com módulo $1,8 \text{ m/s}$ e vai percorrer uma distância de $1,44 \text{ m}$.

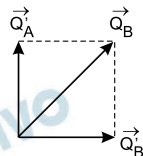
$$v'_B = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 1,8 = \frac{1,44}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{1,44}{1,8} \text{ s}$$

$$T_1 = 0,80 \text{ s}$$

- 2) Na reflexão em P como a colisão é elástica, a bola branca conserva o módulo de sua velocidade e vai percorrer uma distância de 2,88m e o tempo gasto será o dobro de T_1 :

$$T_2 = 2T_1 = 1,6s$$

- b) 1) No ato da colisão haverá conservação da quantidade de movimento total:

$$\vec{Q}'_A + \vec{Q}'_B = \vec{Q}_B$$


$$|\vec{Q}'_A| = m v'_A; |\vec{Q}'_B| = m v'_B = m \cdot 1,8 \text{ (SI)}$$

$$|\vec{Q}_B| = m v_B = m \cdot 3,0 \text{ (SI)}$$

Do triângulo da figura:

$$|\vec{Q}_B|^2 = |\vec{Q}'_A|^2 + |\vec{Q}'_B|^2$$

$$9,0m^2 = m^2(v'_A)^2 + m^2(1,8)^2$$

$$9,0 = (v'_A)^2 + 3,24 \text{ (SI)}$$

$$(v'_A)^2 = 9,0 - 3,24 = 5,76 \text{ (SI)}$$

$$v'_A = 2,4m/s$$

- 2) Cálculo do tempo gasto pela bola azul para chegar na caçapa C:

$$v'_A = \frac{\Delta s'}{\Delta t'} \Rightarrow 2,4 = \frac{0,72}{T_3}$$

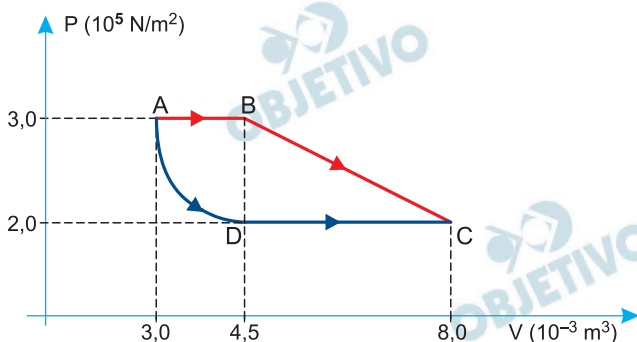
$$T_3 = \frac{0,72}{2,4} \text{ (s)}$$

$$T_3 = 0,30s$$

Respostas: a) $T_1 = 0,80s$ e $T_2 = 1,6s$

b) $T_3 = 0,30s$

Uma amostra de gás ideal pode ser levada de um estado inicial A para um estado final C segundo a transformação ABC ou segundo a transformação ADC, indicadas no diagrama $P \times V$. Sabe-se que a temperatura dessa amostra gasosa no estado A é $T_A = 450 \text{ K}$, que a transformação AD é isotérmica e que, na transformação BC, o gás recebeu 1250 J de calor de uma fonte externa.



Calcule, para essa amostra de gás:

- a temperatura, em kelvin, no estado C e a variação de energia interna, em joules, na transformação AD.
- a variação da energia interna, em joules, na transformação BC.

Resolução

$$\text{a)} \quad \frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_C V_C}{T_C}$$

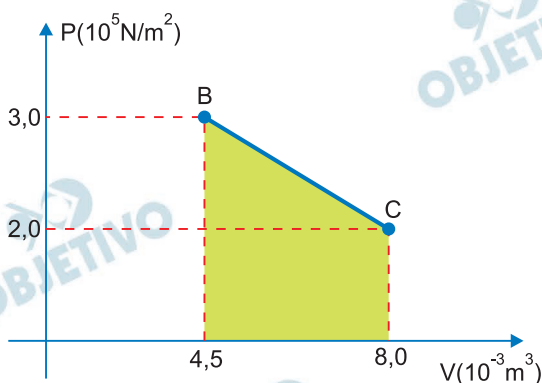
$$\frac{3,0 \cdot 10^5 \cdot 3,0 \cdot 10^{-3}}{450} = \frac{2,0 \cdot 10^5 \cdot 8,0 \cdot 10^{-3}}{T_C}$$

$$T_C = 800 \text{ K}$$

De acordo com o enunciado a transformação AD é isotérmica, logo:

$$\Delta U_{AD} = 0$$

b) Analisando-se apenas a transformação BC:



$$\tau \stackrel{N}{=} \text{área}$$

$$\tau = \frac{(3,0 \cdot 10^5 + 2,0 \cdot 10^5)}{2} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ (J)}$$

$$\tau = 875 \text{ J}$$

$$Q = \tau + \Delta U_{BC}$$

$$1250 = 875 + \Delta U_{BC}$$

$$\Delta U_{BC} = 375 \text{ J}$$

Outra solução:

$$\text{b) } \Delta U_{BC} = \frac{3}{2} (P_C V_C - P_B V_B)$$

$$\Delta U_{BC} = \frac{3}{2} (2,0 \cdot 10^5 \cdot 8,0 \cdot 10^{-3} - 3,0 \cdot 10^5 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3}) \text{ (J)}$$

$$\Delta U_{BC} = 375 \text{ J}$$

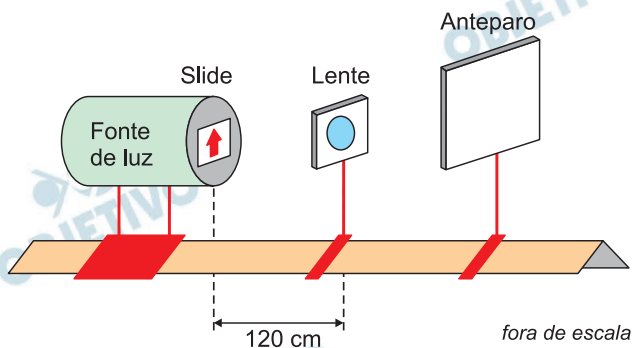
Respostas: a) $T_C = 800 \text{ K}$

$$\Delta U_{AD} = 0$$

$$\text{b) } \Delta U_{BC} = 375 \text{ J}$$

A figura mostra o esquema de um equipamento que permite o estudo de instrumentos e de fenômenos ópticos. Nessa figura, estão representados uma fonte de luz, uma lente convergente delgada e um anteparo. Movendo-se os suportes desses elementos, pode-se projetar uma imagem nítida de um slide na superfície do anteparo. Sabe-se que o eixo de simetria da fonte de luz coincide com o eixo principal da lente, que esse eixo é perpendicular ao plano que contém o anteparo, que a distância focal dessa lente é 40 cm e que ela obedece às condições de nitidez de Gauss.

Considere que o slide tenha 5 cm de altura e que inicialmente ele esteja fixo a 120 cm de distância do centro óptico da lente, também fixa.



- Calcule a que distância da lente, em cm, deve ser colocado o anteparo, para que uma imagem nítida do slide seja projetada sobre ele. Em seguida, calcule a altura dessa imagem, em cm.
- Mantendo a lente fixa, calcule qual deve ser a distância entre o slide e o anteparo, em cm, para que uma imagem nítida e duas vezes maior do que o slide seja projetada sobre o anteparo.

Resolução

$$f = 40\text{cm}$$

$$o = 5\text{cm}$$

$$p = 120\text{cm}$$

$$\text{a) } p' = ?$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{40} = \frac{1}{120} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{40} - \frac{1}{120} = \frac{1}{p'}$$

$$\frac{3-1}{120} = \frac{1}{p'}$$

$$p' = 60\text{cm}$$

$$i = ?$$

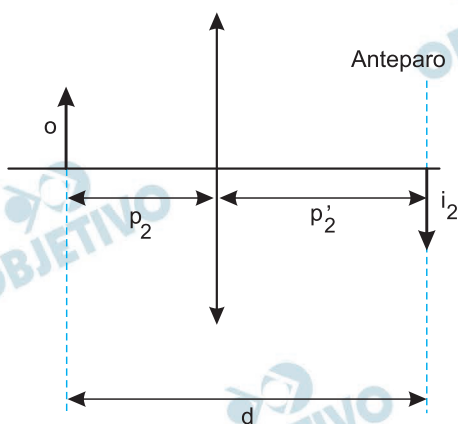
$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p}$$

$$\frac{i}{5} = \frac{-60}{120}$$

$$i = -2,5\text{cm}$$

$$|i| = 2,5\text{cm}$$

b)



$$d = ?$$

$$A = -2,0 \quad (-) \text{ imagem invertida}$$

$$p_2 = ?$$

$$A = \frac{f}{f - p_2}$$

$$-2,0 = \frac{40}{40 - p_2}$$

$$-40 + p_2 = 20$$

$$p_2 = 60\text{cm}$$

$$p'_2 = ?$$

$$A = \frac{-p'_2}{p_2 - p'_2}$$

$$-2,0 = \frac{-p'_2}{60 - p'_2}$$

$$p'_2 = 120\text{cm}$$

$$d = ?$$

Da figura, temos:

$$d = p_2 + p'_2$$

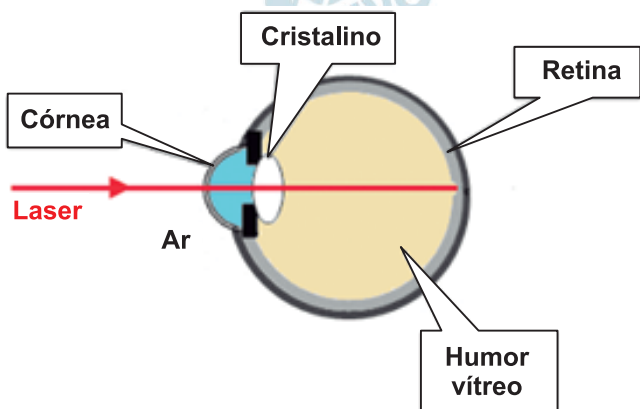
$$d = 60 + 120 \text{ (cm)}$$

$$d = 180 \text{ cm}$$

Respostas: a) 60cm e 2,5cm

b) 180cm

Na medicina, dentre outras aplicações, os raios laser são utilizados em tratamentos oftalmológicos. Considere que, em um tratamento de descolamento de retina, pulsos de laser de potência 200 mW e duração de 1,5 ms cada um são absorvidos pela retina, selando as rupturas e unindo as partes descoladas. Sabe-se que, enquanto se propaga pelo ar, esse laser tem frequência de $3,75 \times 10^{14}$ Hz e velocidade de 3×10^8 m/s.



(www.sbfisica.org.br. Adaptado.)

- Calcule o comprimento de onda desse laser, no ar, em metros. Em seguida, calcule a energia, em joules, fornecida à retina a cada pulso de laser que incide sobre ela.
- Em seu trajeto no interior do olho, o laser propaga-se pelo humor vítreo, um fluido transparente que preenche grande parte do globo ocular e que apresenta índice de refração absoluto de 1,25. Calcule o comprimento de onda desse laser, em metros, enquanto ele se propaga pelo humor vítreo.

Resolução

- a) 1) Da Equação Fundamental da Ondulatória, temos:

$$V = \lambda f$$

$$\lambda = \frac{V}{f}$$

$$\lambda_{\text{ar}} = \frac{3 \cdot 10^8}{3,75 \cdot 10^{14}} \text{ (m)}$$

$$\lambda_{\text{ar}} = 8,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

- 2) Cálculo da energia fornecida à retina a cada pulso de laser:

$$E = \text{Pot} \cdot \Delta t$$

$$E = 200 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ (J)}$$

$$E = 3,0 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

b) A partir do índice de refração absoluto do humor vítreo, temos:

$$n = \frac{c}{V}$$

$$1,25 = \frac{3 \cdot 10^8}{V}$$

$$V = 2,4 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Na refração da luz do ar para o humor vítreo, a frequência da onda não se altera

$$\lambda = \frac{V}{f}$$

$$\lambda_{\text{humor}} = \frac{2,4 \cdot 10^8}{3,75 \cdot 10^{14}} \text{ (m)}$$

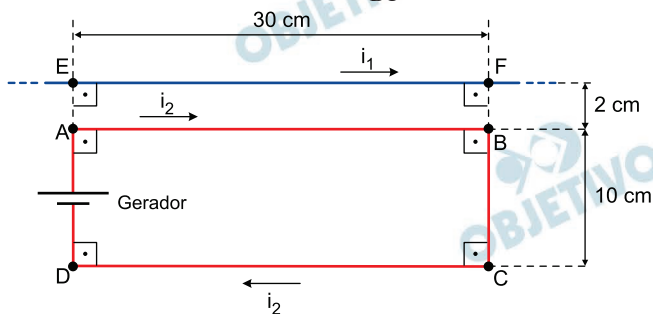
$$\lambda_{\text{humor}} = 6,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Respostas: a) $\lambda_{\text{ar}} = 8,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

$$E = 3,0 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

b) $\lambda_{\text{humor}} = 6,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

A figura mostra um circuito elétrico retangular ABCDA, alimentado por um gerador ideal, e um longo fio retilíneo, paralelo ao lado AB do circuito, sobre o qual estão assinalados dois pontos, E e F. O circuito e o fio estão contidos em um mesmo plano. As correntes elétricas indicadas na figura têm intensidades $i_1 = 5 \text{ A}$ e $i_2 = 2 \text{ A}$. Admita que o circuito é constituído por um fio homogêneo de espessura constante e que o trecho BC tem resistência elétrica constante $R_{BC} = 5 \times 10^{-3} \Omega$.



Considerando as medidas indicadas na figura e adotando o valor $\mu = 4 \times \pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$ para a permeabilidade magnética, calcule:

- a diferença de potencial, em volts, entre os pontos B e C do circuito e a resistência elétrica equivalente, em ohms, do trecho formado pelos lados AB, BC e CD do circuito.
- a intensidade da resultante das forças magnéticas, em newtons, devido às interações entre o segmento EF do fio e os lados AB e CD do circuito.

Resolução

- a) Cálculo da ddp entre os pontos B e C:

$$U_{BC} = R_{BC} \cdot i_2$$

$$U_{BC} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \text{ (V)}$$

$$U_{BC} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

Observando-se que as resistências elétricas dos fios são proporcionais aos respectivos comprimentos, temos:

$$R_{\text{eq}_{ABCD}} = R_{AB} + R_{BC} + R_{CD}$$

$$R_{\text{eq}_{ABCD}} = 3R_{BC} + R_{BC} + 3R_{BC}$$

$$R_{\text{eq}_{ABCD}} = 7R_{BC}$$

$$R_{\text{eq}_{ABCD}} = 7 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \Omega \Rightarrow R_{\text{eq}_{ABCD}} = 3,5 \cdot 10^{-2} \Omega$$

b) Calculemos, agora, as duas interações:

$$F_1 = \frac{\mu i_1 i_2 \ell}{2 \pi d}$$

$$F_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10^{-1}}{2 \pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \text{ (N)}$$

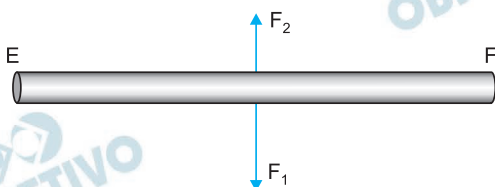
$$F_1 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

$$F_2 = \frac{\mu i_1 i_2 \ell}{2 \pi d'}$$

$$F_2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10^{-1}}{2 \pi \cdot 12 \cdot 10^{-2}} \text{ (N)}$$

$$F_2 = 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

Calculando a resultante dessas interações sobre o fio EF, temos:



Lembremos ainda que fios retilíneos e paralelos percorridos por correntes elétricas com mesmo sentido atraem-se e com sentidos opostos repelem-se, assim:

$$F_{\text{res}} = F_1 - F_2$$

$$F_{\text{res}} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ N} - 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

$$F_{\text{res}} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

Respostas: a) $1 \cdot 10^{-2} \text{ V}$;

$$3,5 \cdot 10^{-2} \Omega$$

b) $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ N}$

Uma plataforma de streaming oferece os seguintes planos de pagamento para os consumidores dos seus filmes:

Plano I – o cliente paga inicialmente uma taxa de anuidade de R\$ 286,00, e haverá pagamentos posteriores de R\$ 9,00 por filme que assistir;

Plano II – o cliente não paga taxa de anuidade, mas terá que pagar R\$ 16,50 por filme que assistir.

Considerando o período de um ano dos planos I e II,

- determine sob qual condição de uso o Plano I é mais vantajoso para o cliente que o Plano II.
- determine sob qual condição o gasto total com o Plano I excederia, em reais, o quadrado do número de filmes assistidos.

Resolução

Seja x o número de filmes que ele assiste.

a) 1) Plano I: $f(x) = 286 + 9x$

Plano II: $g(x) = 16,5 \cdot x$

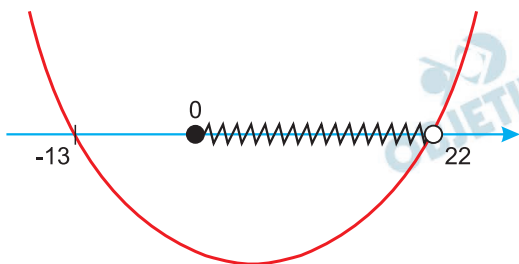
2) Para ser mais vantajoso o plano I, temos

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow 286 + 9x < 16,5x \Leftrightarrow 38,133... < x$$

$$\therefore x \geq 39 \text{ filmes}$$

b) $f(x) > x^2 \Leftrightarrow 286 + 9x > x^2 \Leftrightarrow 0 > x^2 - 9x - 286$

Resolvendo a inequação e considerando que o número de filmes não pode ser negativo, temos:

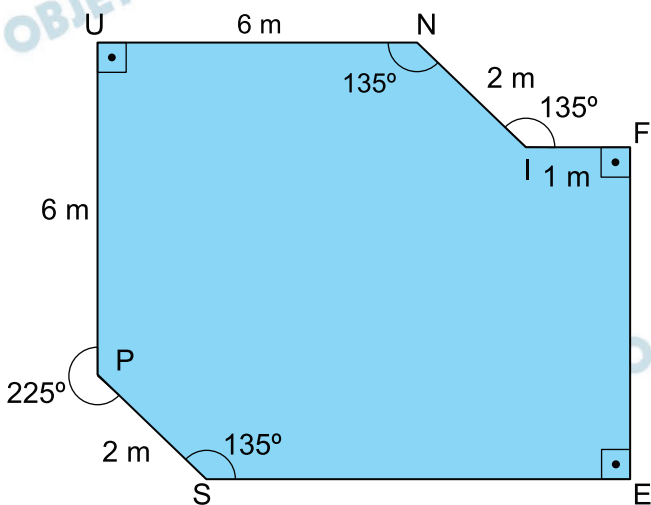


$$0 \leq x < 22 \text{ filmes}$$

Respostas: a) $x > 39$ filmes

b) $0 \leq x < 22$ filmes

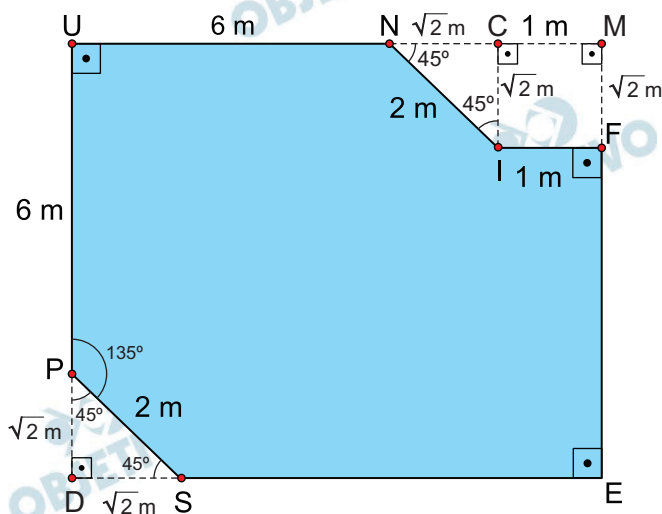
Um lago artificial tem a forma de prisma reto, cuja base é o polígono UNIFESP, com $UN = UP = 6$ m, $NI = PS = 2$ m, $IF = 1$ m, e ângulos indicados na figura.



- Calcule as medidas de $\overline{SE}$ e $\overline{FE}$, ambas em metros.
- Calcule a altura aproximada do lago, em centímetros e com uma casa decimal depois da vírgula, sabendo que o volume do lago é igual a $(7 + 2\sqrt{2})\text{ m}^3$.

Resolução

a) A partir do enunciado, temos:



- Na figura $DS = DP = CI = CN$ e $NI = PS = 2$ m, pois são catetos de triângulos retângulos e isósceles.

Assim,

$$DS \cdot \sqrt{2} = 2\text{ m} \Leftrightarrow DS = \frac{2}{\sqrt{2}} \text{ m} \Leftrightarrow DS = \sqrt{2} \text{ m}$$

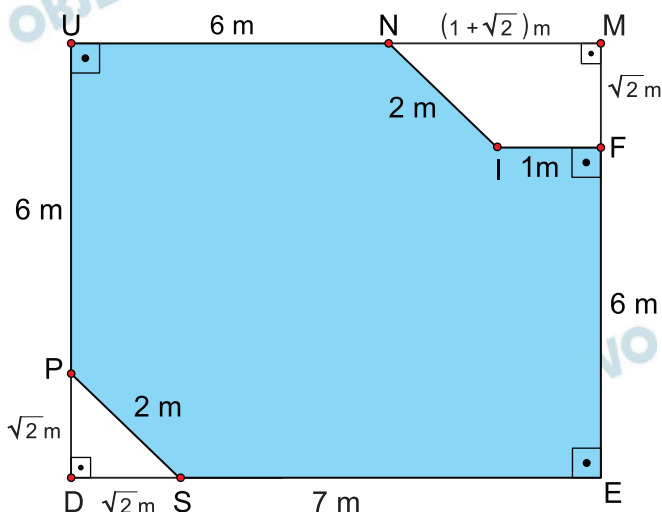
2) Como $\overline{MU} \parallel \overline{DE}$, tem-se:

$$6 \text{ m} + \sqrt{2} \text{ m} + 1 \text{ m} = \sqrt{2} \text{ m} + SE \Leftrightarrow SE = 7 \text{ m}$$

3) Como $\overline{ME} \parallel \overline{UD}$, tem-se

$$FE + \sqrt{2} \text{ m} = 6 \text{ m} + \sqrt{2} \text{ m} \Leftrightarrow FE = 6 \text{ m}$$

b)



1) A área do polígono UNIFESP, em m^2 , é igual a

$$\begin{aligned} (6 + \sqrt{2}) \cdot (7 + \sqrt{2}) - \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} - \left[\frac{(\sqrt{2} + 1 + 1) \cdot \sqrt{2}}{2} \right] &= \\ = 42 + 6\sqrt{2} + 7\sqrt{2} + 2 - 1 - (1 + \sqrt{2}) &= 42 + 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

2) Seja h , em metros, a altura do prisma reto, então

$$(42 + 12\sqrt{2}) \cdot h = 7 + 2\sqrt{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{7 + 2\sqrt{2}}{6(7 + 2\sqrt{2})} = \frac{1}{6} \text{ e, em cm,}$$

$$h = \frac{100}{6} \approx 16,6$$

Resposta: a) $SE = 7 \text{ m}$ e $FE = 6 \text{ m}$

b) $16,6 \text{ cm}$

**Brasileiros sentem o impacto
social e econômico do vício nas bets**



O crescimento das casas de apostas online no Brasil compromete diretamente o consumo e a renda das famílias brasileiras. A facilidade de acesso e a promessa de ganhos rápidos atraem um número crescente de brasileiros, que, de acordo com um levantamento de determinada instituição financeira, já gastaram cerca de 68 bilhões de reais em jogos virtuais nos últimos 12 meses (365 dias). Na mesma pesquisa, estima-se que 0,22% do PIB dos últimos 12 meses foi destinado às apostas online, já descontados os ganhos dos apostadores. Esse avanço demonstra que, à medida que as bets disputam espaços com outras formas de consumo, a renda disponível para educação, saúde e lazer torna-se cada vez mais comprimida.

(www.uff.br, 04.09.2024. Adaptado.)

- a) Determine o gasto médio diário aproximado dos brasileiros com jogos virtuais nos últimos 12 meses. Escreva sua resposta em notação científica, em reais.
- b) Admitindo 10,8 trilhões de reais como o valor do PIB brasileiro nos últimos 12 meses, calcule a diferença entre os 68 bilhões de reais, mencionados no texto, e a estimativa do valor do PIB destinado às apostas online, em reais. Escreva sua resposta em notação científica, em reais.

Resolução

- a) O gasto médio diário aproximado será dado por:

$$\frac{68 \cdot 10^9 \text{ reais}}{365 \text{ dias}} \cong 0,186 \cdot 10^9 = 1,86 \cdot 10^8 \text{ reais/dia}$$

b) A diferença pedida será dada por:

$$68 \cdot 10^9 - \frac{0,22}{100} \cdot 10,8 \cdot 10^{12} =$$
$$\cong 6,8 \cdot 10^{10} - 2,38 \cdot 10^{10} = 4,42 \cdot 10^{10} \text{ reais}$$

Respostas: a) $1,86 \cdot 10^8$ reais/dia

b) $4,42 \cdot 10^{10}$ reais

Considere uma escola com 1 099 alunos matriculados e admita um ano de 366 dias para responder às perguntas a seguir.

- a) Uma pessoa afirma que há pelo menos um dia no ano com pelo menos 4 dos 1 099 alunos matriculados sendo aniversariantes. Explique, com argumentos lógicos, por que essa afirmação é correta ou por que é errada.
- b) Qual teria que ser o número mínimo de alunos matriculados nessa escola para que houvesse algum dia do ano com 6 ou mais aniversariantes? Justifique sua resposta com argumentos lógicos.

Resolução

- a) Ao dividirmos 1098 alunos por 366 dias, obtemos, 3 alunos, no mínimo, matriculados por dia. Como o total de alunos é igual a 1099, temos, portanto, a certeza de que ao menos em um dia pelo menos 4 alunos aniversariantes matriculados. Logo, a afirmação está correta.
- b) Supondo que o enunciado queira que em pelo menos um dia tenhamos “com certeza”, 6 ou mais alunos aniversariantes matriculados, o número mínimo de alunos matriculados é
- $$5 \cdot 366 + 1 = 1831 \text{ alunos}$$

Obs.: É possível obtermos 6 alunos aniversariantes com apenas 6 alunos matriculados.

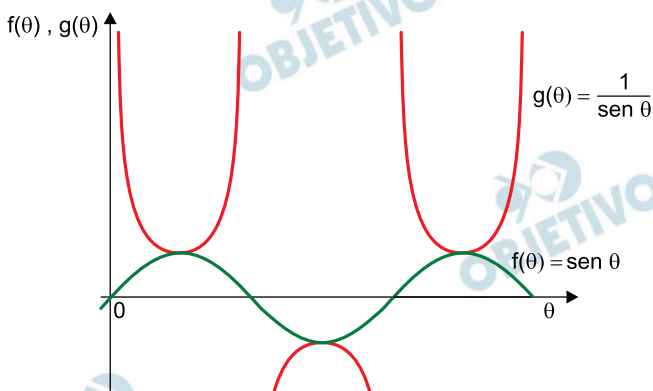
Respostas: a) É correta
b) 1831 alunos

Seja θ a medida de um ângulo tal que $0^\circ < \theta < 180^\circ$ e seja

$$f(\theta) = \frac{2}{\operatorname{sen} \theta} - \frac{\cos^2 \theta}{\operatorname{sen} \theta}.$$

a) Prove que $f(\theta)$ é igual a $\operatorname{sen} \theta + \frac{1}{\operatorname{sen} \theta}$.

b) Determine o menor valor possível de $f(\theta)$, considerando o gráfico a seguir:



Resolução

$$\begin{aligned} \text{a) } f(\theta) &= \frac{2}{\operatorname{sen} \theta} - \frac{\cos^2 \theta}{\operatorname{sen} \theta} = \frac{2 - (1 - \operatorname{sen}^2 \theta)}{\operatorname{sen} \theta} = \\ &= \frac{\operatorname{sen}^2 \theta}{\operatorname{sen} \theta} + \frac{1}{\operatorname{sen} \theta} = \operatorname{sen} \theta + \frac{1}{\operatorname{sen} \theta} \end{aligned}$$

b) Considerando a função

$$f(\theta) = \operatorname{sen} \theta + \frac{1}{\operatorname{sen} \theta}, \text{ e não } f(\theta) = \operatorname{sen} \theta,$$

como aparece no gráfico do enunciado.

Sendo $0^\circ < \theta < 180^\circ$, temos:

$$\frac{1}{\operatorname{sen} \theta} \geq \operatorname{sen} \theta \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{\operatorname{sen} \theta}} \geq \sqrt{\operatorname{sen} \theta} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\operatorname{sen} \theta}} - \sqrt{\operatorname{sen} \theta} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{\operatorname{sen} \theta}} - \sqrt{\operatorname{sen} \theta} \right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\operatorname{sen} \theta} - 2 + \operatorname{sen} \theta \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \operatorname{sen} \theta + \frac{1}{\operatorname{sen} \theta} \geq 2 \Leftrightarrow f(\theta) \geq 2$$

Logo, o menor valor possível de $f(\theta)$ é igual a 2.

Respostas: a) Demonstração

b) 2