

CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS

91

A deficiência de lipase ácida lisossômica é uma doença hereditária associada a um gene do cromossomo 10. Os pais dos pacientes podem não saber que são portadores dos genes da doença até o nascimento do primeiro filho afetado. Quando ambos os progenitores são portadores, existe uma chance, em quatro, de que seu bebê possa nascer com essa doença.

ANDERSON, R. A. et. al. in: Situ Localization of the Genetic Locus Encoding the Lysosomal Acid Lipase/Cholesteryl Esterase (LIPA) Deficient in Wolman Disease to Chromosome 10q23.2-q23.3. **Genomics**. n 1, jan. 1993 (adaptado).

Essa é uma doença hereditária de caráter

- a) recessivo.
- b) dominante.
- c) codominante.
- d) poligênico.
- e) polialélico.

Resolução

A doença em questão é causada por um gene recessivo, pois os pais, sendo portadores mas não afetados, serão heterozigotos, e um descendente que manifeste a doença será homozigoto recessivo.

Resposta: **A**

O quadro lista alguns dispositivos eletrônicos que estão presentes no dia a dia, bem como a faixa de força eletromotriz necessária ao seu funcionamento.

| Dispositivo eletrônico | | Faixa de força eletromotriz (V) |
|------------------------|-----------------------------|---------------------------------|
| I | Relógio de parede | 1,2 a 1,5 |
| II | Celular | 3,5 a 3,8 |
| III | Câmera digital | 7,5 a 7,8 |
| IV | Carrinho de controle remoto | 10,5 a 10,9 |
| V | Notebook/Laptop | 19,5 a 20,0 |

Considere que uma bateria é construída pela associação em série de três pilhas de lítio-iodo, nas condições-padrão, conforme as semiequações de redução apresentadas.



Essa bateria é adequada para o funcionamento de qual dispositivo eletrônico?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

Resolução

Cálculo da diferença de potencial da pilha de lítio-iodo:

$$\Delta E^0 = E_{\text{red catodo}}^0 - E_{\text{red anodo}}^0$$

$$\Delta E^0 = +0,54\text{V} - (-3,05\text{V})$$

$$\Delta E^0 = 3,59\text{V}$$

Como as pilhas estão em série, a tensão é dada pela soma das tensões das três pilhas.

$$\Delta E^0 = 3,59\text{V} \cdot 3$$

$$\Delta E^0 = 10,77\text{V}$$

Portanto, elas permitem o funcionamento adequado do carrinho de controle remoto.

Resposta: **D**

O alcoolômetro Gay Lussac é um instrumento destinado a medir o teor de álcool, em porcentagem de volume (v/v), de soluções de água e álcool na faixa de 0°GL a 100°GL com divisões de 0,1°GL. A concepção do alcoolômetro se baseia no princípio de flutuabilidade de Arquimedes, semelhante ao funcionamento de um densímetro. A escala do instrumento é aferida a 20°C, sendo necessária a correção da medida, caso a temperatura da solução não esteja na temperatura de aferição. É apresentada parte da tabela de correção de um alcoolômetro, com a temperatura.

| Tabela de correção do alcoolômetro com temperatura 20°C | | | | | | |
|---|-----------------------------|------|------|------|------|------|
| °GL | Leitura da temperatura (°C) | | | | | |
| | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| 35 | 35,0 | 34,6 | 34,2 | 33,8 | 33,4 | 33,0 |
| 36 | 36,0 | 35,6 | 35,2 | 34,8 | 34,4 | 34,0 |

Manual alcoolômetro Gay Lussac. Disponível em: www.incoterm.com.br. Acesso em: 4 dez. 2018 (adaptado).

É necessária a correção da medida do instrumento, pois um aumento na temperatura promove o(a)

- a) aumento da dissociação da água.
- b) aumento da densidade da água e do álcool.
- c) mudança do volume dos materiais por dilatação.
- d) aumento da concentração de álcool durante a medida.
- e) alteração das propriedades químicas da mistura álcool e água.

Resolução

O aumento de temperatura provoca dilatação dos materiais e, portanto, aumento do volume das substâncias presentes na mistura.

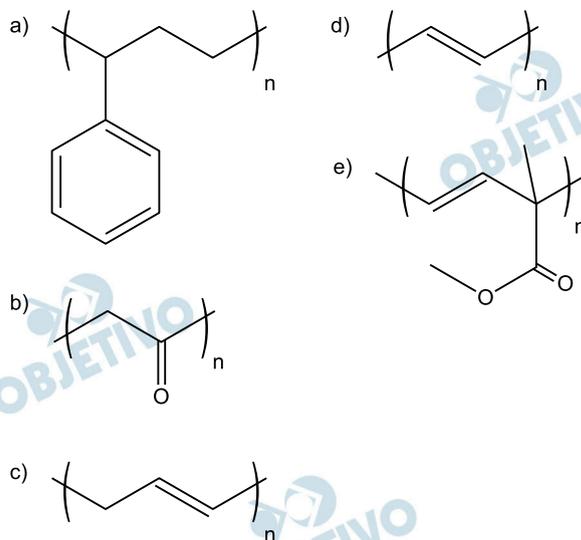
O aumento do volume dos componentes da mistura provoca aumento do volume da mistura e, portanto, diminuição da concentração (% em V/V) de álcool na mistura, como mostrado na tabela fornecida.

Resposta: **C**

O Prêmio Nobel de Química de 2000 deveu-se à descoberta e ao desenvolvimento de polímeros condutores. Esses materiais têm ampla aplicação em novos dispositivos eletroluminescentes (LEDs), células fotovoltaicas etc. Uma propriedade-chave de um polímero condutor é a presença de ligações duplas conjugadas ao longo da cadeia principal do polímero.

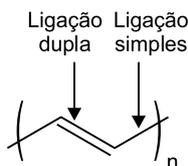
ROCHA FILHO, R. C. Polímeros condutores: descoberta e aplicações. *Química Nova na Escola*. n. 12, 2000 (adaptado).

Um exemplo desse polímero é representado pela estrutura

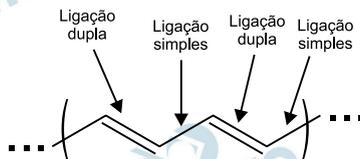


Resolução

O polímero que possui duplas conjugadas (ligações duplas separadas por ligação simples) é o composto com a fórmula abaixo:



Utilizando duas unidades, podemos observar as duplas conjugadas:



Resposta: **D**

Estudo aponta que a extinção de preguiças-gigantes, cuja base da dieta eram frutos e sementes, provocou impactos consideráveis na vegetação do Pantanal brasileiro. A flora, embora não tenha desaparecido, tornou-se menos abundante que no passado, além de ocupar áreas mais restritas.

BICUDO, F. Jardineiros da pesada. Ecologia. **Pesquisa Fapesp**, ed. 231, maio 2015 (adaptado).

O evento descrito com a flora ocorreu em razão da redução

- a) da produção de flores.
- b) do tamanho das plantas.
- c) de fatores de disseminação das sementes.
- d) da quantidade de sementes por fruto.
- e) dos habitats disponíveis para as plantas.

Resolução

A extinção das preguiças-gigantes influenciou na redução da área e da abundância da flora devido ao fato desses animais utilizarem frutas e sementes na sua dieta e, com o desaparecimento deles, a dispersão dos vegetais diminuiu.

Resposta: **C**

Carros elétricos estão cada vez mais baratos, no entanto, os órgãos governamentais e a indústria se preocupam com o tempo de recarga das baterias, que é muito mais lento quando comparado ao tempo gasto para encher o tanque de combustível. Portanto, os usuários de transporte individual precisam se conscientizar dos ganhos ambientais dessa mudança e planejar com antecedência seus percursos, pensando em pausas necessárias para recargas.

Após realizar um percurso de 110 km, um motorista pretende recarregar as baterias de seu carro elétrico, que tem um desempenho médio de 5,0 km/kWh, usando um carregador ideal que opera a uma tensão de 220 V e é percorrido por uma corrente de 20 A.

Quantas horas são necessárias para recarregar a energia utilizada nesse percurso?

- a) 0,005 b) 0,125 c) 2,5 d) 5,0 e) 8,0

Resolução

Cálculo da energia elétrica consumida no percurso

$$1,0 \text{ kWh} \text{ ——— } 5,0 \text{ km}$$

$$\epsilon_{el} \text{ ——— } 110 \text{ km}$$

$$\epsilon_{el} = \frac{110}{5,0} \text{ (kWh)} \Rightarrow \epsilon_{el} = 22 \text{ kWh}$$

O carregador ideal opera com uma potência dada por:

$$P = i \cdot U$$

$$P = 20 \cdot 220 \text{ (W)}$$

$$P = 4400 \text{ W} = 4,4 \text{ kW}$$

Podemos, então, determinar o tempo necessário para recarga da bateria.

$$\epsilon_{el} = P \cdot \Delta t$$

$$22 = 4,4 \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = 5,0 \text{ h}$$

Resposta: **D**

Nas angiospermas, além da fertilização da oosfera, existe uma segunda fertilização que resulta num tecido triploide.

Essa segunda fertilização foi importante evolutivamente, pois viabilizou a formação de um tecido de

- a) nutrição para o fruto.
- b) reserva para o embrião.
- c) revestimento para a semente.
- d) proteção para o megagametófito.
- e) vascularização para a planta jovem.

Resolução

A segunda fecundação nas angiospermas, a qual corresponde à união do 2º núcleo espermático com os dois núcleos polares, gera o endosperma secundário ou albúmen 3N. Este tecido é importante no armazenamento da reserva nutritiva para o embrião.

Resposta: **B**

Com o objetivo de proporcionar aroma e sabor a diversos alimentos, a indústria alimentícia se utiliza de flavorizantes. Em geral, essas substâncias são ésteres, como as apresentadas no quadro.

| Nome | Fórmula | Aroma |
|-------------------------|------------------------------|---------|
| Benzoato de metila | $C_6H_5CO_2CH_3$ | Kiwi |
| Acetato de isoamila | $CH_3CO_2(CH_2)_2CH(CH_3)_2$ | Banana |
| Acetato de benzila | $CH_3CO_2CH_2C_6H_5$ | Pêssego |
| Propanoato de isobutila | $CH_3CH_2CO_2CH_2CH(CH_3)_2$ | Rum |
| Antranilato de metila | $C_6H_4NH_2CO_2CH_3$ | Uva |

O aroma do flavorizante derivado do ácido etanoico e que apresenta cadeia carbônica saturada é de

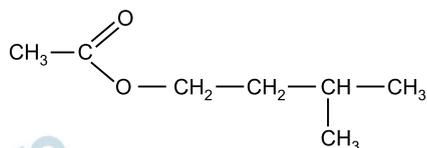
- a) kiwi
- b) banana.
- c) pêssego.
- d) rum.
- e) uva.

Resolução

O aroma do flavorizante derivado do ácido etanoico

(acético), de fórmula $CH_3-C \begin{matrix} \text{O} \\ // \\ \text{OH} \end{matrix}$ e que apresenta

cadeia carbônica saturada (ligação simples entre átomos de carbono) é o acetato de isoamila:



aroma de banana

Resposta: **B**

O eletrocardiograma é um exame cardíaco que mede a intensidade dos sinais elétricos advindos do coração. A imagem apresenta o resultado típico obtido em um paciente saudável e a intensidade do sinal (V_{EC}) em função do tempo.



De acordo com o eletrocardiograma apresentado, qual foi o número de batimentos cardíacos por minuto desse paciente durante o exame?

- a) 30 b) 60 c) 100 d) 120 e) 180

Resolução

(I) Da figura (eletrocardiograma), obtém-se o período T dos batimentos cardíacos do paciente.

$$T = 5 \cdot 0,2 \text{ (s)} \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$

(II) A frequência f é o inverso do período:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{1} \text{ (s}^{-1} \text{ ou Hz)}$$

$$f = 1 \text{ Hz}$$

(III) $f = \frac{N}{\Delta t} \Rightarrow 1 = \frac{N}{60}$

$$N = 60 \text{ batimentos cardíacos}$$

Resposta: **B**

Entre 2014 e 2016, as regiões central e oeste da África sofreram uma grave epidemia de febre hemorrágica causada pelo vírus ebola, que se manifesta em até 21 dias após a infecção e cuja taxa de letalidade (enfermos que vão a óbito) pode chegar a 90%. Em regiões de clima tropical e subtropical, um outro vírus também pode causar febre hemorrágica: o vírus da dengue, que, embora tenha período de incubação menor (até 10 dias), apresenta taxa de letalidade abaixo de 1%.

Disponível em: www.who.int. Acesso em: 1 fev. 2017 (adaptado).

Segundo as informações do texto e aplicando princípios de evolução biológica às relações do tipo patógeno-hospedeiro, qual dos dois vírus infecta seres humanos há mais tempo?

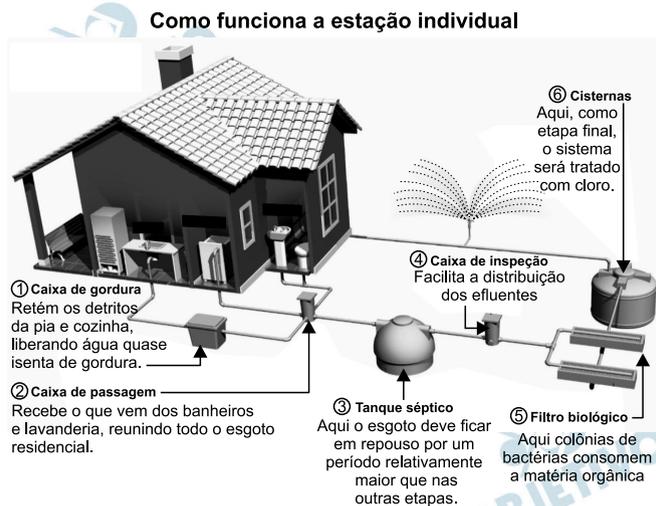
- a) Ebola, pois o maior período de incubação reflete duração mais longa do processo de coevolução patógeno-hospedeiro.
- b) Dengue, pois o menor período de incubação reflete duração mais longa do processo de coevolução patógeno-hospedeiro.
- c) Ebola, cuja alta letalidade indica maior eficiência do vírus em parasitar seus hospedeiros, estabelecida ao longo de sua evolução.
- d) Ebola, cujos surtos epidêmicos concentram-se no continente africano, reconhecido como berço da origem evolutiva dos seres humanos.
- e) Dengue, cuja baixa letalidade indica maior eficiência do vírus em parasitar seus hospedeiros, estabelecida ao longo da coevolução patógeno-hospedeiro.

Resolução

Com menor taxa de letalidade, o vírus da dengue mostra-se mais eficiente em se disseminar ao longo do tempo.

Resposta: E

A imagem apresenta as etapas do funcionamento de uma estação individual para tratamento do esgoto residencial.



TAVARES. K. Estações de tratamento de esgoto individuais permitem e reutilização da água. Disponível em: <https://extra.globo.com>. Acesso em: 18 nov. 2014 (adaptado).

Em qual etapa decanta-se o lodo a ser separado do esgoto residencial?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 5
- e) 6

Resolução

Passando pela caixa de gordura e caixa de passagem, o esgoto segue para o tanque séptico (3) onde ficará por um certo período de tempo.

A água tende a decantar os sólidos mais pesados para o fundo, onde formarão um lodo.

Resposta: **C**

O plantio por estaquia é um método de propagação de plantas no qual partes de um espécime são colocadas no solo para produzir novas gerações. Na floricultura, é comum utilizar o caule das roseiras para estaquia, pois a propagação da planta é positiva em razão da aplicação de auxinas na porção inferior do caule.

A utilização de auxinas no método de estaquia das roseiras contribui para

- a) floração da planta.
- b) produção de gemas laterais.
- c) formação de folhas maiores.
- d) formação de raízes adventícias.
- e) produção de compostos energéticos.

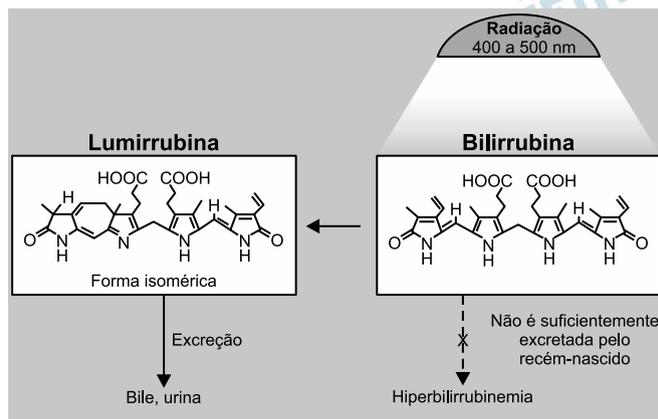
Resolução

As auxinas são fitormônios de extrema importância no desenvolvimento dos vegetais. São utilizadas para estimular a formação de raízes adventícias quando aplicadas em estacas.

Resposta: **D**

A icterícia, popularmente conhecida por amarelão, é uma patologia frequente em recém-nascidos. Um bebê com icterícia não consegue metabolizar e excretar de forma eficiente a bilirrubina. Com isso, o acúmulo dessa substância deixa-o com a pele amarelada. A fototerapia é um tratamento da icterícia neonatal, que consiste na irradiação de luz no bebê. Na presença de luz, a bilirrubina é convertida no seu isômero lumirrubina que, por ser mais solúvel em água, é excretada pela bile ou pela urina. A imagem ilustra o que ocorre nesse tratamento.

MOREIRA. M. et al. **O recém-nascido de alto risco: teoria e prática do cuidar** [on-line]. Rio de Janeiro: Fiocruz, 2004 (adaptado).



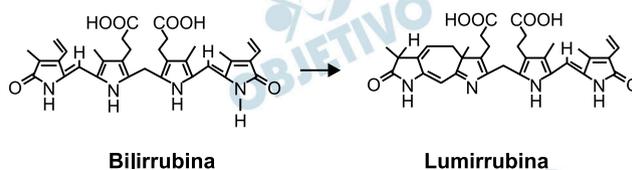
WANG. J. et al. Challenges of phototherapy for neonatal hyperbilirubinemia (Review). **Experimental and Therapeutic Medicine**. n. 21, 2021 (adaptado).

Na fototerapia, a luz provoca a conversão da bilirrubina no seu isômero

- ótico.
- funcional.
- de cadeia.
- de posição.
- geométrico.

Resolução

A transformação da bilirrubina em lumirrubina (também chamada de ciclobilirrubina) é um caso de isomeria de cadeia.



Observe que do lado esquerdo da fórmula ocorre fechamento da cadeia carbônica.

Nota: Segundo alguns autores, o grupo N presente na lumirrubina define a função imina. Outros autores consideram como sendo amina, não havendo, portanto, isomeria de função, o que aconteceu na questão 74 da Unesp-2016.

A banca examinadora fez por bem porque a função imina não é dada no ensino médio.

Resposta: C

Analisando a ficha técnica de um automóvel popular, verificam-se algumas características em relação ao seu desempenho. Considerando o mesmo automóvel em duas versões, uma delas funcionando a álcool e outra, a gasolina, tem-se os dados apresentados no quadro, em relação ao desempenho de cada motor.

| Parâmetro | Motor a gasolina | Motor a álcool |
|-------------------|--------------------------|--------------------------|
| Aceleração | de 0 a 100 km/h em 13,4s | de 0 a 100 km/h em 12,9s |
| Velocidade máxima | 165 km/h | 163 km/h |

Considerando desprezível a resistência do ar, qual versão apresenta a maior potência?

- Como a versão a gasolina consegue a maior aceleração, esta é a que desenvolve a maior potência.
- Como a versão a gasolina atinge o maior valor de energia cinética, esta é a que desenvolve a maior potência.
- Como a versão a álcool apresenta a maior taxa de variação de energia cinética, esta é a que desenvolve a maior potência.
- Como ambas as versões apresentam a mesma variação de velocidade no cálculo da aceleração, a potência desenvolvida é a mesma.
- Como a versão a gasolina fica com o motor trabalhando por mais tempo para atingir os 100 km/h, esta é a que desenvolve a maior potência.

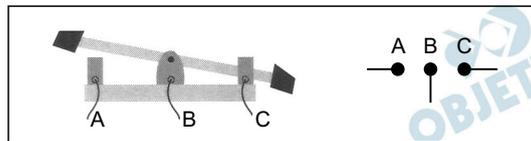
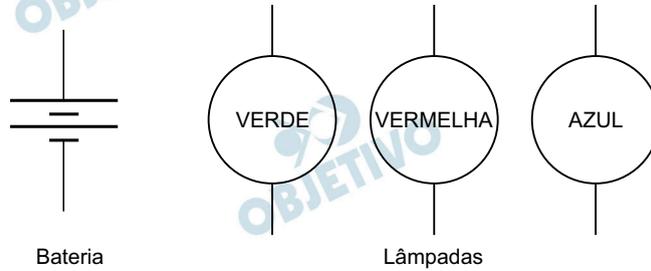
Resolução

O conceito de Potência nos remete à taxa de transferência de energia cinética, isto é, a razão entre a energia cinética e o tempo gasto para obtê-la.

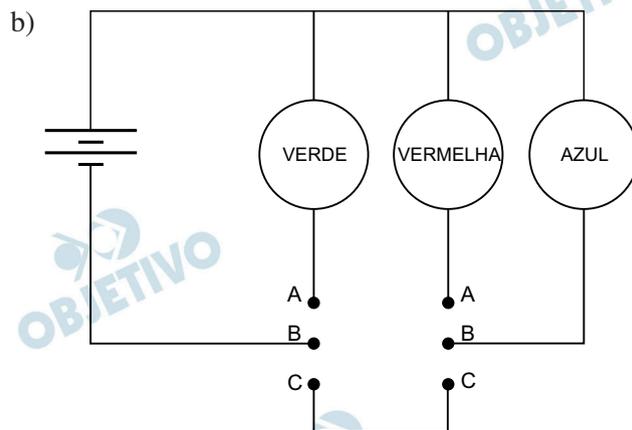
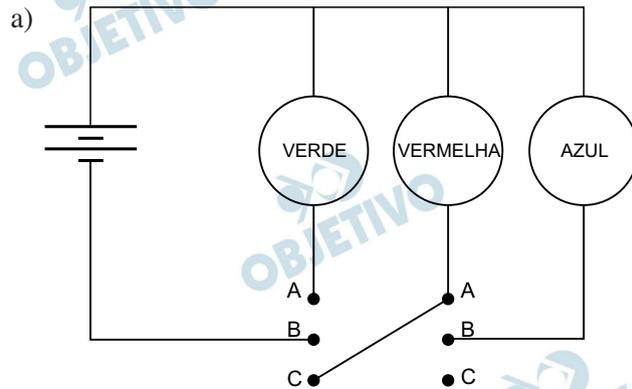
De 0 a 100km/h a variação de energia cinética é a mesma, porém, o tempo gasto pela versão à álcool é menor (12,9s) e, portanto, o carro à álcool desenvolve maior potência.

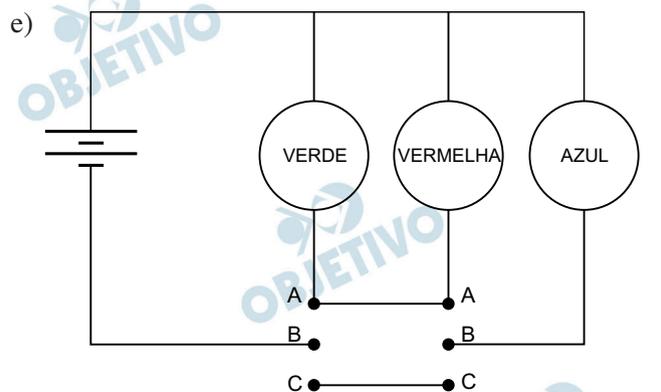
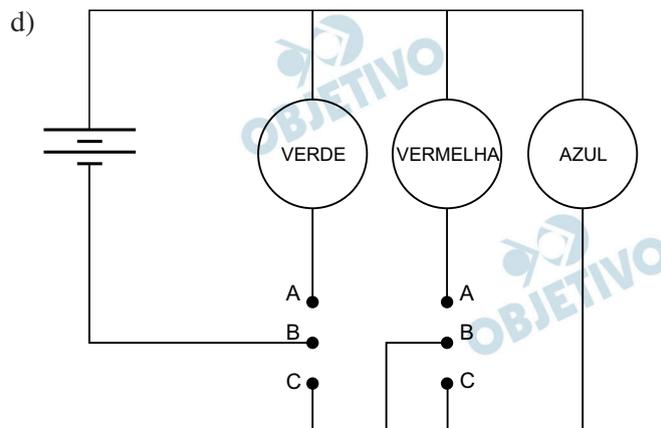
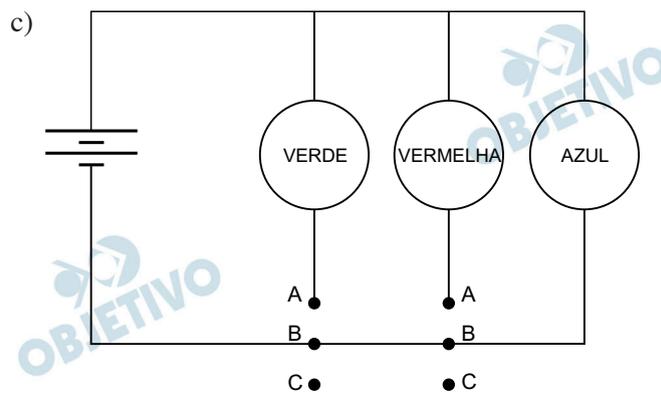
Resposta: C

Um garoto precisa montar um circuito que acenda três lâmpadas de cores diferentes, uma de cada vez. Ele dispõe das lâmpadas, de fios, uma bateria e dois interruptores, como ilustrado, junto com seu símbolo de três pontos. Quando esse interruptor fecha AB, abre BC e vice-versa.



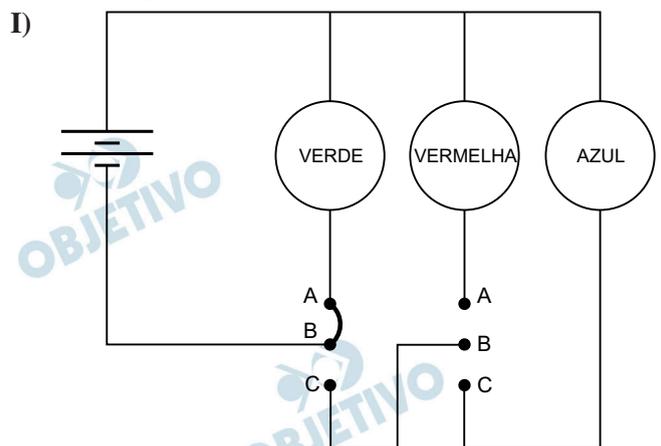
O garoto fez cinco circuitos elétricos usando os dois interruptores, mas apenas um satisfaz a sua necessidade. Esse circuito é representado por



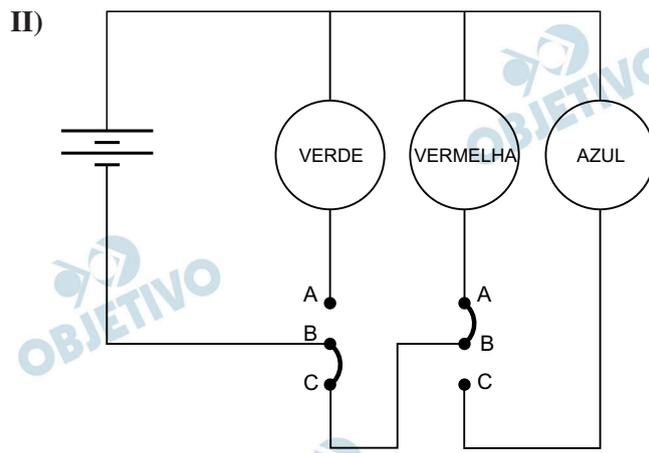


Resolução

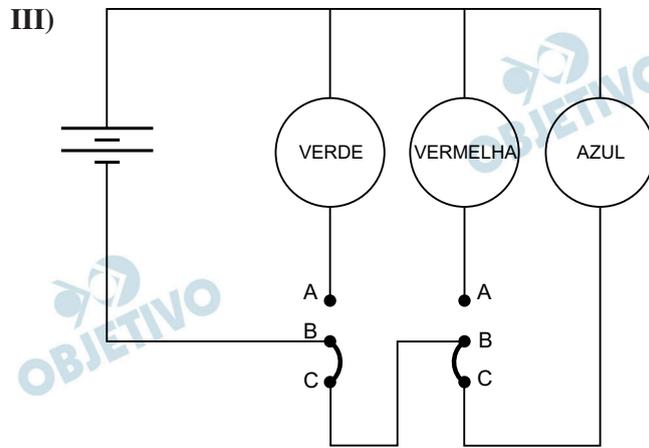
Para que uma única lâmpada se acenda de cada vez, o circuito que satisfaz a condição é o da alternativa D.



Nesta situação, somente a lâmpada verde acende.



Nesta situação, somente a lâmpada vermelha acende.



Nesta situação, somente a lâmpada azul acende.

Resposta: **D**

O emprego de células de combustível a hidrogênio pode ser uma tecnologia adequada ao transporte automotivo. O quadro apresenta características de cinco tecnologias mais proeminentes de células de combustível.

| Tipo de célula de combustível | Temperatura operacional (°C) | Eletrólito | Semirreações nos eletrodos |
|-------------------------------|------------------------------|---|--|
| AFC | 90 - 100 | Hidróxido de potássio aquoso | $\text{H}_2 + 2 \text{OH}^- \rightarrow 2 \text{H}_2\text{O} + 2 \text{e}^-$ $\frac{1}{2} \text{O}_2 + \text{H}_2\text{O} + 2 \text{e}^- \rightarrow 2 \text{OH}^-$ |
| MSFC | 600 - 1000 | Carbonatos de lítio, sódio e/ou potássio fundidos | $\text{H}_2 + \text{CO}_3^{2-} \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2 + 2 \text{e}^-$ $\frac{1}{2} \text{O}_2 + \text{CO}_2 + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{CO}_3^{2-}$ |
| PEM | 60 - 100 | Ácido poliperfluorossulfônico sólido | $\text{H}_2 \rightarrow 2 \text{H}^+ + 2 \text{e}^-$ $\frac{1}{2} \text{O}_2 + 2 \text{H}^+ + 2 \text{e}^- \rightarrow \text{H}_2\text{O}$ |
| PAFC | 175 - 200 | Ácido fosfórico líquido | |
| SOFC | 600 - 1000 | Óxido de zircônio(IV) sólido | |

Testes operacionais com esses tipos de células têm indicado que as melhores alternativas para veículos são as que operam em baixos níveis de energia térmica, são formadas por membranas de eletrólitos poliméricos e ocorrem em meio ácido.

THOMAS, S; ZALBOWITZ, M. **Full cells**: green power. Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, NM. 1999 (adaptado).

A tecnologia testada mais adequada para o emprego em veículos automotivos é a célula de combustível

- AFC.
- MSFC.
- PEM.
- PAFC.
- SOFC.

Resolução

Nas células de combustível a hidrogênio, ocorre a seguinte reação:



Na célula AFC a reação se dá em meio básico (OH^-) na presença de hidróxido de potássio aquoso.

Na célula MSFC a reação ocorre na presença de carbonatos com produção e posterior consumo de CO_2 .

Nas células PEM, PAFC, SOFC, a reação se dá em meio ácido (H^+).

A que opera em baixa temperatura (60°C - 100°C) e na presença de membrana de eletrólito polimérico (ácido poliperfluorossulfônico) é a PEM.

Resposta: C

Considere a tirinha, na situação em que a temperatura do ambiente é inferior a temperatura corporal dos personagens.



WATTERSON. B. Disponível em: <https://novaescola.org.br>.

Acesso em: 11 ago. 2014.

O incômodo mencionado pelo personagem da tirinha deve-se ao fato de que, em dias úmidos,

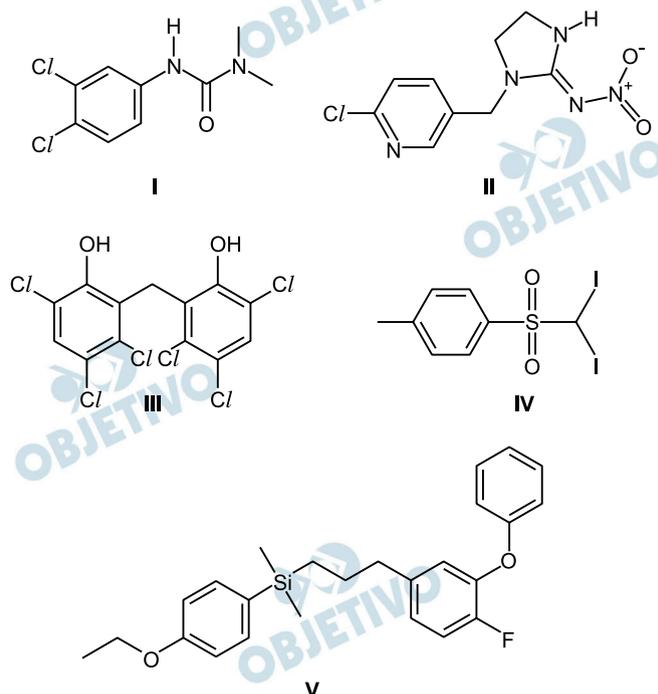
- a) a temperatura do vapor-d'água presente no ar é alta.
- b) o suor apresenta maior dificuldade para evaporar do corpo.
- c) a taxa de absorção de radiação pelo corpo torna-se maior.
- d) o ar torna-se mau condutor e dificulta o processo de liberação de calor.
- e) o vapor-d'água presente no ar condensa-se ao entrar em contato com a pele.

Resolução

O incômodo mencionado pelo personagem da tirinha deve-se ao fato de que, em dias úmidos, o suor tem maior dificuldade para evaporar do corpo e retirar calor da pele para refrescá-la.

Resposta: **B**

As águas subterrâneas têm sido contaminadas pelo uso de pesticidas na agricultura. Entre as várias substâncias usualmente encontradas, algumas são apresentadas na figura. A distinção dessas substâncias pode ser feita por meio de uma análise química qualitativa, ou seja, determinando sua presença mediante a adição de um reagente específico. O hidróxido de sódio é capaz de identificar a presença de um desses pesticidas pela reação ácido-base de Brønsted-Lowry.



O teste positivo será observado com o pesticida

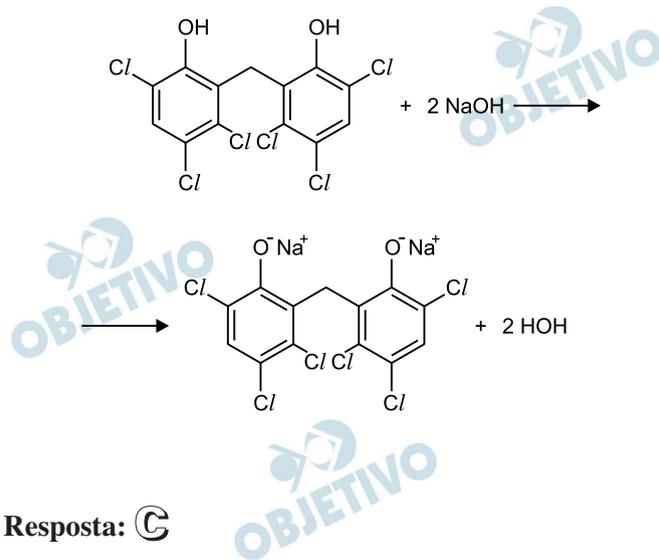
- I.
- II.
- III.
- IV.
- V.

Resolução

Identifica-se o pesticida usando NaOH por meio da reação ácido-base de Brønsted-Lowry.

Logo, o pesticida deve apresentar caráter ácido.

O pesticida III apresenta a função fenol, com caráter ácido.



Resposta: **C**

Com o aumento da população de suínos no Brasil, torna-se necessária a adoção de métodos para reduzir o potencial poluidor dos resíduos dessa agroindústria, uma vez que, comparativamente ao esgoto doméstico, os dejetos suínos são 200 vezes mais poluentes. Sendo assim, a utilização desses resíduos como matéria-prima na obtenção de combustíveis é uma alternativa que permite diversificar a matriz energética nacional, ao mesmo tempo em que parte dos recursos hídricos do país são preservados.

BECK, A. M. Resíduos suínos como alternativa energética sustentável. XXVII Encontro Nacional de Engenharia de Produção.

Anais ENEGEP, Foz do Iguaçu, 2007 (adaptado).

O biocombustível a que se refere o texto é o

- a) etanol.
- b) biogás.
- c) butano.
- d) metanol.
- e) biodiesel.

Resolução

Biogás é um tipo de biocombustível produzido a partir de materiais orgânicos de origem vegetal e animal que são decompostos produzindo uma mistura de gases na qual predomina o metano (CH₄).



Resposta: **B**

A curcumina, uma das substâncias que confere a cor alaranjada ao açafrão, pode auxiliar no combate à dengue quando adicionada à água de criadouros do mosquito transmissor. Essa substância acumula-se no intestino do inseto após ser ingerida com a água do criadouro e, quando ativada pela luz, induz a produção de espécies reativas de oxigênio que danificam de forma fatal o tecido do tubo digestório.

TOLEDO, K. **Corante extraído do açafrão pode ser útil no combate à dengue**. Disponível em: <http://agencia.fapesp.br>. Acesso em: 25 abr. 2015 (adaptado).

A forma de combate relatada tem como atividade o(a)

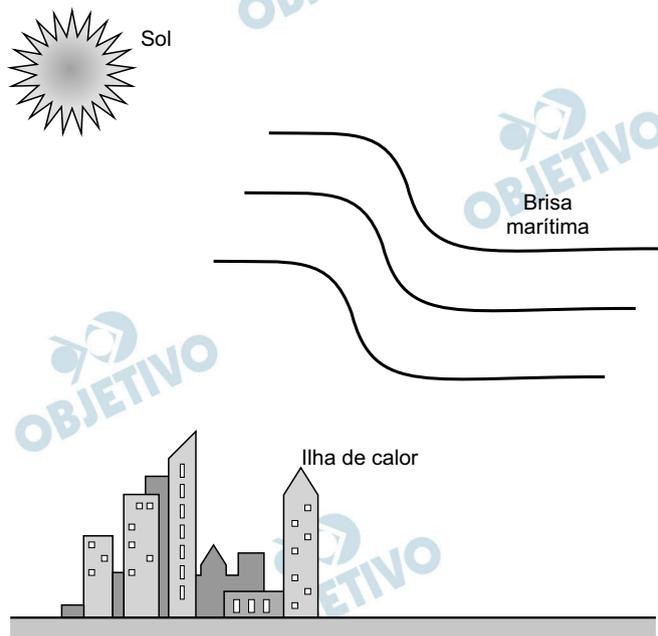
- a) morte do indivíduo adulto.
- b) redução da eclosão dos ovos.
- c) comprometimento da metamorfose.
- d) impedimento do desenvolvimento da larva.
- e) repelência da forma transmissora da doença.

Resolução

A destruição do tecido do tubo digestório da larva do vetor da dengue ocasiona a sua morte, diminuindo o risco da transmissão da virose.

Resposta: **D**

Na cidade de São Paulo, as ilhas de calor são responsáveis pela alteração da direção do fluxo da brisa marítima que deveria atingir a região de mananciais. Mas, ao cruzar a ilha de calor, a brisa marítima agora encontra um fluxo de ar vertical, que transfere para ela energia térmica absorvida das superfícies quentes da cidade, deslocando-a para altas altitudes. Dessa maneira, há condensação e chuvas fortes no centro da cidade, em vez de na região de mananciais. A imagem apresenta os três subsistemas que trocam energia nesse fenômeno.



No processo de fortes chuvas no centro da cidade de São Paulo, há dois mecanismos dominantes de transferência de calor: entre o Sol e a ilha de calor, e entre a ilha de calor e a brisa marítima.

VIVEIROS. M. **Ilhas de calor afastam chuvas de represas.**

Disponível em: www2.feis.unesp.br.

Acesso em: 3 dez. 2019 (adaptado).

Esses mecanismos são, respectivamente,

- a) irradiação e convecção.
- b) irradiação e irradiação.
- c) condução e irradiação.
- d) convecção e irradiação.
- e) convecção e convecção.

Resolução

O mecanismo dominante de transferência de calor entre o Sol e a ilha de calor é a irradiação e, entre a ilha de calor e a brisa marítima, é a convecção das massas de ar.

No seu estudo sobre a queda dos corpos, Aristóteles afirmava que se abandonarmos corpos leves e pesados de uma mesma altura, o mais pesado chegaria mais rápido ao solo. Essa ideia está apoiada em algo que é difícil de refutar, a observação direta da realidade baseada no senso comum.

Após uma aula de física, dois colegas estavam discutindo sobre a queda dos corpos, e um tentava convencer o outro de que tinha razão:

Colega A: “O corpo mais pesado cai mais rápido que um menos pesado, quando largado de uma mesma altura. Eu provo, largando uma pedra e uma rolha. A pedra chega antes. Pronto! Tá provado!”.

Colega B: Eu não acho! Peguei uma folha de papel esticado e deixei cair. Quando amassei, ela caiu mais rápido. Como isso é possível? Se era a mesma folha de papel, deveria cair do mesmo jeito. Tem que ter outra explicação!”.

HÜLSENDEGER, M, Uma análise das concepções dos alunos sobre a queda dos corpos. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, n. 3. dez. 2004 (adaptado).

O aspecto físico comum que explica a diferença de comportamento dos corpos em queda nessa discussão é o(a)

- a) peso dos corpos.
- b) resistência do ar.
- c) massa dos corpos.
- d) densidade dos corpos.
- e) aceleração da gravidade.

Resolução

No movimento de queda, é sabido que a aceleração da gravidade é a mesma para todos os corpos.

No experimento do segundo aluno a mesma folha cai em tempos diferentes, pois, ao amassá-la, o colega B altera a área de contato entre o papel e o ar. Assim, altera a força de resistência do ar sobre a folha de papel.

Resposta: **B**

A obtenção de etanol utilizando a cana-de-açúcar envolve a fermentação dos monossacarídeos formadores da sacarose contida no melaço. Um desses formadores é a glicose ($C_6H_{12}O_6$), cuja fermentação produz cerca de 50 g de etanol a partir de 100 g de glicose, conforme a equação química descrita.



Em uma condição específica de fermentação, obtém-se 80% de conversão em etanol que, após sua purificação, apresenta densidade igual a 0,80 g/mL. O melaço utilizado apresentou 50 kg de monossacarídeos na forma de glicose.

O volume de etanol, em litro, obtido nesse processo é mais próximo de

- a) 16.
- b) 20.
- c) 25.
- d) 64.
- e) 100.

Resolução

Cálculo da quantidade de etanol produzido, considerando rendimento de 80%:

$$\begin{array}{l} 100\text{g de glicose} \text{ ————— } 50\text{g de etanol} \\ 50\ 000\text{g} \text{ ————— } 0,8 \cdot x \\ x = 20\ 000\text{g de etanol} \end{array}$$

Cálculo do volume de etanol, considerando a densidade (0,80g/mL):

$$\begin{array}{l} 0,80\text{g de etanol} \text{ ————— } 1\ \text{mL} \\ 20\ 000\text{g de etanol} \text{ ————— } y \\ y = 25\ 000\ \text{mL ou } 25\ \text{L} \end{array}$$

Resposta: **C**

Com o objetivo de identificar a melhor espécie produtora de madeira para construção (com resistência mecânica e à degradação), foram analisadas as estruturas anatômicas de cinco espécies, conforme o quadro.

| Tecido analisado | | | | |
|------------------|-----------------------------|--------------------------|---------|-------|
| Espécie | Periderme/ Esclerênquima | Floema/ Esclerênquima | Xilema | |
| | | | Alburno | Cerne |
| 1 | +/+ | +/- | + | +++ |
| 2 | +/- | +/- | +++ | - |
| 3 | ++/- | +++/+ | + | - |
| 4 | +++/+ | +++/- | + | - |
| 5 | +++/+ | +++/+ | ++ | + |

Legenda: (-) ausente, (+) presente em pequena quantidade, (++) presente em média quantidade, (+++) presente em grande quantidade.

Qual espécie corresponde ao objetivo proposto?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

Resolução

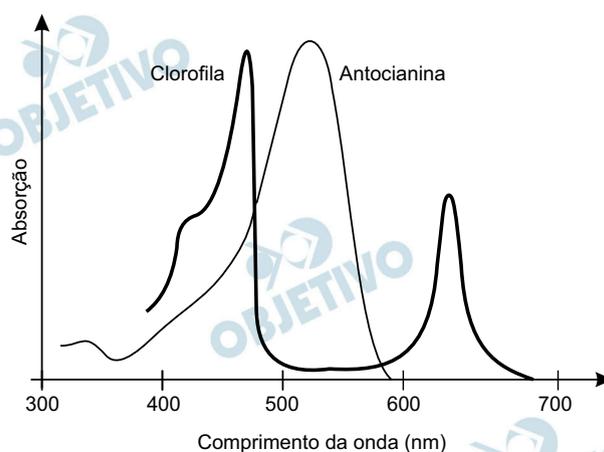
A melhor espécie produtora de madeira para construção, com maior resistência mecânica e à degradação, é aquela que apresenta maior quantidade de células mortas lignificadas, o que é encontrado em abundância nas porções de tecido xilemático mais antigo, denominado cerne. Segundo a tabela, a espécie 1 é a que apresenta maior quantidade desse tecido.

Resposta: **A**

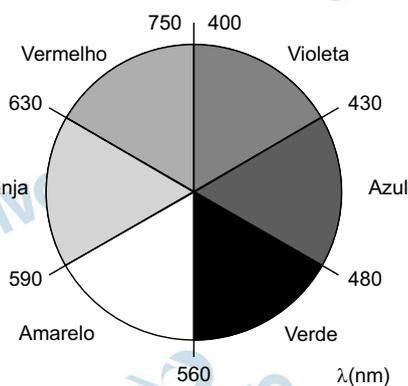
No outono, as folhas das árvores mudam de cor, de verde para tons de amarelo, castanho, laranja e vermelho. A cor verde das folhas deve-se ao pigmento clorofila. Nas plantas de folhas caducas, a produção de clorofila diminui e o tom verde desvanece, permitindo assim que outros pigmentos, como o caroteno, de coloração amarelo-alaranjado, e a antocianina, de tons avermelhados, passem a dominar a tonalidade das folhas. A coloração observada se dá em função da interação desses pigmentos com a radiação solar.

Conforme apresentado no espectro de absorção, as moléculas de clorofila absorvem a radiação solar nas regiões do azul e do vermelho, assim a luz refletida pelas folhas tem falta desses dois tons e as vemos na cor verde. Já as antocianinas absorvem a luz desde o azul até o verde. Nesse caso, a luz refletida pelas folhas que contêm antocianinas aparece conforme as cores complementares, ou seja, vermelho-alaranjado.

Espectro de absorção na região do visível



Cores complementares



Disponível em: <https://vidauniversoydemas.wordpress.com>.

Acesso em: 6 dez, 2017 (adaptado).

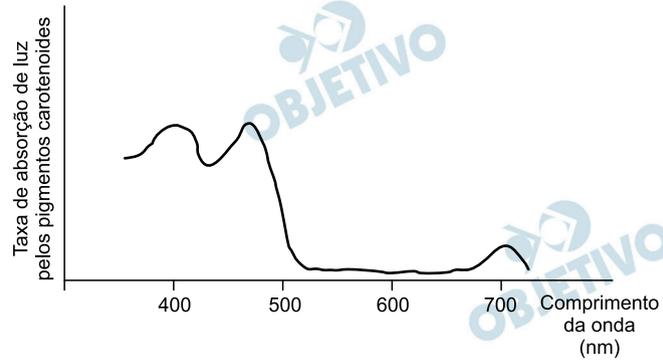
Em qual faixa do espectro visível os carotenos absorvem majoritariamente?

- Entre o violeta e o azul.
- Entre o azul e o verde.

- c) Entre o verde e o amarelo.
- d) Entre o amarelo e o laranja.
- e) Entre o laranja e o vermelho.

Resolução

Os carotenos apresentam coloração amarelo/alaranjado e por isso refletem os comprimentos de onda entre 560 e 630 nm. Assim, sua maior absorção de luz para a fotossíntese dar-se-á nos comprimentos de onda entre 400 a 480 nm, que representam as cores violeta e azul.



Resposta: **A**

TEXTO I

No cordel intitulado *Senhor dos Anéis*, de autoria de Gonçalo Ferreira da Silva, lê-se a sextilha:

A distância em relação
 Ao nosso planeta amado
 Pouco menos que a do Sol
 Ele está distanciado
 E menos denso que a água
 Quando no normal estado

MEDEIROS. A.; AGRA. J. T. M., A astronomia na literatura de cordel. *Física na Escola*, n. 1, abr, 2010 (fragmento).

TEXTO II

Distâncias médias dos planetas ao Sol e suas densidades médias

| Planetas | Distância média ao Sol (u.a.) | Densidade relativa média |
|-----------|-------------------------------|--------------------------|
| *Mercúrio | 0,39 | 5,6 |
| *Vênus | 0,72 | 5,2 |
| *Terra | 1,0 | 5,5 |
| *Marte | 1,5 | 4,0 |
| **Ceres | 2,8 | 2,1 |
| *Júpiter | 5,2 | 1,3 |
| *Saturno | 9,6 | 0,7 |
| *Urano | 19 | 1,2 |
| *Netuno | 30 | 1,7 |
| **Plutão | 40 | 2,0 |
| **Éris | 68 | 2,5 |

u.a. = 149 600 000 km, é a unidade astronômica. *Planeta clássico, **Planeta-anão

Características dos planetas. Disponível em astronco.com. Acesso em: 8 nov. 2019 (adaptado).

Considerando os versos da sextilha e as informações da tabela, a qual planeta o cordel faz referência?

- Mercúrio.
- Júpiter.
- Urano.
- Saturno.
- Netuno.

Resolução

A frase “menos denso que a água” nos remete ao planeta Saturno, que é o único cuja densidade relativa à água é menor do que 1.

O nosso Planeta amado, sendo a Terra, está a uma distância de Saturno de 8,6 ua, que é pouco menor que a distância de Saturno ao Sol (9,6 ua).

Resposta: **D**

Cientistas da Universidade de New South Wales, na Austrália, demonstraram em 2012 que a Lei de Ohm é válida mesmo para fios finíssimos, cuja área da seção reta compreende alguns poucos átomos. A tabela apresenta as áreas e comprimentos de alguns dos fios construídos (respectivamente com as mesmas unidades de medida). Considere que a resistividade mantém-se constante para todas as geometrias (uma aproximação confirmada pelo estudo).

| | Área | Comprimento | Resistência elétrica |
|-------|------|-------------|----------------------|
| Fio 1 | 9 | 312 | R1 |
| Fio 2 | 4 | 47 | R2 |
| Fio 3 | 2 | 54 | R3 |
| Fio 4 | 1 | 106 | R4 |

WEBER. S. B., et. al. Ohm's Law Survives to the Atomic Scale. Science. n. 335. jan. 2012 (adaptado).

As resistências elétricas dos fios, em ordem crescente, são

- a) $R_1 < R_2 < R_3 < R_4$. b) $R_2 < R_1 < R_3 < R_4$.
 c) $R_2 < R_3 < R_1 < R_4$. d) $R_4 < R_1 < R_3 < R_2$.
 e) $R_4 < R_3 < R_2 < R_1$.

Resolução

Com os dados fornecidos na tabela e utilizando-se a

2.^a Lei de Ohm $\left(R = \rho \frac{\ell}{A}\right)$, temos:

$$R_1 = \rho \cdot \frac{312}{9} \cong 34,7 \rho$$

$$R_2 = \rho \cdot \frac{47}{4} \cong 11,75 \rho$$

$$R_3 = \rho \cdot \frac{54}{2} = 27 \rho$$

$$R_4 = \rho \cdot \frac{106}{1} = 106 \rho$$

Observando-se os valores encontrados, temos:

$$R_2 < R_3 < R_1 < R_4$$

Resposta: C

Organismos autótrofos e heterótrofos realizam processos complementares que associam os ciclos do carbono e do oxigênio. O carbono fixado pela energia luminosa ou a partir de compostos inorgânicos é eventualmente degradado pelos organismos, resultando em fontes de carbono como metano ou gás carbônico. Ainda, outros compostos orgânicos são catabolizados pelos seres, com menor rendimento energético, produzindo compostos secundários (subprodutos) que podem funcionar como combustíveis ambientais.

O processo metabólico associado à expressão combustíveis ambientais é a

- a) fotossíntese.
- b) fermentação.
- c) quimiossíntese.
- d) respiração aeróbica.
- e) fosforilação oxidativa.

Resolução

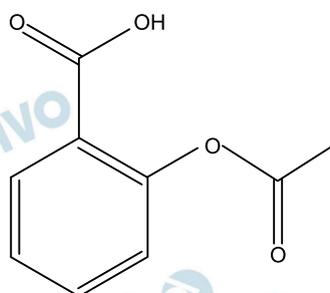
Os processos de obtenção energética com menor rendimento são realizados sem a utilização do oxigênio, sendo denominados fermentação ou respiração celular anaeróbia.

Resposta: **B**

Um técnico analisou um lote de analgésicos que supostamente estava fora das especificações. A composição prevista era 100 mg de ácido acetilsalicílico por comprimido (princípio ativo, cuja estrutura está apresentada na figura), além do amido e da celulose (componentes inertes). O técnico realizou os seguintes testes:

- 1) obtenção da massa do comprimido;
- 2) medição da densidade do comprimido;
- 3) verificação do pH com papel indicador;
- 4) determinação da temperatura de fusão do comprimido;
- 5) titulação com solução aquosa de NaOH.

Após a realização dos testes, o lote do medicamento foi reprovado porque a quantidade de ácido acetilsalicílico por comprimido foi de apenas 40% da esperada.



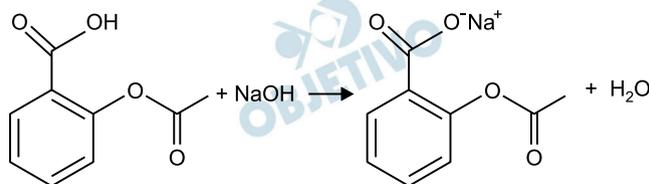
Ácido acetilsalicílico

O teste que permitiu reprovado o lote de analgésicos foi o de número

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.
- e) 5.

Resolução

O teste 5 permitiu reprovado o lote de analgésicos, uma vez que o ácido acetilsalicílico possui carácter ácido e, quando é realizada a titulação do ácido com solução aquosa de NaOH, é determinada sua quantidade no lote, mostrando que era 40% da esperada.



Resposta: **E**

O rompimento da barragem de rejeitos de mineração no município mineiro de Mariana e o derramamento de produtos tóxicos nas águas do Rio Doce, ocorridos em 2015, ainda têm consequências para os organismos que habitam o Parque Nacional Marinho de Abrolhos, localizado a mais de 1 000 quilômetros de distância. Esse desastre ambiental afetou o fitoplâncton, as esponjas, as algas macroscópicas, os peixes herbívoros e os golfinhos.

FRAINER, G.; SICILIANO, S.; TAVARES, D. C.

Franciscana calls for help: [...]. **International Whaling Commission, Conference Paper**, jun. 2016 (adaptado).

Concentrações mais elevadas dos compostos citados são encontradas em

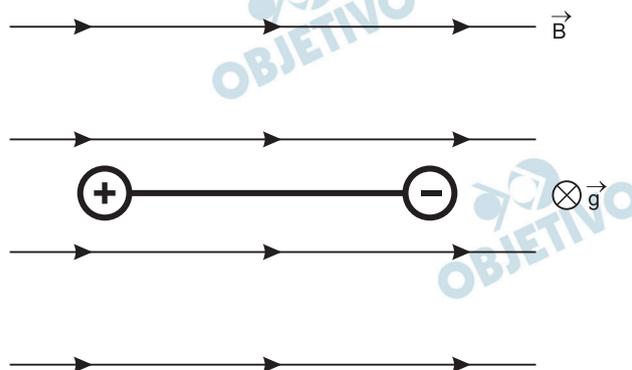
- a) esponjas
- b) golfinhos.
- c) fitoplâncton
- d) peixes herbívoros.
- e) algas macroscópicas.

Resolução

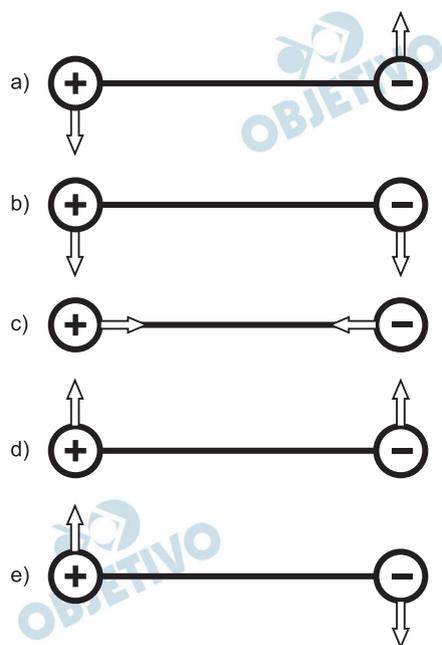
Os produtos tóxicos liberados acumulam-se ao longo da cadeia alimentar e afetam de forma mais pronunciada os seres com nível trófico elevado. Entre os seres citados, o que apresenta maior nível trófico é o golfinho.

Resposta: **B**

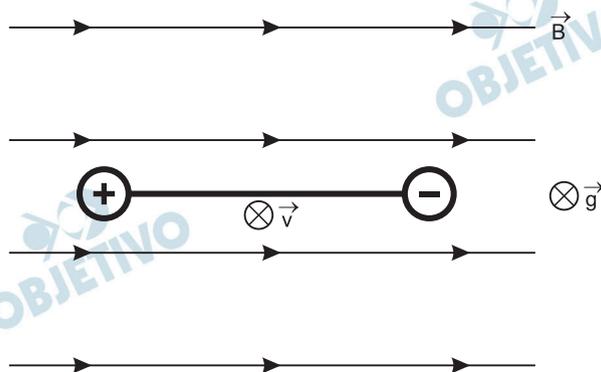
Duas esferas carregadas com cargas iguais em módulo e sinais contrários estão ligadas por uma haste rígida isolante na forma de haltere. O sistema se movimenta sob ação da gravidade numa região que tem um campo magnético horizontal uniforme (\vec{B}), da esquerda para a direita. A imagem apresenta o sistema visto de cima para baixo, no mesmo sentido da aceleração da gravidade (\vec{g}) que atua na região.



Visto de cima, o diagrama esquemático das forças magnéticas que atuam no sistema, no momento inicial em que as cargas penetram na região de campo magnético, está representado em

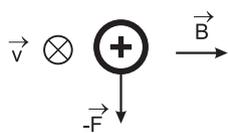


Resolução

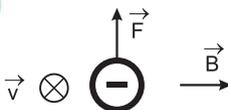


A velocidade \vec{V} das esferas tem mesma orientação da aceleração da gravidade \vec{g} , ou seja, \vec{V} está orientada do leitor para dentro do plano do papel.

Pela “regra da mão esquerda”, determinamos a direção e o sentido da força magnética \vec{F} na carga positiva:



Para a carga negativa, a força magnética tem sentido oposto ao de \vec{F} :



O binário de forças magnéticas no haltere fica:



Resposta: **A**

Uma escola iniciou o processo educativo para implantação da coleta seletiva e destino de materiais recicláveis. Para atingir seus objetivos, a instituição planejou:

- 1) sensibilizar a comunidade escolar, desenvolvendo atividades em sala e extraclasse de maneira contínua;
- 2) capacitar o pessoal responsável pela limpeza da escola quanto aos novos procedimentos adotados com a coleta seletiva; e
- 3) distribuir coletores de materiais recicláveis específicos nas salas, pátio e outros ambientes para acondicionamento dos resíduos.

Para completar a ação proposta no ambiente escolar, o que

falta ser inserido no planejamento?

- a) Realizar campanhas educativas de sensibilização em bairros vizinhos para fortalecer a coleta seletiva.
- b) Firmar parceria com a prefeitura ou cooperativa de catadores para recolhimento dos materiais recicláveis e destinação apropriada.
- c) Organizar visitas ao lixão ou aterro local para identificar aspectos importantes sobre a disposição final do lixo.
- d) Divulgar na rádio local, no jornal impresso e nas redes sociais que a escola está realizando a coleta seletiva.
- e) Colocar recipientes coletores de lixo reciclável fora da escola para entrega voluntária pela população.

Resolução

As três ações apresentadas no enunciado contemplam atividades relacionadas somente com a coleta seletiva. Para completar a ação proposta pela instituição, é necessário organizar o destino dos materiais recicláveis, com o recolhimento sendo realizado de forma apropriada.

Resposta: **B**

Os búfalos são animais considerados rústicos pelos criadores e, por isso, são deixados no campo sem controle reprodutivo. Por causa desse tipo de criação, a consanguinidade é favorecida, proporcionando o aparecimento de enfermidades, como o albinismo, defeitos cardíacos, entre outros. Separar os animais de forma adequada minimizaria a ocorrência desses problemas.

DAMÉ, M. C. F.; RIET-CORREA, F. SCHILD. A L.

Pesq. Vet. Bras. n. 7, 2013 (adaptado).

Qual procedimento biotecnológico prévio é recomendado nessa situação?

- a) Transgenia.
- b) Terapia gênica.
- c) Vacina de DNA.
- d) Clonagem terapêutica.
- e) Mapeamento genético.

Resolução

O mapeamento genético facilitaria a determinação da presença de mutações deletérias e do grau de parentesco entre os animais, minimizando os cruzamentos consanguíneos e reduzindo o aparecimento de enfermidades e defeitos na prole.

Resposta: E

Um dos exames clínicos mais tradicionais para medir a capacidade reflexa dos indivíduos é o exame do reflexo patelar. Esse exame consiste na estimulação da patela, um pequeno osso localizado na parte anterior da articulação do joelho, com um pequeno martelo. A resposta reflexa ao estímulo é caracterizada pelo levantamento da perna em que o estímulo foi aplicado.

Qual região específica do sistema nervoso coordena essa resposta?

- a) Ponte.
- b) Medula.
- c) Cerebelo.
- d) Hipotálamo.
- e) Neuro-hipófise.

Resolução

O ato reflexo patelar envolve a captação de um estímulo por um neurônio sensorial, e a condução do impulso nervoso para a medula espinhal. Neste mesmo local, ocorre a ativação do neurônio motor e a resposta muscular.

Resposta: **B**

Na montagem de uma cozinha para um restaurante, a escolha do material correto para as panelas é importante, pois a panela que conduz mais calor é capaz de cozinhar os alimentos mais rapidamente e, com isso, há economia de gás. A taxa de condução do calor depende da condutividade k do material, de sua área A , da diferença de temperatura ΔT e da espessura d do material, sendo dada

pela relação $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = k A \frac{\Delta T}{d}$. Em panelas com dois

teriais, a taxa de condução é dada por $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = A \frac{\Delta T}{\frac{d_1}{k_1} + \frac{d_2}{k_2}}$,

em que d_1 e d_2 são as espessuras dos dois materiais, e k_1 e k_2 , são as condutividades de cada material.

Os materiais mais comuns no mercado para panelas são o alumínio ($k = 20 \text{ W/m K}$), o ferro ($k = 8 \text{ W/m K}$) e o aço ($k = 5 \text{ W/m K}$) combinado com o cobre ($k = 40 \text{ W/m K}$).

Compara-se uma panela de ferro, uma de alumínio e uma composta de $\frac{1}{2}$ da espessura em cobre e $\frac{1}{2}$ da espessura

em aço, todas com a mesma espessura total e com a mesma área de fundo.

A ordem crescente da mais econômica para a menos econômica é

- cobre-aço, alumínio e ferro.
- alumínio, cobre-aço e ferro.
- cobre-aço, ferro e alumínio.
- alumínio, ferro e cobre-aço.
- ferro, alumínio e cobre-aço.

Resolução

A seguir faremos os cálculos dos fluxos de calor por condução através dos fundos das panelas de ferro, de alumínio e de cobre-aço.

$$\Phi = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = k A \frac{\Delta T}{d}$$

$$\text{ou } \Phi = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = A \frac{\Delta T}{\frac{d_1}{k_1} + \frac{d_2}{k_2}}$$

Panela de ferro: $\Phi_{Fe} = 8A \frac{\Delta t}{d}$

Panela de alumínio: $\Phi_{Al} = 20A \frac{\Delta t}{d}$

Panela de cobre-aço:

$$\Phi_{Cu-Aço} = A \frac{\Delta T}{\frac{d}{2 \cdot 40} + \frac{d}{2 \cdot 5}} = A \frac{\Delta T}{\frac{d}{80} + \frac{d}{10}}$$

$$\Phi_{Cu-Aço} = A \frac{\Delta T}{\frac{d + 8d}{80}} = \frac{80}{9} A \frac{\Delta T}{d}$$

Da qual: $\Phi_{Cu-Aço} \cong 8,9 A \frac{\Delta T}{d}$

Comparando-se os resultados obtidos, tem-se:

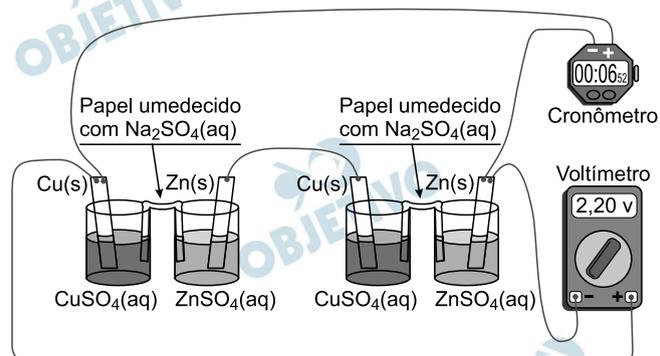
$$\Phi_{Al} > \Phi_{Cu-Aço} > \Phi_{Fe}$$

Logo, a ordem crescente da mais econômica para a menos econômica é:

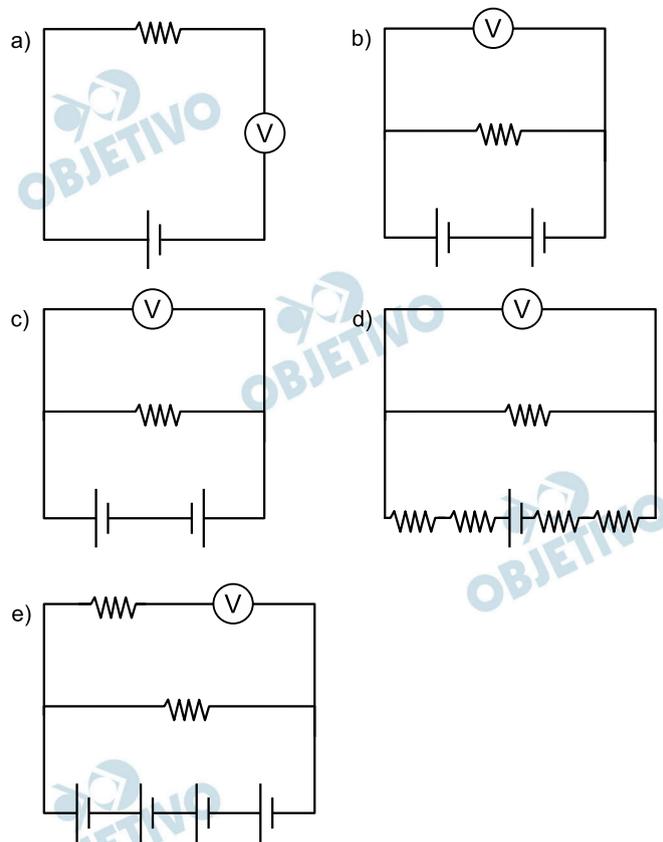
alumínio, cobre-aço e ferro.

Resposta: **B**

É possível ligar aparelhos elétricos de baixa corrente utilizando materiais comuns de laboratório no lugar das tradicionais pilhas. A ilustração apresenta uma montagem que faz funcionar um cronômetro digital.



Utilizando a representação de projetos elétricos, o circuito equivalente a esse sistema é



Resolução

O sistema apresentado é formado por duas pilhas de cobre/zinco em que o cobre forma o polo positivo e o zinco o polo negativo.



O cronômetro pode ser considerado um elemento resistivo de circuito:

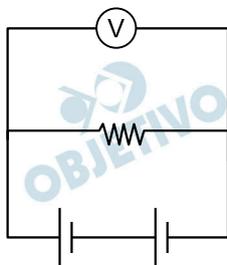


O medidor de tensão elétrica é um voltímetro cuja representação no circuito é:



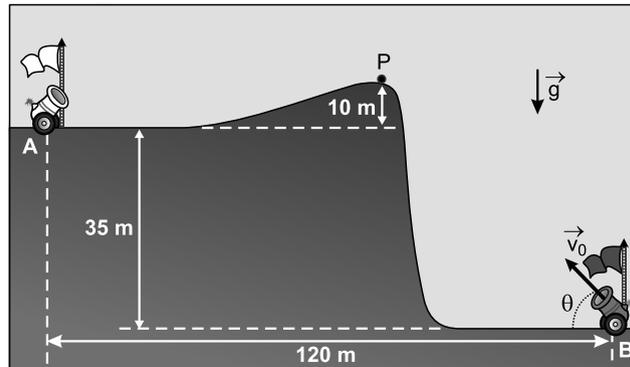
Todos os elementos estão ligados em paralelo aos terminais extremos das duas pilhas que, por sua vez, estão ligadas em série.

Assim o circuito equivalente a esse sistema pode ser representado por:



Resposta: **B**

A figura foi extraída de um antigo jogo para computadores, chamado *Bang! Bang!*



No jogo, dois competidores controlam os canhões **A** e **B**, disparando balas alternadamente com o objetivo de atingir o canhão do adversário; para isso, atribuem valores estimados para o módulo da velocidade inicial de disparo ($|\vec{v}_0|$) e para o ângulo de disparo (θ).

Em determinado momento de uma partida, o competidor **B** deve disparar; ele sabe que a bala disparada anteriormente, $\theta = 53^\circ$, passou tangenciando o ponto **P**.

No jogo, $|\vec{g}|$ é igual a 10 m/s^2 . Considere $\sin 53^\circ = 0,8$, $\cos 53^\circ = 0,6$ e desprezível a ação de forças dissipativas.

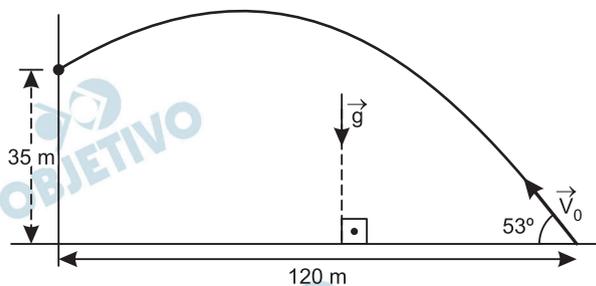
Disponível em: <http://mebdownloads.butzke.net.br>.

Acesso em: 18 abr. 2015 (adaptado).

Com base nas distâncias dadas e mantendo o último ângulo de disparo, qual deveria ser, aproximadamente, o menor valor de $|\vec{v}_0|$ que permitiria ao disparo efetuado pelo canhão **B** atingir o canhão **A**?

- a) 30 m/s. b) 35 m/s. c) 40 m/s.
d) 45 m/s. e) 50 m/s.

Resolução



1) Na direção horizontal:

$$\Delta s_x = v_{0x} \cdot t$$

$$120 = v_0 \cos 53^\circ \cdot T$$

$$120 = 0,6 v_0 T \Rightarrow \boxed{v_0 T = 200} \quad (1)$$

2) Na direção vertical:

$$\Delta s_y = V_{0y} t + \frac{a_y}{2} t^2 \uparrow \oplus$$

$$35 = (V_0 \text{ sen } 53^\circ) T - 5,0 T^2$$

$$35 = V_0 \cdot 0,8T - 5,0T^2 \quad (2)$$

3) (1) em (2): $35 = 200 \cdot 0,8 - 5,0 T^2$

$$5,0T^2 = 160 - 35 = 125$$

$$T^2 = 25 \text{ (SI)} \Rightarrow T = 5,0\text{s}$$

4) Na relação (1):

$$V_0 \cdot 5,0 = 200$$

$$V_0 = 40\text{m/s}$$

Resposta: C

Os pesticidas organoclorados foram amplamente empregados na agricultura, contudo, em razão das suas elevadas toxicidades e persistências no meio ambiente, eles foram banidos. Considere a aplicação de 500 g de um pesticida organoclorado em uma cultura e que, em certas condições, o tempo de meia-vida do pesticida no solo seja de 5 anos.

A massa do pesticida no decorrer de 35 anos será mais próxima de

- a) 3,9 g.
- b) 31,2 g.
- c) 62,5 g.
- d) 125,0 g.
- e) 250,0 g.

Resolução

Meia-vida é o tempo necessário para que metade da amostra do pesticida seja transformada.

Partindo de 500 g do pesticida de meia-vida de 5 anos, após 35 anos, terão ocorrido 7 meias-vidas.

$$\begin{array}{l} 500 \text{ g} \xrightarrow{5 \text{ anos}} 250 \text{ g} \xrightarrow{5 \text{ anos}} 125 \text{ g} \xrightarrow{5 \text{ anos}} 62,5 \text{ g} \xrightarrow{5 \text{ anos}} \\ \xrightarrow{5 \text{ anos}} 31,25 \text{ g} \xrightarrow{5 \text{ anos}} 15,625 \text{ g} \xrightarrow{5 \text{ anos}} \\ \xrightarrow{5 \text{ anos}} 7,8125 \text{ g} \xrightarrow{5 \text{ anos}} 3,90625 \text{ g} \end{array}$$

Após 35 anos a massa do pesticida está mais próxima de 3,9 g.

Resposta: **A**

A sequência de nucleotídeos do RNA mensageiro presentes em um gene de um fungo, constituída de sete códons, está escrita a seguir.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| AUG | UUU | GUU | CAA | UGU | AGU | UAG |

Pesquisadores submeteram a sequência a mutações independentes. Sabe-se que os códons UAG e UAA são terminais, ou seja, indicam a interrupção da tradução.

Qual mutação produzirá a menor proteína?

- a) Deleção de G no códon 3.
- b) Substituição de C por U no códon 4.
- c) Substituição de G por C no códon 6.
- d) Substituição de A por G no códon 7.
- e) Deleção dos dois primeiros nucleotídeos no códon 5.

Resolução

A substituição da base nitrogenada citosina pela uracila no códon 4 produz o códon terminal UAA, que interrompe a leitura de códons.

Essa mutação produz uma sequência de apenas 3 aminoácidos, em comparação com as demais, que produzem sequências com um número maior de aminoácidos.

Resposta: **B**

A simples atitude de não jogar direto no lixo ou no ralo da pia o óleo de cozinha usado pode contribuir para a redução da poluição ambiental. Mas o que fazer com o óleo vegetal que não será mais usado? Não existe um modelo ideal de descarte, mas uma alternativa simples tem sido reaproveitá-lo para fazer sabão. Para isso, são necessários, além do próprio óleo, água e soda cáustica.

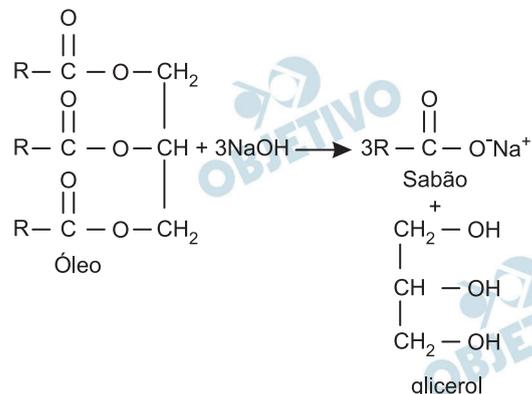
LOBO, I. **Sabão feito com óleo de cozinha**. Disponível em: <http://pga.pgr.mpf.gov.br>. Acesso em: 29 fev. 2012 (adaptado).

Com base no texto, a reação química que permite o reaproveitamento do óleo vegetal é denominada

- redução.
- epoxidação.
- substituição.
- esterificação.
- saponificação.

Resolução

A reação entre um óleo (um triéster derivado de ácido graxo insaturado) com base forte é denominada de saponificação.



Resposta: E

Durante o desenvolvimento embrionário humano ocorre uma comunicação entre os átrios direito e esquerdo através do forame oval (ou forame de Botal). Essa comunicação não causa prejuízos à circulação do bebê em formação, exceto se ela perdurar após o nascimento. Os prejuízos no período embrionário são evitados porque a circulação fetal se assemelha à dos(as)

- a) aves, porque a pequena circulação e a grande circulação estão presentes.
- b) répteis, porque a mistura de sangue é minimizada por um metabolismo lento.
- c) crocodilianos, porque a separação dos ventrículos impede a mistura sanguínea.
- d) peixes, porque a circulação é simples, ocorrendo uma passagem única pelo coração.
- e) anfíbios, porque pressões diferenciais isolam temporalmente o sangue venoso do arterial.

Resolução

Na vida congênita humana, o sangue arterial vem pela veia umbilical, passa para a veia cava inferior e átrio direito do coração. Parte desse sangue arterial vai para o ventrículo direito, e parte ao átrio esquerdo pelo forame de Botal (ou oval). Do átrio esquerdo vai ao ventrículo esquerdo, artéria aorta, corpo, artéria umbilical e placenta. A circulação ainda é simples (semelhante à dos peixes) pois não há ainda a circulação pulmonar.

Resposta: **D**

No cultivo por hidroponia, são utilizadas soluções nutritivas contendo macronutrientes e micronutrientes essenciais. Além dos nutrientes, o pH é um parâmetro de extrema importância, uma vez que ele afeta a preparação da solução nutritiva e a absorção dos nutrientes pelas plantas. Para o cultivo de alface, valores de pH entre 5,5 e 6,5 são ideais para o seu desenvolvimento. As correções de pH são feitas pela adição de compostos ácidos ou básicos, mas não devem introduzir elementos nocivos às plantas. Na tabela, são apresentados alguns dados da composição da solução nutritiva de referência para esse cultivo. Também é apresentada a composição de uma solução preparada por um produtor de cultivo hidropônico.

| Espécies químicas | | Concentração, mmol/L | |
|-------------------|----------------|--|---|
| | | Composição de referência (5,5 < pH < 6,5) | Solução nutritiva preparada (pH = 4,3) |
| Macronutrientes | $N(NH_4^+)$ | 1,0 | 0,8 |
| | $P(H_2PO_4^-)$ | 1,0 | 1,0 |
| | K^+ | 6,0 | 3,5 |
| | Ca^{2+} | 4,0 | 3,0 |
| | SO_4^{2-} | 2,0 | 1,0 |
| Micronutrientes | Fe^{2+} | 90×10^{-3} | 70×10^{-3} |
| | Cl^- | – | $4,5 \times 10^{-3}$ |

LENZI, E.; FAVERO, L. O B.; LUCHESE, E. B. **Introdução à química da água: ciência, vida e sobrevivência.** Rio de Janeiro: LTC. 2012 (adaptado).

Para correção do pH da solução nutritiva preparada, esse produtor pode empregar uma solução de

- ácido fosfórico, H_3PO_4 .
- sulfato de cálcio, $CaSO_4$.
- óxido de alumínio, Al_2O_3 .
- cloreto de ferro(II), $FeCl_2$.
- hidróxido de potássio, KOH.

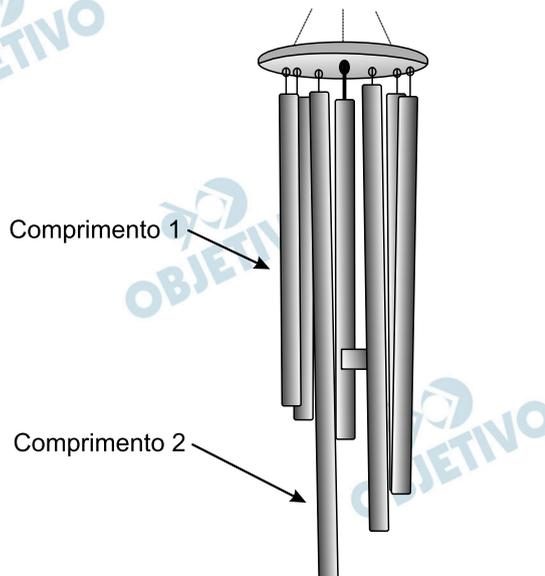
Resolução

Para correção do pH da solução nutritiva preparada, deve-se empregar uma solução que provoque aumento do pH, sem introduzir elementos químicos nocivos às

plantas. Entre as soluções apresentadas nas alternativas, a solução de hidróxido de potássio pode ser utilizada, pois haverá neutralização dos íons H^+ (por conta dos íons OH^- do KOH) presentes no solo, provocando aumento do pH e da concentração de íons K^+ que não são nocivos.

Resposta: E

O sino dos ventos é composto por várias barras metálicas de mesmo material e espessura, mas de comprimentos diferentes, conforme a figura.



Considere f_1 e v_1 , respectivamente, como a frequência fundamental e a velocidade de propagação do som emitido pela barra de menor comprimento, e f_2 e v_2 são essas mesmas grandezas para o som emitido pela barra de maior comprimento.

As relações entre as frequências fundamentais e entre as velocidades de propagação são, respectivamente,

- a) $f_1 < f_2$ e $v_1 < v_2$ b) $f_1 < f_2$ e $v_1 = v_2$
 c) $f_1 < f_2$ e $v_1 > v_2$ d) $f_1 > f_2$ e $v_1 = v_2$
 e) $f_1 > f_2$ e $v_1 > v_2$

Resolução

No sino dos ventos, a barra de menor comprimento produz o som fundamental mais agudo, isto é, uma maior frequência, ocorrendo o oposto com a barra de maior comprimento, logo:

$$f_1 > f_2$$

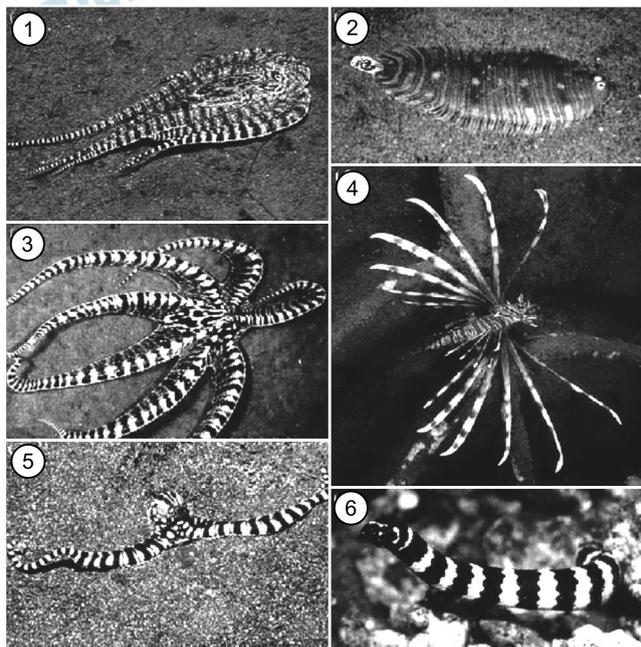
Independentemente da frequência, todos os sons se propagam no ar, de um mesmo ambiente, com a mesma intensidade de velocidade, algo em torno de 340m/s.

Assim:

$$v_1 = v_2$$

Resposta: **D**

O polvo mimético apresenta padrões cromáticos e comportamentos muito curiosos. Frequentemente, muda a orientação de seus tentáculos, assemelhando-se a alguns animais. As imagens 1, 3 e 5 apresentam polvos mimetizando, respectivamente, um peixe-linguado (2), um peixe-leão (4) e uma serpente-marinha (6).



NORMAN, M. D.; FINN, J.; TREGENZA, T. Dynamic mimicry in an Indo-Malayan octopus. In: **Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences**, n. 268, out. 2001. Disponível em: www.researchgate.net. Acesso em: 15 mar. 2014 (adaptado).

Do ponto de vista evolutivo, a capacidade apresentada se estabeleceu porque os polvos

- originaram-se do mesmo ancestral que esses animais.
- passaram por mutações similares a esses organismos
- observaram esses animais em seus nichos ecológicos.
- resultaram de convergência adaptativa com essas espécies.
- sobreviveram às pressões seletivas com esses comportamentos.

Resolução

A capacidade mimética apresentada pelo polvo foi uma importante característica do indivíduo, a qual conferiu uma vantagem evolutiva em relação aos demais polvos ancestrais, possibilitando sua sobrevivência em face das pressões seletivas do ambiente.

Resposta: **E**

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

136

O sistema de numeração romano ainda é utilizado na indicação de capítulos e volumes de livros, na designação de séculos e, em ordem cronológica, de papas e reis de mesmo nome. São utilizadas sete letras do alfabeto:

Quatro fundamentais: I (vale 1); X (vale 10); C (vale 100) e M (vale 1 000).

Três secundárias: V (vale 5); L (vale 50) e D (vale 500).

As regras para escrever números romanos são:

1. Não existe símbolo correspondente ao zero;
2. Os símbolos fundamentais podem ser repetidos até três vezes e seus valores são adicionados. Exemplo: XXX = 30;
3. Uma letra posta à esquerda de outra de maior valor indica subtração dos respectivos valores.

Exemplo: IX = 10 - 1 = 9;

4. Uma letra posta à direita de outra de maior valor indica adição dos respectivos valores.

Exemplo: XI = 10 + 1 = 11.

Em uma cidade europeia há uma placa indicando o ano de sua fundação: MCDLXIX.

Quantos anos de fundação essa cidade comemorará em 2050?

- a) 379
- b) 381
- c) 579
- d) 581
- e) 601

Resolução

Observando que

$$\underbrace{\text{M}}_{1000} + \underbrace{\text{CD}}_{(500 - 100)} + \underbrace{\text{LX}}_{(50 + 10)} + \underbrace{\text{IX}}_{(10 - 1)}$$

temos: MCDLXIX = 1000 + 400 + 60 + 9 = 1469

Assim sendo, em 2050 a cidade comemorará
(2050 – 1469) anos = 581 anos

Resposta: **D**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

Uma das bases mais utilizadas para representar um número é a base decimal. Entretanto, os computadores trabalham com números na base binária. Nessa base, qualquer número natural é representado usando apenas os algarismos 0 e 1. Por exemplo, as representações dos números 9 e 12, na base binária, são 1001 e 1100, respectivamente. A operação de adição, na base binária, segue um algoritmo similar ao utilizado na base decimal, como detalhado no quadro:

| a | b | a + b |
|---|---|-------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 10 |

Por exemplo, na base binária, a soma dos números 10 e 10 é 100, como apresentado:

$$\begin{array}{r} 10 \\ + 10 \\ \hline 100 \end{array}$$

Considerando as informações do texto, o resultado da adição $9 + 12$ será representado, na base binária, por

- a) 101.
- b) 1101.
- c) 1111.
- d) 10101.
- e) 11001.

Resolução

1) $9 + 12 = 21$

2)
$$\begin{array}{r} 21 \mid 2 \\ \textcircled{1} \mid 10 \mid 2 \\ \textcircled{0} \mid 5 \mid 2 \\ \textcircled{1} \mid 2 \mid 2 \\ \textcircled{0} \mid 1 \mid 2 \\ \textcircled{1} \mid 0 \end{array}$$

3) $(21)_{10} = (10101)_2$

Resposta: **D**

Uma unidade de medida comum usada para expressar áreas de terrenos de grandes dimensões é o hectare, que equivale a $10\,000\text{ m}^2$. Um fazendeiro decide fazer um loteamento utilizando 3 hectares de sua fazenda, dos quais 0,9 hectare será usado para a construção de ruas e calçadas e o restante será dividido em terrenos com área de 300 m^2 cada um. Os 20 primeiros terrenos vendidos terão preços promocionais de R\$ 20 000,00 cada, e os demais, R\$ 30 000,00 cada.

Nas condições estabelecidas, o valor total, em real, obtido pelo fazendeiro com a venda de todos os terrenos será igual a

- a) 700 000.
- b) 1 600 000.
- c) 1 900 000.
- d) 2 200 000.
- e) 2 800 000.

Resolução

- 1) $3\text{ha} = 3 \cdot 10\,000\text{m}^2 = 30\,000\text{ m}^2$
- 2) $0,9\text{ha} = 0,9 \cdot 10\,000\text{ m}^2 = 9\,000\text{ m}^2$
- 3) Área reservada para os terrenos:
 $30\,000\text{ m}^2 - 9\,000\text{ m}^2 = 21\,000\text{ m}^2$
- 4) Número de terrenos de 300 m^2 cada:
 $21\,000 \div 300 = 70$
- 5) Valor arrecadado com a venda dos primeiros 20 terrenos:
 $20 \cdot \text{R\$ } 20\,000,00 = \text{R\$ } 400\,000,00$
- 6) Valor arrecadado com a venda dos
 $70 - 20 = 50$ terrenos:
 $50 \cdot \text{R\$ } 30\,000,00 = \text{R\$ } 1\,500\,000,00$
- 7) Arrecadação total
 $\text{R\$ } 400\,000,00 + \text{R\$ } 1\,500\,000,00 =$
 $= \text{R\$ } 1\,900\,000,00$

Resposta: **C**

Uma pessoa produzirá uma fantasia utilizando como materiais: 2 tipos de tecidos diferentes e 5 tipos distintos de pedras ornamentais. Essa pessoa tem à sua disposição 6 tecidos diferentes e 15 pedras ornamentais distintas.

A quantidade de fantasias com materiais diferentes que podem ser produzidas é representada pela expressão

a) $\frac{6!}{4!2!} \cdot \frac{15!}{10!5!}$

b) $\frac{6!}{4!2!} + \frac{15!}{10!5!}$

c) $\frac{6!}{2!} + \frac{15!}{5!}$

d) $\frac{6!}{2!} \cdot \frac{15!}{5!}$

e) $\frac{21!}{7!14!}$

Resolução

A quantidade de maneiras de se escolher 2 tipos de tecidos diferentes a partir de 6 é dado por

$$C_{6,2} = \frac{6!}{4!2!}$$

A quantidade de maneiras de se escolher 5 tipos diferentes de pedras ornamentais a partir de 15 é dada

por $C_{15,5} = \frac{15!}{10!5!}$

Assim, a quantidade de maneiras de se escolher 2 tecidos e 5 pedras é

$$\frac{6!}{4!2!} \cdot \frac{15!}{10!5!}$$

Resposta: **A**

Os diretores de uma escola precisam construir um laboratório para uso dos alunos. Há duas possibilidades:

(i) um laboratório do tipo A, com capacidade para 100 usuários, a um custo de 180 mil reais e gastos de 60 mil reais por ano para manutenção;

(ii) um laboratório do tipo B, com capacidade para 80 usuários, a um custo de 120 mil reais e gastos com manutenção de 16 mil reais por ano.

Considera-se que, em qualquer caso, o laboratório implantado será utilizado na totalidade de sua capacidade.

A economia da escola, na utilização de um laboratório tipo B, em vez de um laboratório tipo A, num período de 4 anos, por usuário, será de

- a) 1,31 mil reais.
- b) 1,90 mil reais.
- c) 2,30 mil reais.
- d) 2,36 mil reais.
- e) 2,95 mil reais.

Resolução

- 1) Valor gasto, em reais, por usuário, com um laboratório do tipo A, num período de 4 anos:

$$\frac{180\,000 + 4 \cdot 60\,000}{100} = 4\,200$$

- 2) Valor gasto, em reais, por usuário, com um laboratório do tipo B, num período de 4 anos:

$$\frac{120\,000 + 4 \cdot 16\,000}{80} = 2\,300$$

- 3) A economia da escola, na utilização de um laboratório tipo B em vez de um laboratório tipo A, num período de 4 anos, por usuário, será de $\text{R\$ } 4\,200,00 - \text{R\$ } 2\,300,00 = \text{R\$ } 1\,900,00$

- 4) $\text{R\$ } 1\,900,00 = 1,9$ mil reais

Resposta: **B**

Um ciclista amador de 61 anos de idade utilizou um monitor cardíaco para medir suas frequências cardíacas em quatro diferentes tipos de trechos do percurso. Os resultados das frequências cardíacas máximas alcançadas nesses trechos foram:

| Trechos do percurso | Frequências cardíacas máximas (bpm) |
|---------------------|-------------------------------------|
| Leve no plano | 90 |
| Forte no plano | 120 |
| Subida moderada | 130 |
| Subida forte | 140 |

Sabe-se que a faixa aeróbica ideal para o ganho de condicionamento físico é entre 65% e 85% da frequência cardíaca máxima (F_c máx.), que, por sua vez, é determinada pela fórmula:

$$F_c \text{ máx.} = 220 - \text{idade,}$$

em que a idade é dada em ano e F_c máx. é dada em bpm (batimento por minuto).

Os trechos do percurso nos quais esse ciclista se mantém dentro de sua faixa aeróbica ideal, para o ganho de condicionamento físico, são

- leve no plano, forte no plano, subida moderada e subida forte.
- leve no plano, forte no plano e subida moderada.
- forte no plano, subida moderada e subida forte.
- forte no plano e subida moderada.
- leve no plano e subida forte.

Resolução

(I) Frequência cardíaca máxima do ciclista:

$$F_c \text{ máx} = 220 - 61 = 159$$

II) O ideal é que a frequência cardíaca (x) fique entre 65% e 85% de F_c máx

$$65\% \cdot 159 < x < 85\% \cdot 159$$

$$103,35 < x < 135,15$$

III) Os trechos do percurso cuja frequência cardíaca máxima pertence ao intervalo

$$103,35 < x < 135,15 \text{ são:}$$

Forte no plano e Subida Moderada.

Resposta: **D**

Um lava-rápido oferece dois tipos de lavagem de veículos: lavagem simples, ao preço de R\$ 20,00, e lavagem completa, ao preço de R\$ 35,00. Para cobrir as despesas com produtos e funcionários, e não ter prejuízos, o lava-rápido deve ter uma receita diária de, pelo menos, R\$ 300,00.

Para não ter prejuízo, o menor número de lavagens diárias que o lava-rápido deve efetuar é

- a) 6.
- b) 8.
- c) 9.
- d) 15.
- e) 20.

Resolução

I) **s**: quantidade de lavagem simples
c: quantidade de lavagem completa

II) De acordo com dados do enunciado, teremos:

$$20s + 35c \geq 300$$

III) Para se ter uma receita diária igual ou superior a 300 reais, o número mínimo de lavagens é 9; isso acontece em duas situações:

- $s = 1$ e $c = 8$ ou
- $s = 0$ e $c = 9$

Com 9 lavagens é possível conseguir uma receita de pelo menos R\$ 300,00 desde que $s = 0$ ou $s = 1$.

A situação mais desfavorável é, porém, aquela em que todas as lavagens são simples. Neste caso, o menor número seria 15, pois $15 \cdot \text{R\$ } 20,00 = \text{R\$ } 300,00$.

Logo:

- 1) Com 9 lavagens é possível conseguir R\$ 300,00.
- 2) Com 15 lavagens consegue-se, com certeza, pelo menos R\$ 300,00.

Resposta: Gabarito Oficial: C

Após consulta médica, um paciente deve seguir um tratamento composto por três medicamentos: X, Y e Z.

O paciente, para adquirir os três medicamentos, faz um orçamento em três farmácias diferentes, conforme o quadro.

| | X | Y | Z |
|------------|-----------|-----------|-----------|
| Farmácia 1 | R\$ 45,00 | R\$ 40,00 | R\$ 50,00 |
| Farmácia 2 | R\$ 50,00 | R\$ 50,00 | R\$ 40,00 |
| Farmácia 3 | R\$ 65,00 | R\$ 45,00 | R\$ 35,00 |

Dessas farmácias, algumas oferecem descontos:

- na compra dos medicamentos X e Y na Farmácia 2, recebe-se um desconto de 20% em ambos os produtos, independentemente da compra do medicamento Z, e não há desconto para o medicamento Z;
- na compra dos 3 medicamentos na Farmácia 3, recebe-se 20% de desconto no valor total da compra.

O paciente deseja efetuar a compra de modo a minimizar sua despesa com os medicamentos.

De acordo com as informações fornecidas, o paciente deve comprar os medicamentos da seguinte forma:

- a) X, Y e Z na Farmácia 1.
- b) X e Y na Farmácia 1 e Z na Farmácia 3.
- c) X e Y na Farmácia 2 e Z na Farmácia 3
- d) X na Farmácia 2, Y e Z na Farmácia 3.
- e) X, Y e Z na Farmácia 3.

Resolução

I) farmácia 1: sem descontos
medicamento x = R\$ 45,00
medicamento y = R\$ 40,00
medicamento z = R\$ 50,00

II) farmácia 2: desconto de 20% na compra dos medicamentos x e y juntos.
 $(50,00 + 50,00) \cdot 0,8 = \text{R\$ } 80,00$

III) farmácia 3: desconto de 20% na compra.
medicamento x = $65 \cdot 0,8 = \text{R\$ } 52,00$
medicamento y = $45 \cdot 0,8 = \text{R\$ } 36,00$
medicamento z = $35 \cdot 0,8 = \text{R\$ } 28,00$

Verificando as alternativas

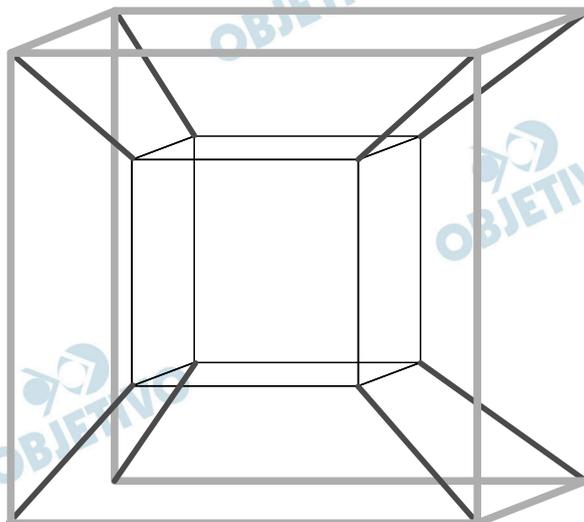
- a) $45 + 40 + 50 = \text{R\$ } 135,00$
- b) $45 + 40 + 28 = \text{R\$ } 113,00$
- c) $80 + 28 = \text{R\$ } 108,00$
- d) $50 + 36 + 28 = \text{R\$ } 114,00$

e) $52 + 36 + 28 = \text{R\$ } 116,00$

Logo o valor da menor compra ocorre na alternativa C.

Resposta: C

Muitos brinquedos que frequentemente são encontrados em praças e parques públicos apresentam formatos de figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais. Uma empresa foi contratada para desenvolver uma nova forma de brinquedo. A proposta apresentada pela empresa foi de uma estrutura formada apenas por hastes metálicas, conectadas umas às outras, como apresentado na figura. As hastes de mesma tonalidade e espessura são congruentes.



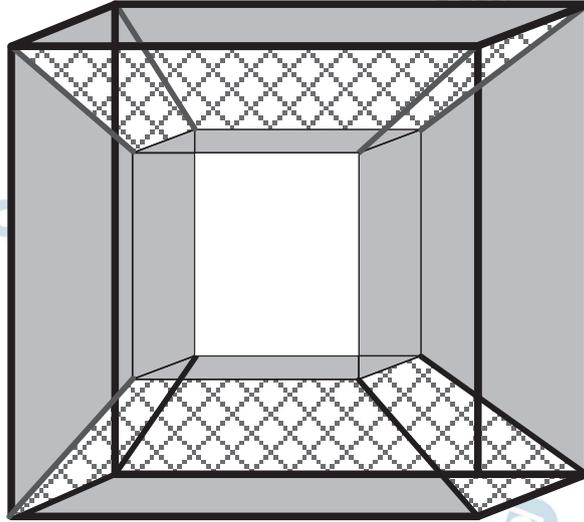
Com base na proposta apresentada, quantas figuras geométricas planas de cada tipo são formadas pela união das hastes?

- a) 12 trapézios isósceles e 12 quadrados.
- b) 24 trapézios isósceles e 12 quadrados.
- c) 12 paralelogramos e 12 quadrados.
- d) 8 trapézios isósceles e 12 quadrados.
- e) 12 trapézios escalenos e 12 retângulos.

Resolução

- I) Conforme enunciado traços de mesma cor e espessura são congruentes; assim existem 2 cubos, num interno e outro externo somando 12 faces que são quadrados.
- II) Agora as arestas do cubo menor e as arestas do cubo maior formam respectivamente a base menor e a base maior de um trapézio.
- III) Estes trapézios são isósceles, pois as barras que ligam os vértices do cubo maior com os vértices do cubo menor possuem a mesma cor e espessura.

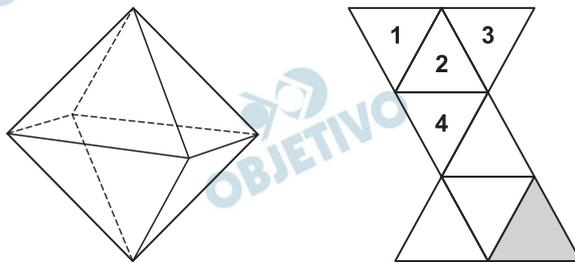
IV) Assim a resposta correta é o item A, 12 trapézios isósceles e 12 quadrados.



-  Quadrados
-  Trapézios isósceles

Resposta: **A**

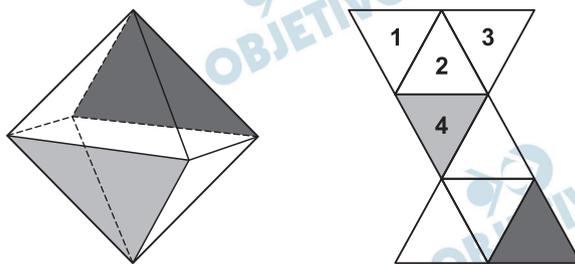
Num octaedro regular, duas faces são consideradas opostas quando não têm nem arestas, nem vértices em comum. Na figura, observa-se um octaedro regular e uma de suas planificações, na qual há uma face colorida na cor cinza escuro e outras quatro faces numeradas.



Qual(is) face(s) ficará(ão) oposta(s) à face de cor cinza escuro, quando o octaedro for reconstruído a partir da planificação dada?

- a) 1, 2, 3 e 4
- b) 1 e 3
- c) 1
- d) 2
- e) 4

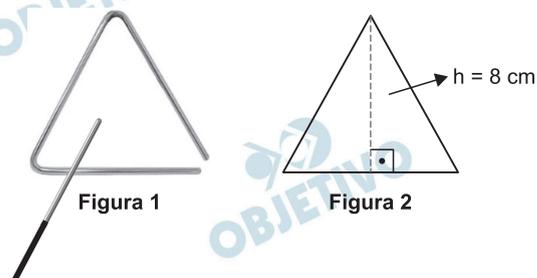
Resolução



Observando a planificação do octaedro regular, notamos que a face 4 não possui arestas nem vértices em comum com a face cinza escuro; logo, ela estará oposta a esta face no octaedro.

Resposta: E

O instrumento de percussão conhecido como triângulo é composto por uma barra fina de aço, dobrada em um formato que se assemelha a um triângulo, com uma abertura e uma haste, conforme ilustra a Figura 1.



Uma empresa de brindes promocionais contrata uma fundição para a produção de miniaturas de instrumentos desse tipo. A fundição produz, inicialmente, peças com o formato de um triângulo equilátero de altura h , conforme ilustra a Figura 2. Após esse processo, cada peça é aquecida, deformando os cantos, e cortada em um dos vértices, dando origem à miniatura. Assuma que não ocorram perdas de material no processo de produção, de forma que o comprimento da barra utilizada seja igual ao perímetro do triângulo equilátero representado na Figura 2.

Considere 1,7 como valor aproximado para $\sqrt{3}$.

Nessas condições, o valor que mais se aproxima da medida do comprimento da barra, em centímetro, é

- a) 9,07.
- b) 13,60.
- c) 20,40.
- d) 27,18.
- e) 36,24.

Resolução

Seja l a medida do lado do triângulo equilátero de altura $h = 8$ cm, temos:

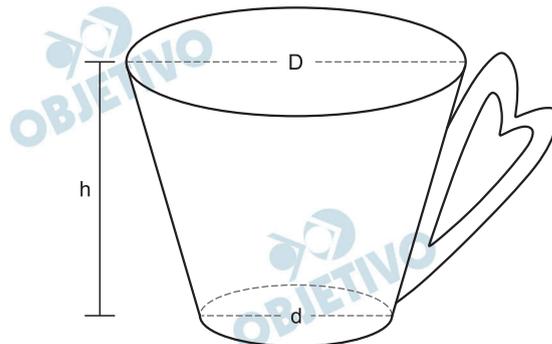
$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 8 = \frac{l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow l = \frac{16}{\sqrt{3}} \Rightarrow l = \frac{16\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

O comprimento C da barra é igual ao perímetro do triângulo equilátero. Assim,

$$C = 3l = 3 \cdot \frac{16\sqrt{3}}{3} = 16\sqrt{3} = 16 \cdot 1,7 \Rightarrow C = 27,2 \text{ cm}$$

Resposta: **D**

Uma pessoa comprou uma caneca para tomar sopa, conforme ilustração.



Sabe-se que $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$ e que o topo da caneca é uma circunferência de diâmetro (D) medindo 10 cm , e a base é um círculo de diâmetro (d) medindo 8 cm .

Além disso, sabe-se que a altura (h) dessa caneca mede 12 cm (distância entre o centro das circunferências do topo e da base).

Utilize 3 como aproximação para π .

Qual é a capacidade volumétrica, em mililitro, dessa caneca?

- a) 216.
- b) 408.
- c) 732.
- d) 2 196.
- e) 2 928.

Resolução

Seja R e r os raios do topo e da base da caneca, respectivamente, temos:

$$R = \frac{D}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm} \text{ e } r = \frac{d}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$

Como a caneca tem o formato de um tronco de cone cuja altura é $h = 12 \text{ cm}$, seu volume é dado por:

$$\begin{aligned} V_{\text{caneca}} &= \frac{h}{3} \cdot (\pi R^2 + \pi r^2 + \sqrt{\pi R^2 \cdot \pi r^2}) = \\ &= \frac{12}{3} \cdot (3 \cdot 5^2 + 3 \cdot 4^2 + \sqrt{3 \cdot 5^2 \cdot 3 \cdot 4^2}) = \\ &= 4 \cdot (75 + 48 + 60) = 732 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\text{Logo, } V_{\text{caneca}} = 732 \text{ mL}$$

Resposta: **C**

O dono de uma loja pretende usar cartões imantados para a divulgação de sua loja. A empresa que fornecerá o serviço lhe informa que o custo de fabricação do cartão é de R\$ 0,01 por centímetro quadrado e que disponibiliza modelos tendo como faces úteis para impressão:

- um triângulo equilátero de lado 12 cm;
- um quadrado de lado 8 cm;
- um retângulo de lados 11 cm e 8 cm;
- um hexágono regular de lado 6 cm;
- um círculo de diâmetro 10 cm.

O dono da loja está disposto a pagar, no máximo, R\$ 0,80 por cartão. Ele escolherá, dentro desse limite de preço, o modelo que tiver maior área de impressão.

Use 3 como aproximação para π e use 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

Nessas condições, o modelo que deverá ser escolhido tem como face útil para impressão um

- a) triângulo.
- b) quadrado.
- c) retângulo.
- d) hexágono.
- e) círculo.

Resolução

I) O triângulo equilátero de lado 12 cm tem área

$$\frac{12^2 \sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3} = 36 \cdot 1,7 = 61,2 \text{ cm}^2 \text{ e o custo é}$$

$$61,2 \cdot \text{R\$ } 0,01 = \text{R\$ } 0,61$$

II) O quadrado de lado 8 cm tem área $8^2 = 64 \text{ cm}^2$ e o custo é $64 \cdot \text{R\$ } 0,01 = \text{R\$ } 0,64$.

III) O retângulo de dimensões 11 cm e 8 cm tem área $11 \cdot 8 = 88 \text{ cm}^2$ e o custo é $88 \cdot \text{R\$ } 0,01 = \text{R\$ } 0,88$ que não serve, pois é maior que R\$ 0,80.

IV) O hexágono regular de lado 6 cm tem área

$$6 \cdot \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} = 54 \cdot 1,7 = 91,8 \text{ cm}^2 \text{ e o custo é}$$

$$91,8 \cdot \text{R\$ } 0,01 = \text{R\$ } 0,92 \text{ que não serve pois é maior que R\$ } 0,80.$$

V) O círculo de diâmetro 10 cm (raio 5 cm) tem área

$$\pi \cdot 5^2 = 3 \cdot 5^2 = 75 \text{ cm}^2 \text{ e o}$$

$$\text{custo é } 75 \cdot \text{R\$ } 0,01 = \text{R\$ } 0,75.$$

Assim o modelo que deverá ser escolhido é o círculo.

Resposta: E



A relação de Newton-Laplace estabelece que o módulo volumétrico de um fluido é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade do som (em metro por segundo) no fluido e à sua densidade (em quilograma por metro cúbico), com uma constante de proporcionalidade adimensional.

Nessa relação, a unidade de medida adequada para o módulo volumétrico é

- a) $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$.
- b) $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.
- c) $\text{kg} \cdot \text{m}^{-5} \cdot \text{s}^2$.
- d) $\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^1 \cdot \text{s}^2$.
- e) $\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^5 \cdot \text{s}^{-2}$.

Resolução

Para que o módulo volumétrico seja diretamente proporcional ao quadrado da velocidade do som, ele precisa ser escrito na forma $K \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$. Da mesma maneira, para ser diretamente proporcional à densidade, precisa ser escrito na forma $b \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Portanto, o módulo volumétrico precisa ser escrito como

$$|v| = K \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot b \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \text{ com unidade de medida } \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$

Resposta: **B**

Uma pessoa pretende viajar por uma companhia aérea que despacha gratuitamente uma mala com até 10 kg.

Em duas viagens que realizou, essa pessoa utilizou a mesma mala e conseguiu 10 kg com as seguintes combinações de itens:

| Viagem | Camisetas | Calças | Sapatos |
|--------|-----------|--------|---------|
| I | 12 | 4 | 3 |
| II | 18 | 3 | 2 |

Para ter certeza de que sua bagagem terá massa de 10 kg, ela decide levar essa mala com duas calças, um sapato e o máximo de camisetas, admitindo que itens do mesmo tipo têm a mesma massa.

Qual a quantidade máxima de camisetas que essa pessoa poderá levar?

- a) 22
- b) 24
- c) 26
- d) 33
- e) 39

Resolução

Seja x a massa de cada camiseta, y a massa de cada calça e z a massa de cada sapato, temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 12x + 4y + 3z = 10 & \text{(I)} \\ 18x + 3y + 2z = 10 & \text{(II)} \\ kx + 2y + z = 10 & \text{(III)} \end{cases}$$

onde k é a quantidade máxima de camisetas que a pessoa poderá levar.

Do sistema, temos:

$$\text{(II)} - \text{(I)}: 6x - y - z = 0 \quad \text{(IV)}$$

$$\text{(II)} - \text{(III)}: (18 - k)x + y + z = 0 \quad \text{(V)}$$

Somando (IV) e (V), temos:

$$(18 - k + 6)x = 0.$$

$$\text{Como } x \neq 0, \text{ temos: } 18 - k + 6 = 0 \Rightarrow k = 24$$

Resposta: **B**

Um automóvel apresenta um desempenho médio de 16 km/L. Um engenheiro desenvolveu um novo motor a combustão que economiza, em relação ao consumo do motor anterior, 0,1 L de combustível a cada 20 km percorridos.

O valor do desempenho médio do automóvel com o novo motor, em quilômetro por litro, expresso com uma casa decimal, é

- a) 15,9. b) 16,1. c) 16,4.
d) 17,4. e) 18,0.

Resolução

O motor atual tem um consumo de 1,25 L para percorrer 20 km, pois:

$$\begin{cases} 16 \text{ km} & \text{---} & 1 \text{ L} \\ 20 \text{ km} & \text{---} & x \end{cases} \Leftrightarrow 16x = 20 \Leftrightarrow x = \frac{20}{16} \Leftrightarrow x = 1,25$$

Como o novo motor apresenta uma economia de 0,1 L a cada 20 km, então seu consumo para 1,15 L.

Assim,

$$\begin{cases} 20 \text{ km} & \text{---} & 1,15 \text{ L} \\ y & \text{---} & 1 \text{ L} \end{cases} \Leftrightarrow 1,15y = 20 \Leftrightarrow y = \frac{20}{1,15} \Leftrightarrow y \approx 17,39$$

Portanto, o desempenho será de aproximadamente 17,4 km/L.

Resposta: **D**

O projeto de um contêiner, em forma de paralelepípedo reto retangular, previa a pintura dos dois lados (interno e externo) de cada uma das quatro paredes com tinta acrílica e a pintura do piso interno com tinta epóxi. O construtor havia pedido, a cinco fornecedores diferentes, orçamentos das tintas necessárias, mas, antes de iniciar a obra, resolveu mudar o projeto original, alterando o comprimento e a largura para o dobro do originalmente previsto, mantendo inalterada a altura. Ao pedir novos orçamentos aos fornecedores, para as novas dimensões, cada um deu uma resposta diferente sobre as novas quantidades de tinta necessárias.

Em relação ao previsto para o projeto original, as novas quantidades de tinta necessárias informadas pelos fornecedores foram as seguintes:

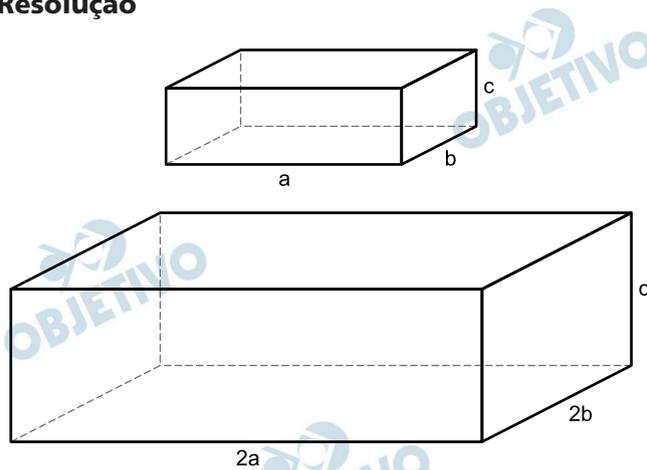
- Fornecedor I: “O dobro, tanto para as paredes quanto para o piso.”
- Fornecedor II: “O dobro para as paredes e quatro vezes para o piso.”
- Fornecedor III: “Quatro vezes, tanto para as paredes quanto para o piso.”
- Fornecedor IV: “Quatro vezes para as paredes e o dobro para o piso.”
- Fornecedor V: “Oito vezes para as paredes e quatro vezes para o piso.”

Analisando as informações dos fornecedores, o construtor providenciará a quantidade adequada de material. Considere a porta de acesso do contêiner como parte de uma das paredes.

Qual dos fornecedores prestou as informações adequadas, devendo ser o escolhido pelo construtor para a aquisição do material?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

Resolução



Sendo a , b , c e $2a$, $2b$ e c as dimensões do paralelepípedo do projeto original e do projeto após a alteração, respectivamente, temos:

- 1) Área das quatro paredes do projeto original (A_I) e após a alteração (A_{II})

$$A_I = 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$$

$$A_{II} = 2 \cdot (2a) \cdot c + 2 \cdot (2b) \cdot c = 4 \cdot a \cdot c + 4 \cdot b \cdot c$$

- 2) Área do piso do projeto original (A_{III}) e após a alteração (A_{IV})

$$A_{III} = a \cdot b$$

$$A_{IV} = (2a) \cdot (2b) = 4 \cdot a \cdot b$$

Logo, em relação ao projeto original, as novas quantidades de tinta necessárias para o novo projeto são: o dobro para as paredes e quatro vezes para o piso.

Resposta: **B**

Um povoado com 100 habitantes está passando por uma situação de seca prolongada e os responsáveis pela administração pública local decidem contratar a construção de um reservatório. Ele deverá ter a forma de um cilindro circular reto, cuja base tenha 5 metros de diâmetro interno, e atender à demanda de água da população por um período de exatamente sete dias consecutivos. No oitavo dia, o reservatório vazio é completamente reabastecido por carros-pipa.

Considere que o consumo médio diário por habitante é de 120 litros de água. Use 3 como aproximação para π .

Nas condições apresentadas, o reservatório deverá ser construído com uma altura interna mínima, em metro, igual a

- a) 1,12.
- b) 3,10.
- c) 4,35.
- d) 4,48.
- e) 5,60.

Resolução

O consumo total de água neste povoado nos sete dias é $120 \cdot 100 \cdot 7 = 84\,000$ L.

Como 1m^3 equivale a 1000 L; pode-se dizer que o volume do reservatório deve ser 84m^3 .

Seja h a altura interna do reservatório, em metros, de acordo com os dados do enunciado segue que:

$$\pi \cdot (2,5)^2 \cdot h = 84 \Leftrightarrow 3 \cdot 6,25 \cdot h = 84 \Leftrightarrow$$

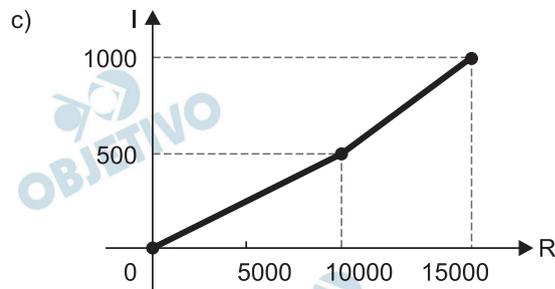
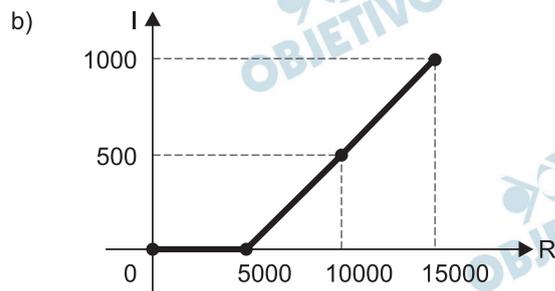
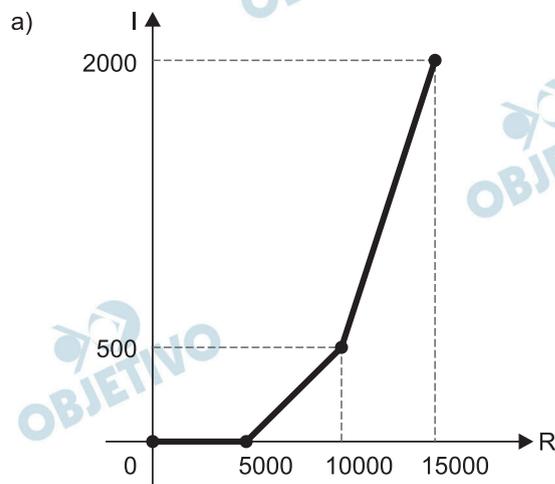
$$\Leftrightarrow h = \frac{84}{18,75} \Leftrightarrow h = 4,48$$

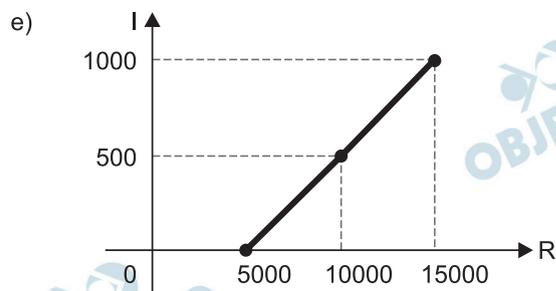
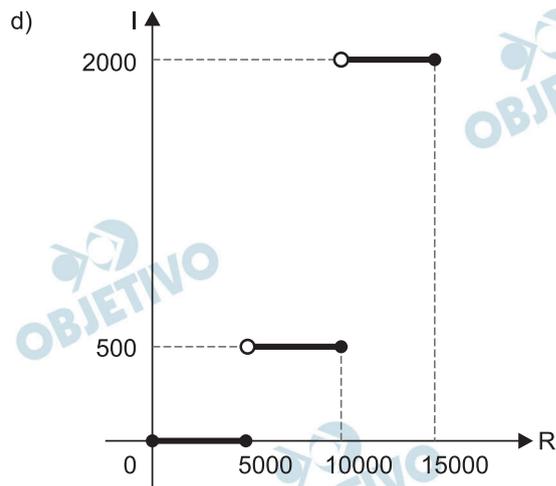
Resposta: **D**

O quadro representa a relação entre o preço de um produto (R) e seu respectivo imposto devido (I).

| Preço do produto (R) | Imposto devido (I) |
|----------------------------|---------------------------------|
| $R \leq 5\,000$ | isento |
| $5\,000 < R \leq 10\,000$ | 10% de $(R - 5\,000)$ |
| $10\,000 < R \leq 15\,000$ | $500 + 30\%$ de $(R - 10\,000)$ |

O gráfico que melhor representa essa relação é



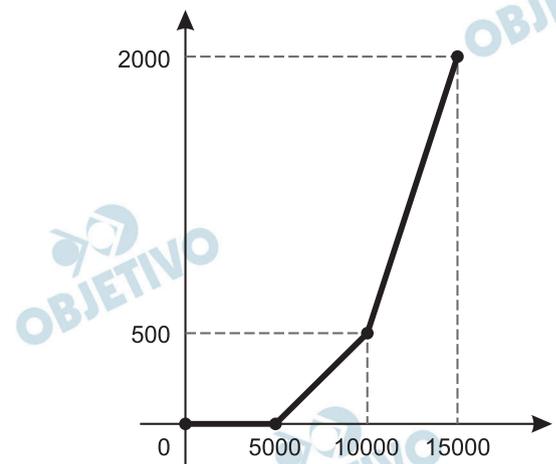


Resolução

De acordo com a tabela que relaciona o imposto devido I de acordo com o preço do produto R é dada por

$$I(R) = \begin{cases} 0, & \text{se } R \leq 5\,000 \\ 0,1 \cdot (R - 5\,000), & \text{se } 5\,000 < R \leq 10\,000 \\ 500 + 0,3 \cdot (R - 10\,000), & \text{se } 10\,000 < R \leq 15\,000 \end{cases}$$

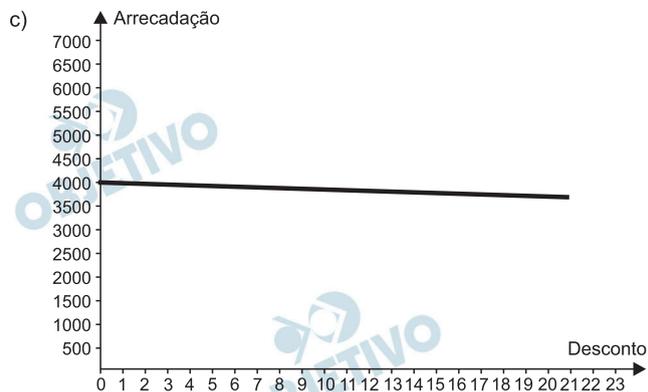
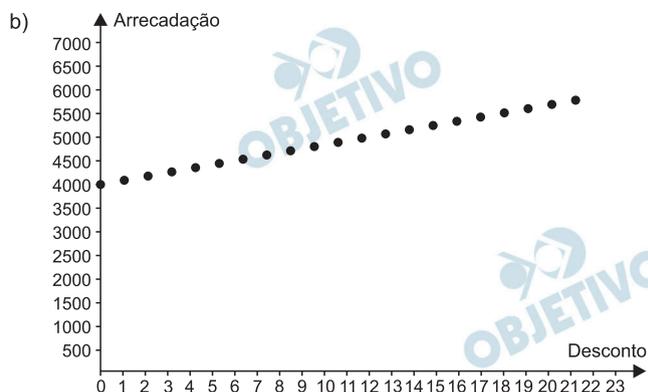
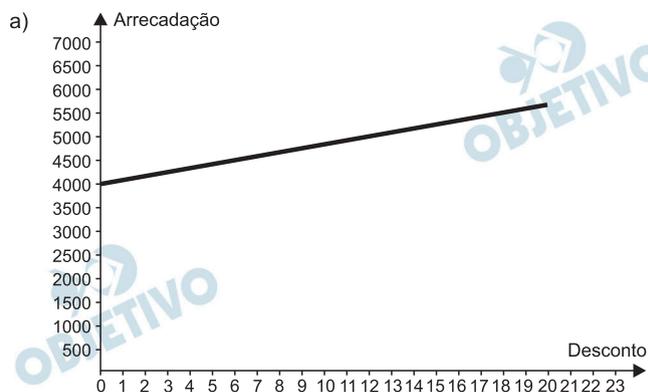
Assim, o gráfico que melhor representa a função $I(R)$ é:

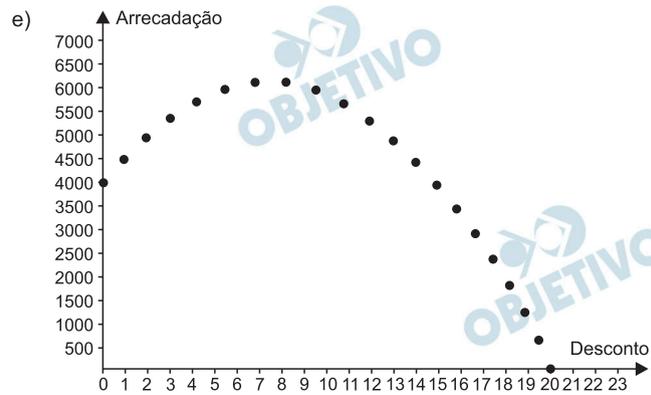
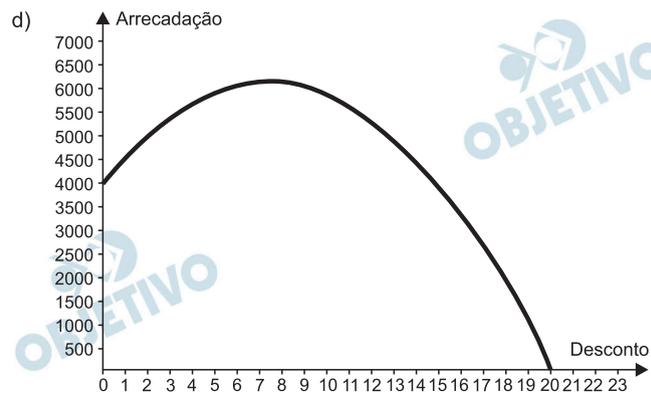


Resposta: **A**

O administrador de um teatro percebeu que, com ingresso do evento a R\$ 20,00, um show conseguia atrair 200 pessoas e que, a cada R\$ 1,00 de redução no preço do ingresso, o número de pessoas aumentava em 40. Ele sabe que os donos do teatro só admitem trabalhar com valores inteiros para os ingressos, pela dificuldade de disponibilizar troco, e pretende convencê-los a diminuir o preço do ingresso. Assim, apresentará um gráfico da arrecadação em função do valor do desconto no preço atual do ingresso.

O gráfico que mais se assemelha ao que deve ser elaborado pelo administrador é





Resolução

De acordo com as informações do enunciado segue que a arrecadação A , do teatro em função da redução d

x reais no preço do ingresso é dada por:

$$A(x) = (20 - x) \cdot (200 + 40x)$$

Como existe a condição de se usar apenas valores inteiros; temos que $x \in \mathbb{N}$. Logo, o gráfico desta função possui pontos do tipo $(x, A(x))$, pertencentes a uma parábola.

Logo, o gráfico E é o que melhor representa tal função.

Resposta: E

Uma construtora, pretendendo investir na construção de imóveis em uma metrópole com cinco grandes regiões, fez uma pesquisa sobre a quantidade de famílias que mudaram de uma região para outra, de modo a determinar qual região foi o destino do maior fluxo de famílias, sem levar em consideração o número de famílias que deixaram a região. Os valores da pesquisa estão dispostos em uma matriz $A = [a_{ij}]$, $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, em que o elemento a_{ij} corresponde ao total de famílias (em dezenas) que se mudaram da região i para a região j durante um certo período, e o elemento a_{ij} é considerado nulo, uma vez que somente são consideradas mudanças entre regiões distintas. A seguir, está apresentada a matriz com os dados da pesquisa.

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 6 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Qual região foi selecionada para o investimento da construtora?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Resolução

O total de famílias (em dezenas) que se mudaram da região i para a região j , pode ser calculado a partir da seguinte tabela:

| | Região 1 | Região 2 | Região 3 | Região 4 | Região 5 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Região 1 | 0 | 4 | 2 | 2 | 5 |
| Região 2 | 0 | 0 | 6 | 2 | 3 |
| Região 3 | 2 | 2 | 0 | 3 | 0 |
| Região 4 | 1 | 0 | 2 | 0 | 4 |
| Região 5 | 1 | 2 | 0 | 4 | 0 |
| Total | 4 | 8 | 10 | 11 | 12 |

E assim, a região 5 foi selecionada para o investimento por ser a região de maior fluxo.

Resposta: E

Para realizar um voo entre duas cidades que distam 2 000 km uma da outra, uma companhia aérea utilizava um modelo de aeronave A, capaz de transportar até 200 passageiros. Quando urna dessas aeronaves está lotada de passageiros, o consumo de combustível é de 0,02 litro por quilômetro e por passageiro. Essa companhia resolveu trocar o modelo de aeronave A pelo modelo de aeronave B, que é capaz de transportar 10% de passageiros a mais do que o modelo A, mas consumindo 10% menos combustível por quilômetro e por passageiro.

A quantidade de combustível consumida pelo modelo de aeronave B, em relação à do modelo de aeronave A, em um voo lotado entre as duas cidades, é

- a) 10% menor,
- b) 1% menor.
- c) igual.
- d) 1% maior.
- e) 11% maior.

Resolução

- 1) A aeronave A com 200 passageiros, tem o consumo de 0,02 litro por quilômetro e por passageiro e assim nos 2000 km, a quantidade em litros consumida é $0,02 \cdot 200 \cdot 2000 = 8000$.
- 2) A aeronave B com $200 \cdot 1,10 = 220$ passageiros, tem o consumo de $(0,90) \cdot (0,02)$ litros = 0,018 litros por quilômetro e por passageiro e assim nos 2000 km, a quantidade em litros consumida é $0,018 \cdot 220 \cdot 2000 = 7920$.
- 3) A quantidade, em litros, de combustível consumida pela aeronave B reduziu em $8000 - 7920 = 80$ que corresponde a $\frac{80}{8000} = \frac{1}{100} = 1\%$ menor em relação a quantidade consumida pela aeronave A.

Resposta: **B**

Em uma corrida automobilística, os carros podem fazer paradas nos boxes para efetuar trocas de pneus. Nessas trocas, o trabalho é feito por um grupo de três pessoas em cada pneu. Considere que os grupos iniciam o trabalho no mesmo instante, trabalham à mesma velocidade e cada grupo trabalha em um único pneu. Com os quatro grupos completos, são necessários 4 segundos para que a troca seja efetuada. O tempo gasto por um grupo para trocar um pneu é inversamente proporcional ao número de pessoas trabalhando nele. Em uma dessas paradas, um dos trabalhadores passou mal, não pôde participar da troca e nem foi substituído, de forma que um dos quatro grupos de troca ficou reduzido.

Nessa parada específica, com um dos grupos reduzido, qual foi o tempo gasto, em segundo, para trocar os quatro pneus?

- a) 6,0
- b) 5,7
- c) 5,0
- d) 4,5
- e) 4,4

Resolução

- 1) A partir do enunciado um dos grupos terá uma pessoa a menos para a troca de um dos pneus.
- 2) Na tabela a seguir, tem-se

| pessoas | tempo (segundos) |
|---------|------------------|
| 3 | 4 |
| 2 | t |

e como as grandezas são inversamente proporcionais $2 \cdot t = 3 \cdot 4 \Leftrightarrow t = 6$.

- 3) Nessa parada específica, com um dos grupos reduzido, o tempo gasto, em segundos, passa a ser 6.

Resposta: **A**

Um nutricionista verificou, na dieta diária do seu cliente, a falta de 800 mg do mineral A, de 1 000 mg do mineral B e de 1 200 mg do mineral C. Por isso, recomendou a compra de suplementos alimentares que forneçam os minerais faltantes e informou que não haveria problema se consumisse mais desses minerais do que o recomendado.

O cliente encontrou cinco suplementos, vendidos em sachês unitários, cujos preços e as quantidades dos minerais estão apresentados a seguir:

- Suplemento I: contém 50 mg do mineral A, 100 mg do mineral B e 200 mg do mineral C e custa R\$ 2,00;
- Suplemento II: contém 800 mg do mineral A, 250 mg do mineral B e 200 mg do mineral C e custa R\$ 3,00;
- Suplemento III: contém 250 mg do mineral A, 1 000 mg do mineral B e 300 mg do mineral C e custa R\$ 5,00;
- Suplemento IV: contém 600 mg do mineral A, 500 mg do mineral B e 1 000 mg do mineral C e custa R\$ 6,00;
- Suplemento V: contém 400 mg do mineral A, 800 mg do mineral B e 1 200 mg do mineral C e custa R\$ 8,00.

O cliente decidiu comprar sachês de um único suplemento no qual gastasse menos dinheiro e ainda suprisse a falta de minerais indicada pelo nutricionista, mesmo que consumisse alguns deles além de sua necessidade.

Nessas condições, o cliente deverá comprar sachês do suplemento

- a) I b) II c) III. d) IV. e) V

Resolução

- 1) **A tabela a seguir indica a quantidade em mg de cada mineral e a quantidade de sachês que devem ser comprados para suprir a falta de minerais indicada pelo nutricionista:**

| | Mineral A | Mineral B | Mineral C | Sachês |
|----------------|-----------|-----------|-----------|--------|
| Suplemento I | 50 x 16 | 100 x 10 | 200 x 6 | 16 |
| Suplemento II | 800 x 1 | 250 x 4 | 200 x 6 | 6 |
| Suplemento III | 250 x 4 | 1000 x 1 | 300 x 4 | 4 |
| Suplemento IV | 600 x 2 | 500 x 2 | 1000 x 2 | 2 |
| Suplemento V | 400 x 2 | 800 x 2 | 1200 x 1 | 2 |

- 2) **Pelo preço unitário dos sachês a melhor compra, gastando menos dinheiro será dois sachês do suplemento (IV) no preço unitário de R\$ 6,00, gastando portanto R\$ 12,00.**

Um atleta produz sua própria refeição com custo fixo de R\$ 10,00. Ela é composta por 400 g de frango, 600 g de batata-doce e uma hortaliça. Atualmente, os preços dos produtos para essa refeição são:

| Refeição | Frango (kg) | Batata-doce (kg) | Hortaliças (unidade) |
|----------|-------------|------------------|----------------------|
| | R\$ 12,50 | R\$ 5,00 | R\$ 2,00 |

Em relação a esses preços, haverá um aumento de 50% no preço do quilograma de batata-doce, e os outros preços não serão alterados. O atleta deseja manter o custo da refeição, a quantidade de batata-doce e a hortaliça. Portanto, terá que reduzir a quantidade de frango.

Qual deve ser a redução percentual da quantidade de frango para que o atleta alcance seu objetivo?

- a) 12,5 b) 28,0 c) 30,0
d) 50,0 e) 70,0

Resolução

1) O custo fixo da refeição é de R\$ 10,00.

2) O preço do quilo do frango é R\$ 12,50.

$$\begin{array}{l} 1000 \text{ g} \text{ — } 12,50 \\ 400 \text{ g} \text{ — } x \end{array} \Leftrightarrow 1000 x = 400 \cdot 12,50 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \text{ reais}$$

3) O preço do quilo da batata doce é R\$ 5,00.

$$\begin{array}{l} 1000 \text{ g} \text{ — } 5,00 \\ 600 \text{ g} \text{ — } x \end{array} \Leftrightarrow 1000 x = 600 \cdot 5,00 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ reais}$$

4) O preço de cada hortaliça é R\$ 2,00.

5) Ocorreu um aumento de 50% no kg da batata doce:

$$1,50 \cdot 5,00 = 7,5 \text{ reais}$$

6) O novo preço do quilo da batata doce é R\$ 7,50

$$\begin{array}{l} 1000 \text{ g} \text{ — } 7,50 \\ 600 \text{ g} \text{ — } x \end{array} \Leftrightarrow x = 4,50 \text{ reais}$$

7) Assim, para manter a quantidade de batata doce e hortaliça, temos:

600 g de batata doce por R\$ 4,50 e

1 hortaliça por R\$ 2,00

- 8) Mantendo o custo da refeição em R\$ 10,00 temos ainda para comprar o frango R\$ 3,50.

$$\begin{array}{r} 1000 \text{ g} \text{ — } 12,50 \\ x \text{ — } 3,50 \end{array} \Leftrightarrow 12,50 x = 3,50 \cdot 1000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 280 \text{ g de frango}$$

- 9) Antes era 400 g, passou para 280 g, houve uma redução de 120 g.

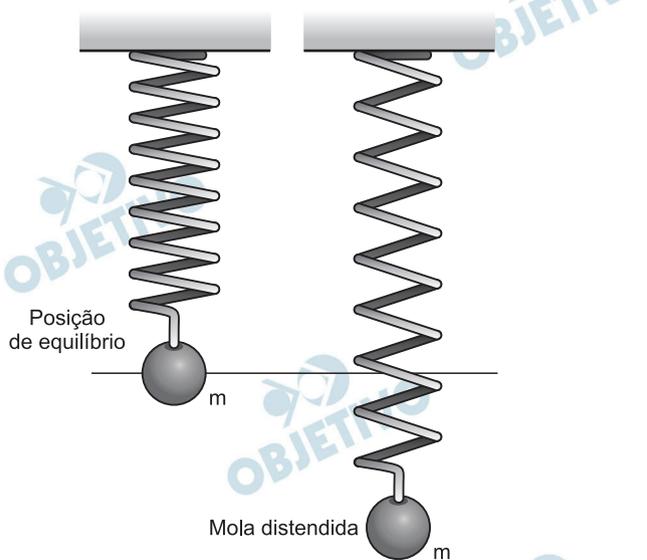
$$\begin{array}{r} 400 \text{ — } 100\% \\ 120 \text{ — } x \end{array} \Leftrightarrow 400 x = 120 \cdot 100\% \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 30\%$$

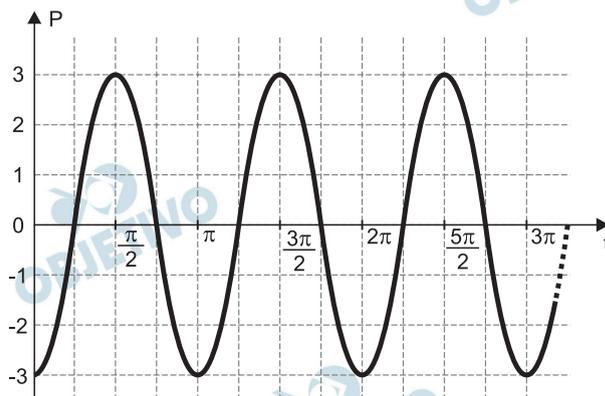
Resposta: **C**

Uma mola é solta da posição distendida conforme a figura. A figura à direita representa o gráfico da posição P (em cm) da massa m em função do tempo t (em segundo) em um sistema de coordenadas cartesianas. Esse movimento periódico é descrito por uma expressão do tipo $P(t) = \pm A \cos(\omega t)$ ou $P(t) = \pm A \sin(\omega t)$, em que $A > 0$ é a amplitude de deslocamento máximo e ω é a frequência, que se relaciona com o período T pela fórmula $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Considere a ausência de quaisquer forças dissipativas.



GRÁFICO



A expressão algébrica que representa as posições $P(t)$ da massa m , ao longo do tempo, no gráfico, é

- a) $-3 \cos(2t)$
- b) $-3 \sin(2t)$
- c) $3 \cos(2t)$

d) $-6 \cos(2t)$

e) $6 \sin(2t)$

Resolução

Do gráfico do enunciado temos que $P(t) = \pm A \cos(\omega t)$.

1) Como $T = \pi$ temos $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$.

2) $-3 \leq P(t) \leq 3$ e $P(0) \neq -3$ temos que $A = 3$ e a expressão é $P(t) = -3 \cos(2t)$

Resposta: **A**

Para a comunicação entre dois navios é utilizado um sistema de codificação com base em valores numéricos. Para isso, são consideradas as operações triângulo Δ e estrela $*$, definidas sobre o conjunto dos números reais por $x\Delta y = x^2 + xy - y^2$ e $x * y = xy + x$.

O navio que deseja enviar uma mensagem deve fornecer um valor de entrada b , que irá gerar um valor de saída, a ser enviado ao navio receptor, dado pela soma das duas maiores soluções da equação $(a\Delta b) * (b\Delta a) = 0$. Cada valor possível de entrada e saída representa uma mensagem diferente já conhecida pelos dois navios.

Um navio deseja enviar ao outro a mensagem “ATENÇÃO!”. Para isso, deve utilizar o valor de entrada $b = 1$.

Dessa forma, o valor recebido pelo navio receptor será

- a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{1}$
- d) $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ e) $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

Resolução

1) Para o valor de entrada $b = 1$ temos,

$$a\Delta 1 = a^2 + a - 1 \quad \text{e} \quad 1\Delta a = 1 + a + a^2$$

2) Assim,

$$\begin{aligned} (a\Delta 1) * (1\Delta a) &= (a^2 + a - 1)(1 + a + a^2) + (a^2 + a - 1) = \\ &= (a^2 + a - 1)(1 + a + a^2 + 1) = \\ &= -(a^2 + a + 1)(a^2 - a - 2) = 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = -1 \text{ ou } a = 2 \text{ ou } a = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } a = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

3) Logo, o valor de saída, dado pela soma dos dois

$$\text{maiores valores de } a \text{ é } 2 + \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

Resposta: E

Um parque temático brasileiro construiu uma réplica em miniatura do castelo de Liechtenstein. O castelo original, representado na imagem, está situado na Alemanha e foi reconstruído entre os anos de 1840 e 1842, após duas destruições causadas por guerras.



O castelo possui uma ponte de 38,4 m de comprimento e 1,68 m de largura. O artesão que trabalhou para o parque produziu a réplica do castelo, em escala. Nessa obra, as medidas do comprimento e da largura da ponte eram, respectivamente, 160 cm e 7 cm.

A escala utilizada para fazer a réplica é

- a) 1 : 576 b) 1 : 240 c) 1 : 24
d) 1 : 4,2 e) 1 : 2,4

Resolução

Do enunciado temos que:

$$\frac{160 \text{ cm}}{3840 \text{ cm}} = \frac{7 \text{ cm}}{168 \text{ cm}} = \frac{1}{24}$$

Logo, a escala utilizada para fazer a réplica é 1 : 24

Resposta: **C**

A demografia médica é o estudo da população de médicos no Brasil nos aspectos quantitativo e qualitativo, sendo um dos seus objetivos fazer projeções sobre a necessidade da formação de novos médicos. Um desses estudos gerou um conjunto de dados que aborda a evolução do número de médicos e da população brasileira por várias décadas. O quadro apresenta parte desses dados.

| Ano | Médicos | População brasileira (em milhar) |
|------|---------|----------------------------------|
| 1990 | 219 000 | 147 000 |
| 2000 | 292 000 | 170 000 |
| 2010 | 365 000 | 191 000 |

Segundo uma projeção estatística, a variação do número de médicos e o da população brasileira de 2010 para 2020 será a média entre a variação de 1990 para 2000 e a de 2000 para 2010. Com o resultado dessa projeção, determina-se o número de médicos por mil habitantes no ano de 2020.

Disponível em: www.cremesp.org.br.

Acesso em: 24 jun. 2015 (adaptado).

O número, com duas casas na parte decimal, mais próximo do número de médicos por mil habitantes no ano de 2020 seria de

- a) 0,17. b) 0,49. c) 1,71.
d) 2,06. e) 3,32.

Resolução

- 1) A média da variação do número de médicos é:

$$\frac{(292\ 000 - 219\ 000) + (365\ 000 - 292\ 000)}{2} = 73\ 000$$

- 2) A média da variação da população é:

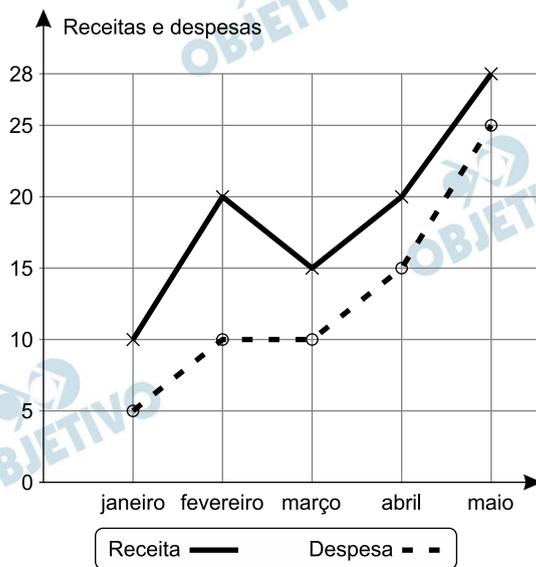
$$\frac{(191\ 000 - 170\ 000) + (170\ 000 - 147\ 000)}{2} = 22\ 000$$

- 3) Mantendo essa variação temos que em 2020, o número de médicos será $365\ 000 + 73\ 000 = 438\ 000$ e a população brasileira (em milhar) será de $191\ 000 + 22\ 000 = 213\ 000$.

- 4) Logo, o número de médicos, por mil habitantes no ano de 2020 será de $\frac{438\ 000}{213\ 000} \approx 2,06$.

Resposta: **D**

A receita R de uma empresa ao final de um mês é o dinheiro captado com a venda de mercadorias ou com a prestação de serviços nesse mês, e a despesa D é todo o dinheiro utilizado para pagamento de salários, contas de água e luz, impostos, entre outros. O lucro mensal obtido ao final do mês é a diferença entre a receita e a despesa registradas no mês. O gráfico apresenta as receitas e despesas, em milhão de real, de uma empresa ao final dos cinco primeiros meses de um dado ano.



A previsão para os próximos meses é que o lucro mensal não seja inferior ao maior lucro obtido até o mês de maio. Nessas condições, o lucro mensal para os próximos meses deve ser maior ou igual ao do mês de

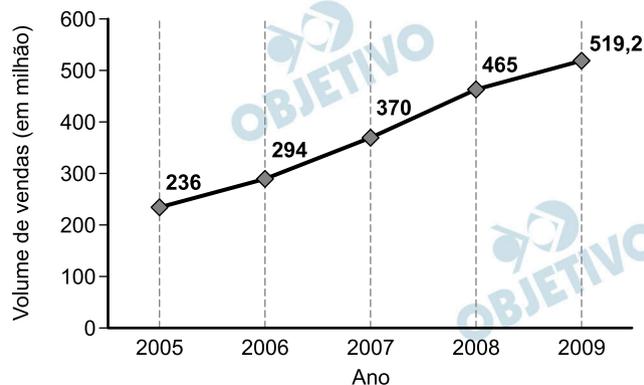
a) janeiro. b) fevereiro. c) março.
d) abril. e) maio.

Resolução

Como o lucro é dado pela diferença entre receita e despesa, do gráfico, o maior lucro acontece em fevereiro. Assim, o lucro mensal para os próximos meses, que não deve ser inferior ao maior lucro obtido até o mês de maio, deve ser maior ou igual ao mês de fevereiro.

Resposta: **B**

A depressão caracteriza-se por um desequilíbrio na química cerebral. Os neurônios de um deprimido não respondem bem aos estímulos dos neurotransmissores. Os remédios que combatem a depressão têm o objetivo de restabelecer a química cerebral. Com o aumento gradativo de casos de depressão, a venda desses medicamentos está em crescente evolução, conforme ilustra o gráfico.



Veja, 10 fev. 2010 (adaptado).

No período de 2005 a 2009, o aumento percentual no volume de vendas foi de

- a) 45,4.
- b) 54,5.
- c) 120.
- d) 220.
- e) 283,2.

Resolução

No período de 2005 a 2009, o aumento percentual no volume de vendas foi de

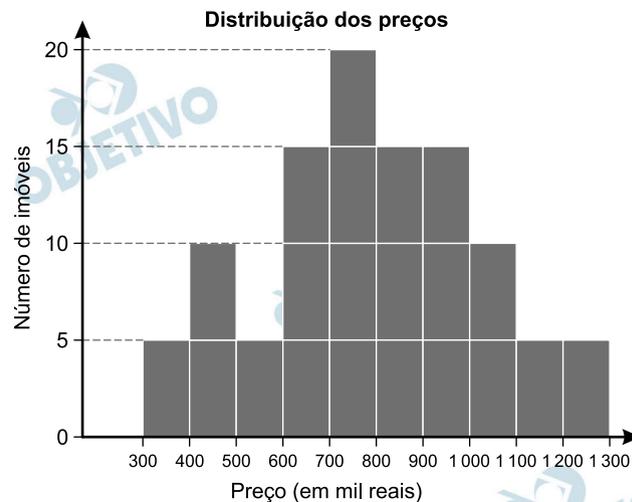
$$\frac{519,2 - 236}{236} = \frac{283,2}{236} = 1,2 = 120\%$$

Resposta: **C**

Um casal está planejando comprar um apartamento de dois quartos num bairro de uma cidade e consultou a página de uma corretora de imóveis, encontrando 105 apartamentos de dois quartos à venda no bairro desejado. Eles usaram um aplicativo da corretora para gerar a distribuição dos preços do conjunto de imóveis selecionados.

O gráfico ilustra a distribuição de frequências dos preços de venda dos apartamentos dessa lista (em mil reais), no qual as faixas de preço são dadas por $]300, 400]$, $]400, 500]$, $]500, 600]$, $]600, 700]$, $]700, 800]$, $]800, 900]$, $]900, 1\ 000]$, $]1\ 000, 1\ 100]$, $]1\ 100, 1\ 200]$ e $]1\ 200, 1\ 300]$.

A mesma corretora anuncia que cerca de 50% dos apartamentos de dois quartos nesse bairro, publicados em sua página, têm preço de venda inferior a 550 mil reais. No entanto, o casal achou que essa última informação não era compatível com o gráfico obtido.



Com base no gráfico obtido, o menor preço, p (em mil reais), para o qual pelo menos 50% dos apartamentos apresenta preço inferior a p é

- 600.
- 700.
- 800.
- 900.
- 1 000.

Resolução

O menor preço p , que garante que pelo menos 50% dos apartamentos apresentem preços inferiores a p , corresponde à mediana dos 105 valores. Portanto, o 53º valor.

Da distribuição dos preços apresentada, pode-se concluir que este valor está na faixa $]700; 800]$, pois

$$\begin{cases} 5 + 10 + 5 + 15 = 35 < 53 \\ 5 + 10 + 5 + 15 + 20 = 55 > 53 \end{cases}$$

Se o preço, em mil reais, for 800, com certeza pelo menos 50% dos apartamentos apresentaram preço inferior a p.

Não é possível garantir, porém, que este seja o menor valor de p.

Resposta: Gabarito Oficial: C

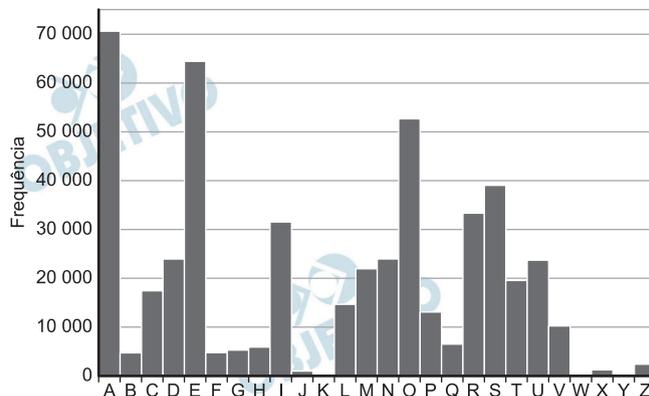
A Cifra de César é um exemplo de um método de codificação de mensagens usado por Júlio César para se comunicar com seus generais.

No método, cada letra era trocada por uma letra que aparecia no alfabeto um número fixo de casas adiante (ou atrás) de forma cíclica. A seguir temos um exemplo em que cada letra é substituída pela que vem três posições à frente.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Original | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z |
| Codificado | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z | A | B | C |

Para quebrar um código como esse, a análise de frequências das letras de um texto é uma ferramenta importante.

Uma análise do texto do romance *O guarani*, de José de Alencar, que é composto por 491 631 letras, gerou o seguinte gráfico de frequências:



Disponível em: ewv.dominiopublico.gov.br. Acesso em: 71ev. 2015.

Após codificar esse texto com a regra do exemplo fornecido, faz-se nova análise de frequência no texto codificado.

As quatro letras mais frequentes, em ordem decrescente de frequência, do texto codificado são

- a) A, E, O e S. b) D, E, F e G.
 c) D, H, R e V. d) R, L, B e X.
 e) X, B, L e P.

Resolução

De acordo com o gráfico, que apresenta a frequência das letras originais, as que possuem maior frequência são A, E, O e S. Assim, serão os 4 primeiros colocados em ordem decrescente de frequência e suas letras codificadas serão D, H, R e V, respectivamente.

Resposta: C

O quadro apresenta o número de terremotos de magnitude maior ou igual a 7, na escala Richter, ocorridos em nosso planeta nos anos de 2000 a 2011.

| Ano | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 |
|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Terremotos | 15 | 16 | 13 | 15 | 16 | 11 | 11 | 18 | 12 | 17 | 24 | 20 |

Disponível em <https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/browse/m7-world.php>. Acesso em: 13 ago. 2012 (adaptado).

Um pesquisador acredita que a mediana representa bem o número anual típico de terremotos em um período. Segundo esse pesquisador, o número anual típico de terremotos de magnitude maior ou igual a 7 é

- a) 11.
- b) 15.
- c) 15,5.
- d) 15,7.
- e) 17,5.

Resolução

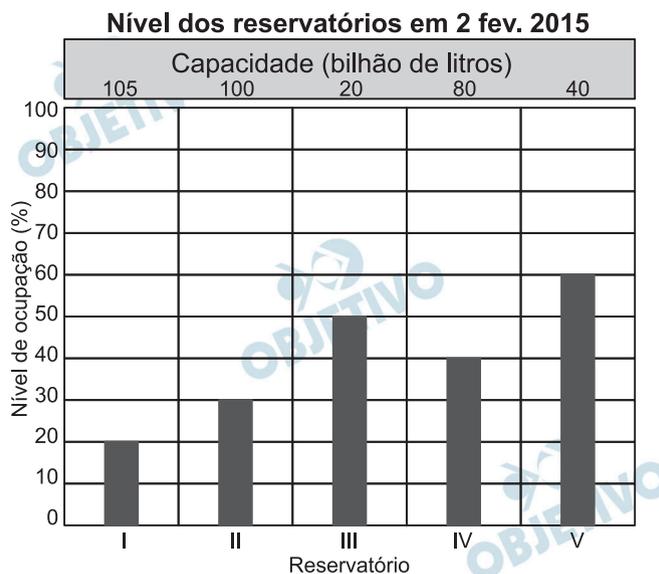
O rol do número de terremotos de magnitude maior ou igual a 7 é dado por:

11 11 12 13 15 15 16 16 17 18 20 24

$$\text{Sendo a mediana} = \frac{15 + 16}{2} = 15,5.$$

Resposta: C

O gráfico apresenta o nível de ocupação dos cinco reservatórios de água que abasteciam uma cidade em 2 de fevereiro de 2015.



Nessa data, o reservatório com o maior volume de água era o

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) IV.
- e) V.

Resolução

O volume de água, em bilhões de litros, de cada reservatório, considerando o nível de ocupação e a capacidade fornecida são:

$$V_I = \frac{20}{100} \cdot 105 = 21$$

$$V_{II} = \frac{30}{100} \cdot 100 = 30$$

$$V_{III} = \frac{50}{100} \cdot 20 = 10$$

$$V_{IV} = \frac{40}{100} \cdot 80 = 32$$

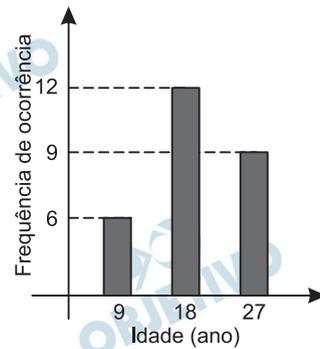
$$V_V = \frac{60}{100} \cdot 40 = 24$$

Portanto, o reservatório com maior volume de água é o reservatório IV com 32 bilhões de litros.

Resposta: **D**

171

Uma pessoa realizou uma pesquisa com alguns alunos de uma escola, coletando suas idades, e organizou esses dados no gráfico.



Qual é a média das idades, em ano, desses alunos?

- a) 9
- b) 12
- c) 18
- d) 19
- e) 27

Resolução

A média das idades é:

$$M = \frac{9 \cdot 6 + 18 \cdot 12 + 27 \cdot 9}{27}$$

$$M = \frac{54 + 216 + 243}{27}$$

$$M = \frac{513}{27}$$

| |
|----------|
| $M = 19$ |
|----------|

Resposta: **D**

Em um estudo realizado pelo IBGE em quatro estados e no Distrito Federal, com mais de 5 mil pessoas com 10 anos ou mais, observou-se que a leitura ocupa, em média, apenas seis minutos do dia de cada pessoa. Na faixa de idade de 10 a 24 anos, a média diária é de três minutos. No entanto, no grupo de idades entre 24 e 60 anos, o tempo médio diário dedicado à leitura é de 5 minutos. Entre os mais velhos, com 60 anos ou mais, a média é de 12 minutos.

A quantidade de pessoas entrevistadas de cada faixa de idade seguiu a distribuição percentual descrita no quadro.

| Faixa etária | Percentual de entrevistados |
|---------------------|-----------------------------|
| De 10 a 24 anos | x |
| Entre 24 a 60 anos | y |
| A partir de 60 anos | x |

Disponível em: www.oglobo.com. Acesso em: 16 ago. 2013 (adaptado).

Os valores de x e y do quadro são, respectivamente, iguais a

- a) 10 e 80.
- b) 10 e 90.
- c) 20 e 60.
- d) 20 e 80.
- e) 25 e 50.

Resolução

Calculando a média ponderada dos grupos, temos:

$$\frac{x\% \cdot 5000 \cdot 3 + y\% \cdot 5000 \cdot 5 + x\% \cdot 5000 \cdot 12}{5000} = 6$$

$$15 \cdot x\% + 5 \cdot y\% = 6$$

$$0,15x + 0,05y = 6 \quad (\text{I})$$

Do quadro, temos:

$$x + y + x = 100$$

$$y = 100 - 2x \quad (\text{II})$$

Susbtituindo (II) em (I), temos:

$$0,15x + 0,05(100 - 2x) = 6$$

$$0,15x + 5 - 0,10x = 6$$

$$0,05x = 1$$

$$x = \frac{1}{0,05}$$

| |
|----------|
| $x = 20$ |
|----------|

Substituindo x em (II), temos:

$$y = 100 - 2 \cdot 20$$

$$y = 60$$

Resposta: **C**



Um zootecnista pretende testar se uma nova ração para coelhos é mais eficiente do que a que ele vem utilizando atualmente. A ração atual proporciona uma massa média de 10kg por coelho, com um desvio padrão de 1 kg, alimentado com essa ração durante um período de três meses.

O zootecnista selecionou uma amostra de coelhos e os alimentou com a nova ração pelo mesmo período de tempo. Ao final, anotou a massa de cada coelho, obtendo um desvio padrão de 1,5 kg para a distribuição das massas dos coelhos dessa amostra.

Para avaliar a eficiência dessa ração, ele utilizará o coeficiente de variação (CV) que é uma medida de dispersão definida por $CV = \frac{s}{\bar{x}}$, em que s representa o desvio padrão e \bar{x} , a média das massas dos coelhos que foram alimentados com uma determinada ração.

O zootecnista substituirá a ração que vinha utilizando pela nova, caso o coeficiente de variação da distribuição das massas dos coelhos que foram alimentados com a nova ração for menor do que o coeficiente de variação da distribuição das massas dos coelhos que foram alimentados com a ração atual.

A substituição da ração ocorrerá se a média da distribuição das massas dos coelhos da amostra, em quilograma, for superior a

- a) 5,0.
- b) 0,5.
- c) 10,0.
- d) 10,5.
- e) 15,0.

Resolução

O coeficiente de variação da ração atual é dado por

$$CV_{\text{atual}} = \frac{1}{10}$$

Seja x a média da distribuição das massas dos coelhos com a nova ração.

O coeficiente de variação da nova ração é dada por

$$CV_{\text{nova}} = \frac{1,5}{x}$$

Para que ocorra a troca de ração é necessário que

$$CV_{\text{nova}} < CV_{\text{atual}}$$

Assim, temos:

$$\frac{1,5}{x} < \frac{1}{10}$$

$$15 < x$$

$$x > 15$$

Resposta:

Uma rede de hamburgueria tem três franquias em cidades distintas. Visando incluir um novo tipo de lanche no cardápio, o gerente de marketing da rede sugeriu que fossem colocados à venda cinco novos tipos de lanche, em edições especiais. Os lanches foram oferecidos pelo mesmo período de tempo em todos os franqueados. O tipo que apresentasse a maior média por franquias seria incluído definitivamente no cardápio. Terminado o período de experiência, a gerência recebeu um relatório descrevendo as quantidades vendidas, em unidade, de cada um dos cinco tipos de lanche nas três franquias.

| | Lanche I | Lanche II | Lanche III | Lanche IV | Lanche V |
|--------------|----------|-----------|------------|-----------|----------|
| Franquia I | 415 | 395 | 425 | 430 | 435 |
| Franquia II | 415 | 445 | 370 | 370 | 425 |
| Franquia III | 415 | 391 | 425 | 433 | 420 |

Com base nessas informações, a gerência decidiu incluir no cardápio o lanche de tipo

- I.
- II.
- III.
- IV.
- V.

Resolução

Calculando a média das quantidades vendidas de cada tipo de lanche, temos:

$$\text{Lanche I: } M_I = \frac{415 + 415 + 415}{3} = 415$$

$$\text{Lanche II: } M_{II} = \frac{395 + 445 + 390}{3} = 410$$

$$\text{Lanche III: } M_{III} = \frac{425 + 370 + 425}{3} = 406,66\dots$$

$$\text{Lanche IV: } M_{IV} = \frac{430 + 370 + 433}{3} = 411$$

$$\text{Lanche V: } M_V = \frac{435 + 425 + 420}{3} = 426,66\dots$$

A maior média obtida foi a do lanche V.

Resposta: E

Uma grande rede de supermercados adota um sistema de avaliação dos faturamentos de suas filiais, considerando a média de faturamento mensal em milhão. A matriz da rede paga uma comissão para os representantes dos supermercados que atingirem uma média de faturamento mensal (M), conforme apresentado no quadro.

| Comissão | Média de faturamento mensal (M) |
|----------|-------------------------------------|
| I | $1 \leq M < 2$ |
| II | $2 \leq M < 4$ |
| III | $4 \leq M < 5$ |
| IV | $5 \leq M < 6$ |
| V | $M \geq 6$ |

Um supermercado da rede obteve os faturamentos num dado ano, conforme apresentado no quadro.

| Faturamento mensal (em milhão de real) | Quantidade de meses |
|---|---------------------|
| 3,5 | 3 |
| 2,5 | 2 |
| 5 | 2 |
| 3 | 4 |
| 7,5 | 1 |

Nas condições apresentadas, os representantes desse supermercado avaliam que receberão, no ano seguinte, a comissão de tipo

- I.
- II.
- III.
- IV.
- V.

Resolução

Calculando a média do faturamento, temos:

$$M = \frac{3,5 \cdot 3 + 2,5 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 7,5 \cdot 1}{3 + 2 + 2 + 4 + 1} =$$

$$M = \frac{10,5 + 5,0 + 10,0 + 12,0 + 7,5}{12} =$$

$$M = \frac{45}{12}$$

$$M = 3,75$$

Como $2 \leq 3,75 < 4$, os representantes receberão a comissão II.

Resposta: **B**

Aplicativos que gerenciam serviços de hospedagem têm ganhado espaço no Brasil e no mundo por oferecer opções diferenciadas em termos de localização e valores de hospedagem. Em um desses aplicativos, o preço P a ser pago pela hospedagem é calculado considerando um preço por diária d , acrescido de uma taxa fixa de limpeza L e de uma taxa de serviço. Essa taxa de serviço é um valor percentual s calculado sobre o valor pago pelo total das diárias.

Nessa situação, o preço a ser pago ao aplicativo para uma hospedagem de n diárias pode ser obtido pela expressão

a) $P = dn + L + d \cdot n \cdot s$

b) $P = d \cdot n + L + d \cdot s$

c) $P = d + L + s$

d) $P = d \cdot n \cdot s + L$

e) $P = d \cdot n + L + s$

Resolução

Se considerarmos como “ s ” sendo uma porcentagem a ser calculado sobre o total da diária teremos:

$$P = d \cdot n + L + d \cdot n \cdot s$$

Resposta: **A**

Observação:

Porém, se considerarmos que “ s ” é o valor já calculado do serviço, temos:

$$P = d \cdot n + L + s, \text{ que resultaria na alternativa E}$$

O organizador de uma competição de lançamento de dardos pretende tornar o campeonato mais competitivo. Pelas regras atuais da competição, numa rodada, o jogador lança 3 dardos e pontua caso acerte pelo menos um deles no alvo. O organizador considera que, em média, os jogadores têm, em cada lançamento, $\frac{1}{2}$ de probabilidade de acertar um dardo no alvo.

A fim de tornar o jogo mais atrativo, planeja modificar as regras de modo que a probabilidade de um jogador pontuar em uma rodada seja igual ou superior a $\frac{9}{10}$. Para isso, decide aumentar a quantidade de dardos a serem lançados em cada rodada.

Com base nos valores considerados pelo organizador da competição, a quantidade mínima de dardos que devem ser disponibilizados em uma rodada para tornar o jogo mais atrativo é

- a) 2. b) 4. c) 6. d) 9. e) 10.

Resolução

Como a probabilidade de acertar o alvo é $\frac{1}{2}$, temos

que a probabilidade de errar o alvo é $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Portanto, no lançamento de n dardos, a probabilidade de haver ao menos um acerto é dada por:

$$P = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

Para que a probabilidade de pontuar seja maior ou igual a $\frac{9}{10}$, temos:

$$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \geq \frac{9}{10} \Leftrightarrow \frac{1}{10} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n \geq 4$$

Portanto a quantidade mínima é 4.

Resposta: **B**

A Copa do Brasil teve, até a edição de 2018, 15 times diferentes como campeões da competição, conforme apresentado na imagem. Suponha que, como homenagem aos times campeões, a Confederação Brasileira de Futebol (CBF) pretenda colocar um painel na sua sede. Esse painel teria 6 linhas e, em cada uma delas, 5 placas, referentes a cada edição da competição, com o nome do time vencedor, o brasão e o ano do título. O painel deve ser fabricado de modo que a primeira linha só tenha clubes gaúchos (Internacional, Grêmio e Juventude); a segunda, apenas times cariocas (Flamengo, Vasco e Fluminense); a terceira, somente times mineiros (Cruzeiro e Atlético Mineiro); a quarta, exclusivamente clubes paulistas (Corinthians, Palmeiras, Santos, Paulista FC, Santo André), e as duas últimas sem nenhuma restrição.



Disponível em: <http://campeosdofutebol.com.br>, Acesso em:

1 nov. 2015 (adaptada).

Qual expressão determina a quantidade de painéis diferentes que a CBF poderá montar?

a) $\frac{7!}{5!} \cdot \frac{5!}{3!} \cdot \frac{7!}{6!} \cdot \frac{9!}{3! \cdot 3!} \cdot 10!$

b) $7! \cdot 5! \cdot 7! \cdot 9! \cdot 10!$

c) $30!$

d) $\frac{7!}{5! \cdot 5!} \cdot \frac{7!}{5! \cdot 2!} \cdot \frac{9!}{5! \cdot 4!}$

e) $\frac{9!}{3!} \cdot 5! \cdot \frac{7!}{2!} \cdot \frac{9!}{4!} \cdot 10!$

Resolução

Para a primeira linha, temos 7 títulos, portanto há

$$A_{7,5} = \frac{7!}{2!} \text{ maneiras de dispor.}$$

Para a segunda linha, temos 5 títulos podendo ser dispostos de $P_5 = 5!$ maneiras.

Para a terceira linha, são 7 títulos, portanto há

$$A_{7,5} = \frac{7!}{2!} \text{ maneiras de dispor.}$$

Para a quarta linha, temos 9 títulos que podem ser dispostos de $A_{9,5} = \frac{9!}{4!}$ maneiras.

Para as duas últimas linhas sobram os 10 títulos restantes que podem ser dispostos de $P_{10} = 10!$ modos.

$$\text{Logo, há um total de } \frac{7!}{2!} \cdot 5! \cdot \frac{7!}{2!} \cdot \frac{9!}{4!} \cdot 10! \text{ painéis}$$

diferentes.

Resposta: **SEM ALTERNATIVA**

Um segmento de reta está dividido em duas partes na proporção áurea quando o todo está para uma das partes na mesma razão em que essa parte está para a outra. Essa constante de proporcionalidade é comumente representada pela letra grega φ , e seu valor é dado pela solução positiva da equação $\varphi^2 = \varphi + 1$.

Assim como a potência φ^2 , as potências superiores de φ podem ser expressas da forma $a\varphi + b$, em que a e b são inteiros positivos, como apresentado no quadro.

| φ^2 | φ^3 | φ^4 | φ^5 | φ^6 | φ^7 |
|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| $\varphi + 1$ | $2\varphi + 1$ | $3\varphi + 2$ | $5\varphi + 3$ | $8\varphi + 5$ | ... |

A potência φ^7 , escrita na forma $a\varphi + b$ (a e b são inteiros positivos), é

- a) $5\varphi + 3$
- b) $7\varphi + 2$
- c) $9\varphi + 6$
- d) $11\varphi + 7$
- e) $13\varphi + 8$

Resolução

Do quadro apresentado, concluímos que os coeficientes a e b seguem a sequência de Fibonacci, definidas por $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ e $b_n = b_{n-1} + b_{n-2}$, logo $a_7 = 8 + 5 = 13$ e $b_7 = 5 + 3 = 8$, portanto $\varphi^7 = (8\varphi + 5\varphi) + (5 + 3) = 13\varphi + 8$

Resposta: E

O Atomium, representado na imagem, é um dos principais pontos turísticos de Bruxelas. Ele foi construído em 1958 para a primeira grande exposição mundial depois da Segunda Guerra Mundial, a Feira Mundial de Bruxelas.

Trata-se de uma estrutura metálica construída no formato de um cubo. Essa estrutura está apoiada por um dos vértices sobre uma base paralela ao plano do solo, e a diagonal do cubo, contendo esse vértice, é ortogonal ao plano da base. Centradas nos vértices desse cubo, foram construídas oito esferas metálicas, e uma outra esfera foi construída centrada no ponto de interseção das diagonais do cubo. As oito esferas sobre os vértices são interligadas segundo suas arestas, e a esfera central se conecta a elas pelas diagonais do cubo.

Todas essas interligações são feitas por tubos cilíndricos que possuem escadas em seu interior, permitindo o deslocamento de pessoas pela parte interna da estrutura. Na diagonal ortogonal à base, o deslocamento é feito por um elevador, que permite o deslocamento entre as esferas da base e a esfera do ponto mais alto, passando pela esfera central.

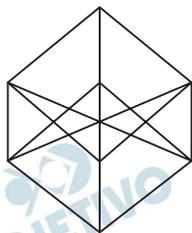
Considere um visitante que se deslocou pelo interior do Atomium sempre em linha reta e seguindo o menor trajeto entre dois vértices, passando por todas as arestas e todas as diagonais do cubo.



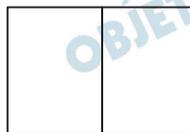
Disponível em: <http://trupedatrip.com>. Acesso em: 25 out. 2019.

A projeção ortogonal sobre o plano do solo do trajeto percorrido por esse visitante é representado por

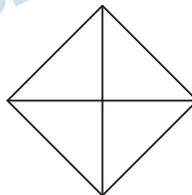
a)



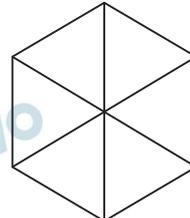
d)



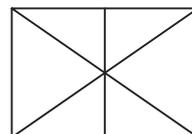
b)



e)



c)



Resolução

Ao projetarmos o cubo sobre o plano do solo temos que dois dos vértices estão no centro da figura e os outros seis formam um hexágono.

Resposta: E