

# MATEMÁTICA

1

Numa cidade do interior do estado de São Paulo, uma prévia eleitoral entre 2 000 filiados revelou as seguintes informações a respeito de três candidatos **A**, **B**, e **C**, do Partido da Esperança (**PE**) que concorrem a 3 cargos diferentes:

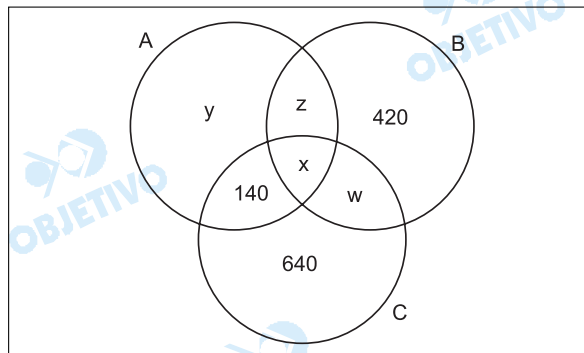
- I. todos os filiados votaram e não houve registro de voto em branco, tampouco de voto nulo;
- II. 280 filiados votaram a favor de **A** e de **B**;
- III. 980 filiados votaram a favor de **A** ou de **B**, mas não de **C**;
- IV. 420 filiados votaram a favor de **B**, mas não de **A** ou de **C**;
- V. 1.220 filiados votaram a favor de **B** ou de **C**, mas não de **A**;
- VI. 640 filiados votaram a favor de **C**, mas não de **A** ou de **B**;
- VII. 140 filiados votaram a favor de **A** e de **C**, mas não de **B**.

Determine o número de filiados ao **PE** que:

- a) votaram a favor dos 3 candidatos.
- b) votaram a favor de apenas um dos candidatos.

## Resolução

- a) Com as informações dadas, e não considerando a diferença dos 3 cargos, pode-se montar o seguinte diagrama de Venn-Euler, representando o conjunto de filiados que são favoráveis aos candidatos **A**, **B** ou **C**.



Se "980 filiados votaram a favor de **A** ou de **B**, mas não de **C**", então  $y + z + 420 = 980 \Rightarrow y + z = 560$ .

Se "1220 filiados votaram a favor de **B** ou de **C**, mas não de **A**", então  $420 + w + 640 = 1220 \Rightarrow w = 160$ .

- a) O número **x** de filiados que votaram a favor dos 3 candidatos é tal que:

$$x = 2000 - (y + z) - 420 - w - 640 - 140 \Leftrightarrow$$

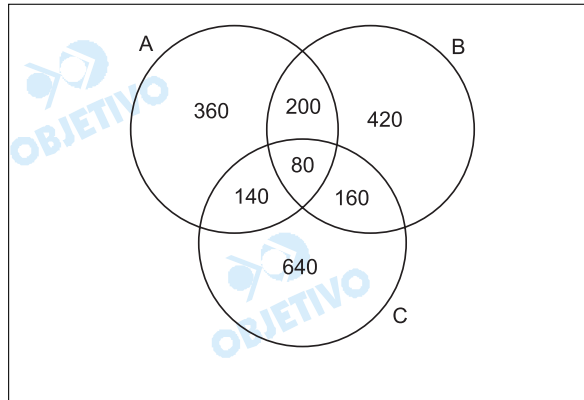
$$\Leftrightarrow x = 2000 - 560 - 420 - 160 - 640 - 140 \Leftrightarrow x = 80$$

- b) Se "280 filiados votaram a favor de **A** e de **B**", então  $x + z = 280 \Leftrightarrow 80 + z = 280 \Leftrightarrow z = 200$

Assim, tem-se

$$y + z = 560 \text{ e } z = 200 \Leftrightarrow y = 360 \text{ e, portanto, o}$$

diagrama fica



Votaram a favor de apenas um dos candidatos (360 + 420 + 640) filiados, no total, 1420 filiados.

**Respostas:** a) 80 filiados

b) 1420 filiados

**2**

O "Magazine Lucia" e a rede "Corcovado" de hipermercados vendem uma determinada marca de aparelho de som do tipo *Home Cinema*, pelo mesmo preço à vista. Na venda a prazo, ambas as lojas cobram a taxa de juros compostos de 10% ao mês, com planos de pagamentos distintos.

Comprando a prazo no "Magazine Lucia", um consumidor deve pagar R\$ 2 000,00 no ato da compra e R\$ 3 025,00 depois de 2 meses, enquanto que na rede "Corcovado" ele pode levar o aparelho sem desembolsar dinheiro algum, pagando uma parcela de R\$ 1 980,00, 1 mês após a compra e o saldo em 2 meses após a compra.

- Qual o valor à vista do aparelho de som?
- Se um consumidor comprar o aparelho de som a prazo na rede "Corcovado", qual o valor da parcela final, vencível 2 meses após a compra?

**Resolução**

Seja  $p$  o preço, em reais e à vista, do aparelho de som em cada loja.

- No "Magazine Lucia", tem-se
  - Preço à vista:  $p$
  - No ato da compra, pagam-se R\$ 2 000,00
  - Em reais, fica-se devendo  $(p - 2 000)$
  - Dois meses depois, a uma taxa de juros compostos de 10% ao mês, deve-se
$$(p - 2 000) \cdot 1,10^2 = 3 025 \Leftrightarrow p - 2 000 = 2 500 \Leftrightarrow p = 4 500$$
- Na rede "Corcovado", tem-se
  - O preço à vista é de R\$ 4 500,00
  - Um mês após a compra, a dívida será de R\$ 4 500,00  $\cdot 1,10 =$  R\$ 4 950,00. Pagando-se R\$ 1 980,00, fica-se devendo R\$ 2 970,00.
  - Dois meses após a compra, a dívida será de R\$ 2 970,00  $\cdot 1,10 =$  R\$ 3 267,00

**Respostas:** a) R\$ 4500,00      b) R\$ 3267,00

**3**

- a) Os enxadristas Dráuzio e João jogam 12 partidas de xadrez, das quais 6 são vencidas por Dráuzio, 4 por João e 2 terminam empatadas. Os jogadores combinam a disputa de um torneio com 3 partidas. Determine a probabilidade de 2 das 3 partidas do torneio terminarem empatadas.
- b) O Conselho Diretor de uma empresa é composto por  $n$  diretores, além do Presidente. Com os membros do Conselho Diretor podem ser formadas  $C$  comissões de 4 elementos, todas contando com a participação do Presidente. Se, no entanto, a presença do Presidente não for obrigatória, podendo participar ou não,  $2C$  comissões poderão ser formadas. Determine o número de membros do Conselho Diretor.

**Resolução**

- a) Admitindo que as probabilidades dos resultados das 3 partidas do segundo torneio sejam as mesmas do torneio de 12 partidas, temos que a probabilidade de Dráuzio vencer uma partida é  $P(D) =$

$$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}, \text{ a probabilidade de João vencer}$$

$$\text{uma partida é } P(J) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \text{ e a probabilidade}$$

de ocorrer empate em uma partida é

$$P(E) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

Duas das três partidas terminarão empatadas, segundo duas hipóteses: dois empates e uma vitória de Dráuzio ou dois empates e uma vitória de João. A probabilidade de esse fato acontecer é

$$P = C_{3,2} \cdot (P(E))^2 \cdot P(D) + C_{3,2} \cdot (P(E))^2 \cdot P(J) =$$

$$= 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} =$$

$$= \frac{1}{24} + \frac{1}{36} = \frac{5}{72}$$

- b) De acordo com o enunciado, temos:

$$\begin{cases} C = \binom{n}{3} \\ 2C = \binom{n}{3} + \binom{n}{4} \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2 \binom{n}{3} = \binom{n}{3} + \binom{n}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \binom{n}{3} = \binom{n}{4} \Rightarrow n = 3 + 4 \Rightarrow n = 7, \text{ pois } n \geq 4$$

O número de membros do Conselho Diretor é  $n + 1 = 8$ .

Respostas: a)  $\frac{5}{72}$  b) 8

4

a) Determine os valores de **a** para os quais o sistema linear abaixo admita solução não trivial.

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ (\operatorname{sen} a)x + (\operatorname{cos} a)y = 0 \\ (\operatorname{cos} a)x + (\operatorname{sen} a)z = 0 \end{cases}$$

b) Resolva a equação  $x^5 + x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 3x + 3 = 0$  no conjunto dos números complexos.

**Resolução**

a) O sistema  $\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ (\operatorname{sen} a)x + (\operatorname{cos} a)y = 0 \\ (\operatorname{cos} a)x + (\operatorname{sen} a)z = 0 \end{cases}$  tem

solução não-trivial se, e somente se:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ \operatorname{sen} a & \operatorname{cos} a & 0 \\ \operatorname{cos} a & 0 & \operatorname{sen} a \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 \operatorname{sen} a \operatorname{cos} a - \operatorname{cos}^2 a - \operatorname{sen}^2 a = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \operatorname{sen} (2a) = 1 \Leftrightarrow 2a = \frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi, n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{\pi}{4} + n \cdot \pi, n \in \mathbb{Z}$$

b) Sendo  $-1$  raiz da equação dada, tem-se:

$$\begin{array}{r|l} x^5 + x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 3x + 3 & x + 1 \\ \hline 0 & x^4 + 4x^2 + 3 \end{array}$$

pois

$$\begin{array}{r|l} 1 & 1 & 4 & 4 & 3 & 3 & -1 \\ \hline 1 & 0 & 4 & 0 & 3 & 0 & \end{array}$$

Assim sendo:

$$x^5 + x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 3x + 3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x^4 + 4x^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x^2 = -1 \text{ ou } x^2 = -3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = \pm i \text{ ou } x = \pm \sqrt{3}i$$

Respostas: a)  $\{a \in \mathbb{R} \mid a = \frac{\pi}{4} + n \cdot \pi, n \in \mathbb{Z}\}$

b)  $\{-1; i; -i; \sqrt{3}i; -\sqrt{3}i\}$

5

Considere as funções:  $f(x) = 3^x - 3$  e  $g(x) = \log_3(x + 1)$ , sendo  $\log_a(b)$  o logaritmo de **b** na base **a**.

a) Esboce a representação gráfica das funções **f(x)** e **g(x)** num mesmo sistema cartesiano de eixos.

b) Escreva a equação das retas **r** e **s**, assintotas das funções **f(x)** e **g(x)**, respectivamente.

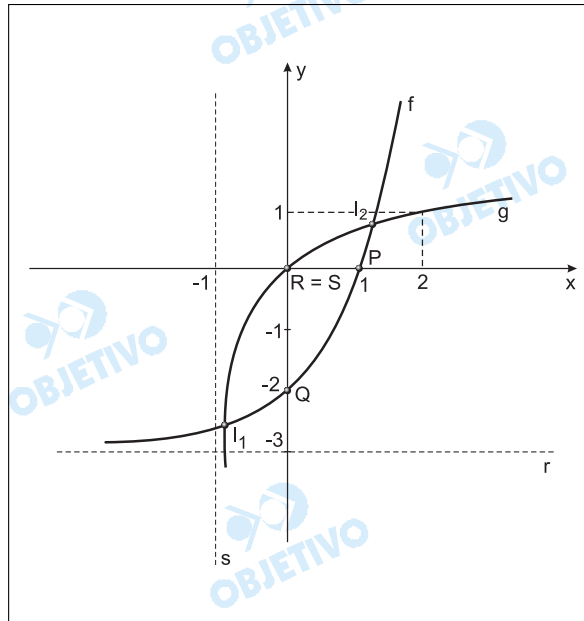
- c) Determine as coordenadas dos pontos **P** e **R**, intersecções das funções **f(x)** e **g(x)**, respectivamente, com o eixo **Ox** e as coordenadas dos pontos **Q** e **S**, intersecções das funções **f(x)** e **g(x)**, respectivamente, com o eixo **Oy**.
- d) Determine graficamente o número de soluções da equação **f(x) = g(x)**.

**Resolução**

Sendo:

$f(x) = 3^x - 3$  e  $g(x) = \log_3(x + 1)$ , tem-se:

a)



- b) A equação da reta **r**, assíntota da função **f**, é  $y = -3$ .  
A equação da reta **s**, assíntota da função **g**, é  $x = -1$ .
- c) De acordo com o gráfico, temos:  
 $P(1; 0)$ ;  $R(0; 0)$ ;  $Q(0; -2)$ ;  $S(0; 0)$
- d) Os gráficos de **f** e **g** cortam-se em  $I_1$  e  $I_2$  e portanto a equação  $f(x) = g(x)$  tem 2 soluções.

**Respostas:** a) gráfico

b)  $r: y = -3$

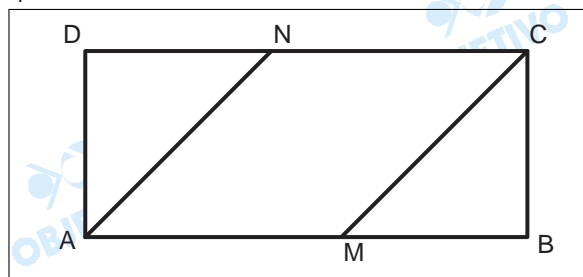
$s: x = -1$

c)  $P(1; 0)$ ;  $R(0; 0)$ ;  $Q(0; -2)$ ;  $S(0; 0)$

d) 2 soluções

**6**

- a) Na figura a seguir, **ABCD** é um retângulo e **AMCN** é um losango.  
Determine a medida do segmento **NB**, sabendo que **AB = 2AD = 20cm**.

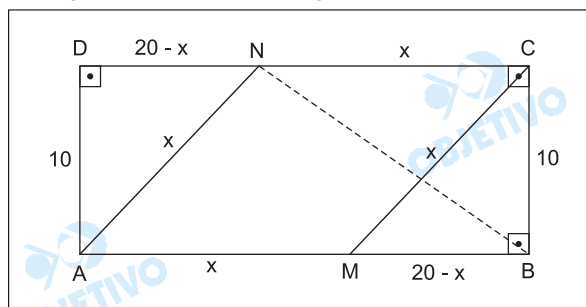


- b) Considere dois polinômios,  $f(x)$  e  $g(x)$ , tais que o grau de  $f(x)$  é  $n + 2$  e o grau de  $g(x)$  é  $n - 1$ .  
Sejam  $q(x)$  e  $r(x)$  ( $r(x) \neq 0$ ), respectivamente, o quociente e o resto da divisão de  $f(x)$  por  $g(x)$ .  
O que se pode afirmar a respeito dos graus dos polinômios  $q(x)$  e  $r(x)$ ?

**Resolução**

a)  $AB = 2AD = 20\text{cm} \Leftrightarrow \begin{cases} AB = 20\text{cm} \\ AD = 10\text{cm} \end{cases}$

Chamando de  $x$  a medida, em cm, do lado do losango  $AMCN$  temos a figura:



Utilizando o teorema de Pitágoras no triângulo  $ADN$ , resulta  $x^2 = 10^2 + (20 - x)^2 \Leftrightarrow 40x = 500 \Leftrightarrow x = \frac{25}{2}$ .

No triângulo retângulo  $BCN$ , temos:

$$BN^2 = x^2 + 10^2 \text{ e, portanto, } BN^2 = \left(\frac{25}{2}\right)^2 + 10^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BN = \sqrt{\frac{625}{4} + 100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BN = \sqrt{\frac{1025}{4}} \Rightarrow BN = \frac{5\sqrt{41}}{2}, \text{ em cm.}$$

- b) Sejam  $gr(f) = n + 2$ ,  $gr(g) = n - 1$ ,  $gr(q)$  e  $gr(r)$  os graus de  $f$ ,  $g$ ,  $q$  e  $r$ , respectivamente.

Como  $\begin{array}{l} f(x) \\ r(x) \end{array} \left| \begin{array}{l} g(x) \\ q(x) \end{array} \right. \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x) \\ 0 \leq gr(r) < gr(g) \end{cases}$$

Devemos ter, então,  $gr(f) = gr(g) + gr(q)$  e  $0 \leq gr(r) < gr(g)$  e, portanto,  $n + 2 = n - 1 + gr(q)$  e  $0 \leq gr(r) < n - 1 \Leftrightarrow gr(q) = 3$  e  $0 \leq gr(r) < n - 1$ , com  $n \in \mathbb{N}^*$  e  $n \geq 2$ , pois  $r(x) \neq 0 \Rightarrow gr(g) = n - 1 \geq 1$ .

**Respostas:**

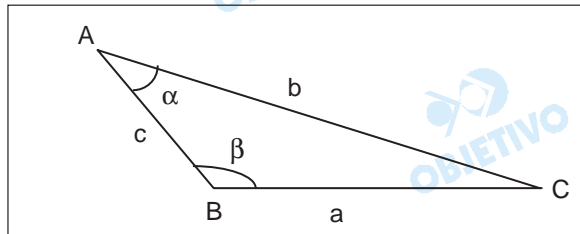
$$a) BN = \frac{5\sqrt{41}}{2} \text{ cm}$$

$$b) gr(q) = 3 \text{ e } 0 \leq gr(r) < n - 1, n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$$

**7**

a) No triângulo **ABC** da figura abaixo, sabe-se que:

$$a = \frac{7}{3}c; \text{ sen } \beta = \frac{4\sqrt{3}}{7}; 90^\circ < \beta < 180^\circ.$$

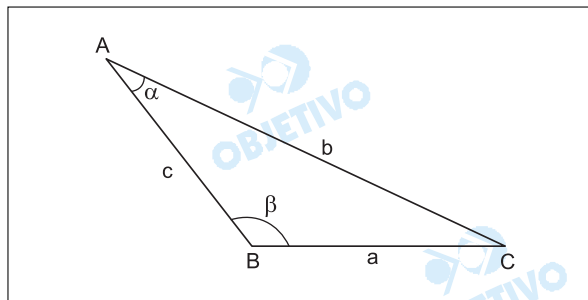


Determine o valor do ângulo  $\alpha$ .

b) Escreva a equação da bissetriz do maior ângulo formado pelas retas  $y = 3$  e  $y = 2 - x\sqrt{3}$ .

**Resolução**

a)



No triângulo **ABC** da figura, sabendo-se que:

$$a = \frac{7}{3} \cdot c, \text{ sen } \beta = \frac{4\sqrt{3}}{7}, 90^\circ < \beta < 180^\circ, \text{ temos:}$$

$$1^\circ) \left. \begin{array}{l} \text{sen } \beta = \frac{4\sqrt{3}}{7} \\ 90^\circ < \beta < 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \cos \beta = -\frac{1}{7}$$

$$2^\circ) b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta \text{ (Lei dos cossenos)}$$

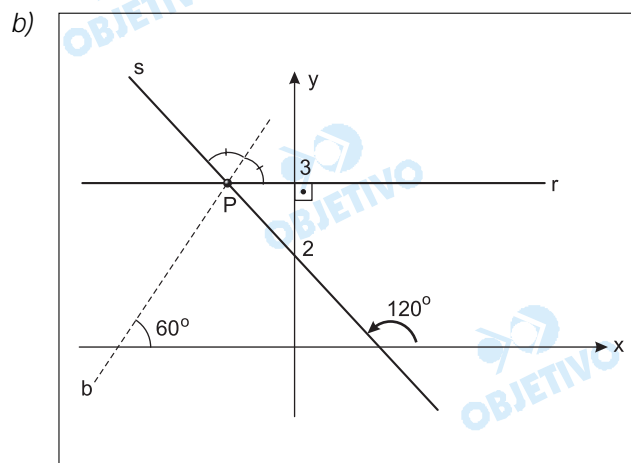
$$b^2 = a^2 + \frac{9}{49} \cdot a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{3}{7} \cdot a \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow b^2 = a^2 \cdot \left(\frac{49 + 9 + 6}{49}\right) \Leftrightarrow b = \frac{8}{7} \cdot a$$

$$3^\circ) \frac{b}{\text{sen } \beta} = \frac{a}{\text{sen } \alpha} \text{ (Lei dos senos)}$$

$$= \frac{\frac{8}{7} \cdot a}{\frac{4\sqrt{3}}{7}} = \frac{a}{\text{sen } \alpha} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \operatorname{sen} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \alpha = 60^\circ, \text{ pois } 0^\circ < \alpha < 90^\circ$$



Sejam as retas

(r)  $y = 3$  (paralela ao eixo  $x$ )

(s)  $y = -\sqrt{3} \cdot x + 2$ . A bissetriz (b) do maior ângulo formado pelas retas dadas passa pela intersecção das retas  $r$  e  $s$  e tem inclinação de  $60^\circ$ . Assim:

1º) intersecção das retas  $r$  e  $s$ .

$$\begin{cases} y = 3 \\ y = -\sqrt{3} \cdot x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow P\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; 3\right)$$

2º) equação da reta  $b$ , que passa pelo ponto

$$P\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; 3\right) \text{ e tem declividade}$$

$$m = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3} \text{ tem equação:}$$

$$y - 3 = \sqrt{3} \cdot \left(x + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \Leftrightarrow y = \sqrt{3} \cdot x + 4$$

**Respostas:** a)  $\alpha = 60^\circ$

$$b) y = \sqrt{3} \cdot x + 4$$



Benedito, um motorista de táxi que percorre 5 040 km por mês, analisa a hipótese de adquirir um veículo equipado com tecnologia *flex fuel*, bicombustível. No folheto de propaganda a montadora explica que o veículo bicombustível tanto pode usar álcool como gasolina, em qualquer proporção, apresentando a seguinte tabela de consumo, de acordo com as proporções de combustíveis utilizadas:

Combustível		Consumo (km por litro)
Álcool	Gasolina	
—	100%	18
40%	60%	16
60%	40%	15
70%	30%	14
100%	—	10

- a) Considerando que atualmente a gasolina custa R\$ 2,00 por litro e que o preço do litro de álcool é 45% do preço do litro de gasolina, que proporção de combustíveis Benedito deveria utilizar no veículo equipado com tecnologia *flex fuel*, para que tivesse o menor gasto mensal possível?
- b) Para comprar o carro bicombustível, Benedito despende R\$ 3 000,00 a mais do que gastaria se adquirisse o mesmo modelo com motor movido a gasolina, que faz 18 km por litro. Nas duas hipóteses, o seu carro atual entrará como parte do pagamento.

O nosso motorista está em dúvida, pois se comprar o carro a gasolina poderá aplicar os R\$ 3 000,00 em um fundo de investimento que garante um rendimento de 30% de juros no período de 3 anos.

Supondo que os preços dos combustíveis mantenham-se nos níveis atuais nos próximos 3 anos, qual a aquisição que proporcionará maior ganho a Benedito?

#### Resolução

Admitindo-se que as únicas misturas permitidas são as apresentadas no folheto de propaganda da montadora, sendo  $45\% \cdot R\$ 2,00 = R\$ 0,90$  o preço do litro de álcool, a tabela seguinte mostra os gastos mensais com combustível.

Combustível		Consumo (km por litro)	Quantidade de litros da mistura para rodar 5040km	Preço do litro da mistura, em reais	Gasto mensal com combustível, em reais, (Quantidade de litros x preço por litro)
Álcool	Gasolina				
—	100%	18	280	$100\% \cdot 2,00 = 2,00$	560,00
40%	60%	16	315	$40\% \cdot 0,90 + 60\% \cdot 2,00 = 1,56$	491,40
60%	40%	15	336	$60\% \cdot 0,90 + 40\% \cdot 2,00 = 1,34$	450,24
70%	30%	14	360	$70\% \cdot 0,90 + 30\% \cdot 2,00 = 1,23$	442,80
100%	—	10	504	$100\% \cdot 0,90 = 0,90$	453,60

A  
mis-  
tura  
que  
resul-  
ta no

menor gasto mensal é a que contém 70% de álcool e 30% de gasolina.

b) Aplicando os R\$ 3 000,00 durante os 3 anos, a juros de 30%, Benedito terá, no final, um montante de R\$ 3 900,00.

Comprando o modelo **flex fuel** e usando a mistura 70% de álcool e 30% de gasolina, em relação ao carro a gasolina, Benedito economizará, mensalmente, R\$ 560,00 – R\$ 442,80 = R\$ 117,20.

Sem aplicar, em 36 meses (3 anos) Benedito economizará R\$ 117,20 . 36 = R\$ 4 219,20. Aplicando a economia mensalmente, Benedito terá uma vantagem ainda maior.

Desta forma, a aquisição do carro equipado com

tecnologia **flex fuel** proporcionará maior ganho a Benedito.

- Respostas:** a) 70% de álcool e 30% de gasolina.  
b) O carro com tecnologia **flex fuel**.

**9**

**A** e **B** são subconjuntos do conjunto dos números reais ( $\mathbb{R}$ ), definidos por:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x + 1 = |x + 1| - |x|\};$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq ||x + 1| - 2|\};$$

Determine o intervalo real que representa  $\bar{A} \cap \bar{B}$  sendo  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  os complementares de **A** e **B**, respectivamente, em relação a  $\mathbb{R}$ .

**Resolução**

I) Seja o conjunto

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x + 1 = |x + 1| - |x|\}$$

1º) para  $x \geq 0$ , temos:  $2x + 1 = x + 1 - x \Leftrightarrow x = 0$ ,  
portanto  $V_1 = \{0\}$ .

2º) para  $-1 \leq x \leq 0$ , temos:  $2x + 1 = x + 1 - (-x) \Leftrightarrow$   
 $\forall x \in \mathbb{R}$  e, portanto  $V_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 0\}$ .

3º) para  $x \leq -1$ , temos:  $2x + 1 = (-x - 1) - (-x) \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow x = -1$ , portanto  $V_3 = \{-1\}$ .

Dessa forma o conjunto

$$A = V_1 \cup V_2 \cup V_3 = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 0\}$$
 e

$$\bar{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } x > 0\}.$$

II) Seja o conjunto

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid ||x + 1| - 2| \geq 2\}, \text{ então:}$$

$$|x + 1| - 2 \leq -2 \text{ ou } |x + 1| - 2 \geq 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |x + 1| \leq 0 \text{ ou } |x + 1| \geq 4 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \text{ ou}$$

$$x + 1 \leq -4 \text{ ou } x + 1 \geq 4$$

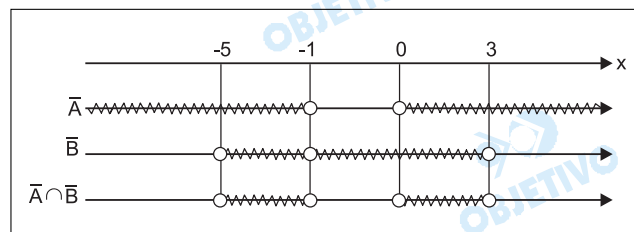
$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x \leq -5 \text{ ou } x \geq 3$$

Dessa forma o conjunto

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x = -1 \text{ ou } x \leq -5 \text{ ou } x \geq 3\}$$
 e

$$\bar{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < 3 \text{ e } x \neq -1\}$$

III) A intersecção  $\bar{A} \cap \bar{B}$ , resulta



Portanto:

$$\bar{A} \cap \bar{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < -1 \text{ ou } 0 < x < 3\}.$$

**10**

Uma certa mercadoria foi promovida por uma substancial campanha de propaganda e, pouco antes de encerrar a promoção, a quantidade diária de vendas era 10 000 unidades. Imediatamente após, as vendas diárias decresceram a uma taxa proporcional às vendas diárias, tal que:  $V(t) = B \cdot e^{k \cdot t}$ , sendo  $B$  o número de unidades vendidas em um determinado dia;  $V(t)$  a quantidade de vendas por dia, após  $t$  dias;  $e = 2,72$  e  $k$  um número real.

Sabe-se que 10 dias após encerrar a promoção o volume diário de vendas era 8 000 unidades.

- Qual o volume diário de vendas 30 dias após o encerramento da promoção?
- Quando se espera que a venda diária seja reduzida a 6 400 unidades?

Considere que  $\log 2 = \frac{3}{10}$ , sendo  $\log 2$  o logaritmo de 2 na base 10.

### Resolução

Supondo que para  $t = 0$  o volume de vendas tenha sido de 10 000 unidades, temos:

$$1) V(0) = B \cdot e^{k \cdot 0} = 10\,000 \Leftrightarrow B = 10\,000$$

$$3) V(30) = 10\,000 \cdot e^{k \cdot 30} = 10\,000 \cdot (e^{10k})^3 = \\ = 10\,000 \cdot \left(\frac{8}{10}\right)^3 = 5\,120$$

$$4) V(t) = 6\,400 \Leftrightarrow 10\,000 \cdot e^{kt} = 6\,400 \Leftrightarrow (e^{10k})^{\frac{t}{10}} = \\ = \frac{6\,400}{10\,000} \Leftrightarrow \left(\frac{8}{10}\right)^{\frac{t}{10}} = \left(\frac{8}{10}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{t}{10} = 2 \Leftrightarrow t = 20$$

**Respostas:** a) 5 120 unidades

b) 20 dias após o encerramento

# PORTUGUÊS

Leia o texto abaixo; depois, responda às perguntas.

1 Era no tempo que ainda os portugueses não  
2 haviam sido por uma tempestade empurrados para  
3 a terra de Santa Cruz. Esta pequena ilha abundava  
4 de belas aves e em derredor pescava-se excelente  
5 peixe. Uma jovem tamoia, cujo rosto moreno pare-  
6 cia tostado pelo fogo em que ardia-lhe o coração,  
7 uma jovem tamoia linda e sensível, tinha por habi-  
8 tação esta rude gruta, onde ainda então não se via  
9 a fonte que hoje vemos. Ora, ela, que até os quin-  
10 ze anos era inocente como a flor, e por isso alegre  
11 e folgazona como uma cabritinha nova, começou a  
12 fazer-se tímida e depois triste, como o gemido da  
13 rola; a causa disto estava no agradável parecer de  
14 um mancebo da sua tribo, que diariamente vinha  
15 caçar ou pescar à ilha, e vinte vezes já o havia feito  
16 sem que de uma só desse fé dos olhares ardentes  
17 que lhe dardejava a moça. O nome dele era Aoitin;  
18 o nome dela era Ahy.

19 A pobre Ahy, que sempre o seguia, ora lhe apanha-  
20 va as aves que ele matava, ora lhe buscava as fle-  
21 chas disparadas, e nunca um só sinal de reconheci-  
22 mento obtinha; quando no fim de seus trabalhos,  
23 Aoitin ia adormecer na gruta, ela entrava de manso  
24 e com um ramo de palmeira procurava, movendo o  
25 ar, refrescar a fronte do guerreiro adormecido. Mas  
26 tantos extremos eram tão mal pagos que Ahy, de  
27 cansada, procurou fugir do insensível moço e fazer  
28 por esquecê-lo; porém, como era de esperar, nem  
29 fugiu-lhe e nem o esqueceu.

30 Desde então tomou outro partido: chorou. Ou  
31 porque a sua dor era tão grande que lhe podia  
32 exprimir o amor em lágrimas desde o coração até  
33 os olhos, ou porque, selvagem mesmo, ela já tinha  
34 compreendido que a grande arma da mulher está  
35 no pranto, Ahy chorou.

36 MACEDO, Joaquim Manuel de. *A Moreninha*.  
São Paulo: Ática, 1997, p. 62-63.

1

Observe a seguinte oração:

"...os portugueses não haviam sido por uma tempestade empurrados para a terra de Santa Cruz." (L. 1-2-3)

- Nessa oração, há uma locução verbal. Identifique-a.
- Em que voz ela está?
- Qual é o verbo principal dessa oração?

### Resolução

- A locução verbal é *havia(m) sido empurrados*.
- A oração está na voz *passiva analítica*.
- O verbo principal é *empurrar*.

**2**

Observe ainda a oração "...os portugueses não haviam sido por uma tempestade empurrados para a terra de Santa Cruz." (L. 1-2-3)

Coloque essa oração na ordem direta.

**Resolução**

*Na ordem direta, tem-se:*

*"... os portugueses não haviam sido empurrados por uma tempestade para a terra de Santa Cruz."*

**3**

Observe o fragmento:

"Era no tempo que ainda os portugueses não haviam sido por uma tempestade empurrados para a terra de Santa Cruz." (L. 1-2-3)

É possível acrescentar aí uma preposição. Transcreva o fragmento, mas inclua essa preposição.

**Resolução**

*A preposição a ser acrescentada é em:*

*"Era no tempo em que ainda os portugueses não haviam sido por uma tempestade empurrados para a terra de Santa Cruz."*

**4**

Observe a frase do texto:

"Esta pequena ilha abundava de belas aves..." (L. 3-4)

Transcreva essa frase, mas use **belas aves** como sujeito. Mantenha o tempo do verbo **abundar** e faça as adaptações necessárias.

**Resolução**

*Transcrevendo a frase, usando belas aves como sujeito, tem-se:*

*Belas aves abundavam nesta pequena ilha.*

**5**

Como o texto explica o fato de Ahy ser **alegre e folgazona** (L. 11)? Que razão levou a que, depois, ela ficasse diferente?

**Resolução**

*Ahy (melhor seria grafar Aí) era "alegre e folgazona" por ser "inocente como a flor", isto é, por até os quinze anos não conhecer o amor. A razão por que ficou tímida e triste é justamente a paixão incorrespondida que começa a ter por "um mancebo de sua tribo, que diariamente vinha caçar ou pescar à ilha", Aoitin.*

**6**

O que significa **parecer**, na linha 14 do texto?

**Resolução**

*Parecer significa "aparência, aspecto, forma física". Note-se que parecer, nessa frase, é um substantivo.*

**7**

Justifique o uso das vírgulas em: "A pobre Ahy, que sempre o seguia, ..." (L. 19)

**Resolução**

*A oração isolada por vírgulas, "que sempre o seguia", é subordinada adjetiva explicativa.*

**8**

Observe o trecho a seguir (L. 15-16-17):

"...e vinte vezes já o havia feito sem que de uma só desse fé dos olhares ardentes que lhe dardejava a moça."

Nesse trecho:

a) Que palavra está subentendida na expressão **de uma só**?

b) O que significa **desse fé**?

**Resolução**

a) *A palavra subentendida é vez, o que configura zeugma, porque ela já aparece no início da oração. Assim, tem-se: "sem que de uma só vez..."*

b) *"Desse fé", no contexto em que foi empregada, significa notasse, percebesse.*

**9**

a) O que significa, literalmente, **dardejava**?

b) E na linha 17 do texto, o que significa esse verbo?

c) Que figura de linguagem ocorre nesse caso?

**Resolução**

a) *Literalmente, dardejar significa "arremessar dardo, atingir ou ferir com dardo".*

b) *No contexto, o verbo dardejar foi empregado com sentido conotativo de "lançar (olhares) de forma intensa e insinuante", como se fossem dardos.*

c) *Ocorre metáfora, pois se sugere que o olhar da moça penetra (atinge) o rapaz como se fosse um dardo.*

**10**

Explique por que, na linha 17 do texto, a forma verbal **dardejava** está no singular.

**Resolução**

*A forma verbal dardejava está no singular, pois concorda com o sujeito simples a moça.*

**11**

Observe:

"A pobre Ahy, que sempre o seguia, ora lhe apanhava as aves que ele matava, ora lhe buscava as flechas disparadas, e nunca um só sinal de reconhecimento obtinha..." (L. 19-20-21-22)

- Que diferenças podem ser apontadas entre a palavra *ora*, nesse trecho, e a palavra *hora*, que não está no texto?
- Cite outra passagem do texto em que se encontram palavras com o mesmo emprego e sentido semelhante ao de *ora*, nesse trecho.

**Resolução**

- A palavra "*ora*" empregada no texto funciona como conjunção coordenativa alternativa; já "*hora*" é um substantivo cuja referência é um segmento de tempo, equivalente a 60 minutos.
- No último parágrafo é também empregada uma conjunção coordenativa alternativa: "*Ou porque a sua dor era tão grande... , ou porque, selvagem mesmo, ela já tinha compreendido...*"

**12**

- O que significa **extremos** na linha 26 do texto?
- Como o texto justifica a afirmação de que os extremos eram **mal pagos**?

**Resolução**

- A palavra *extremos* significa "*carinho excessivo, cuidado intenso, exagero*". Ela indica a intensidade das atitudes de afeto de Ahy por Aoitin.
- Os "*extremos*" eram "*mal pagos*" porque Ahy "*nunca um só sinal de reconhecimento obtinha*", ou seja, seu amor não era correspondido nem notado por Aoitin.

**13**

Que circunstância indica, no texto, a expressão **de cansada** (L. 27)? Como o texto justifica essa circunstância?

**Resolução**

A expressão "*de cansada*" indica circunstância de causa, justificada no texto pelo fato de ela ter tentado de várias maneiras conquistar Aoitin, sem sucesso.



**14**

Selecione, das linhas 28, 29 e 30 do texto, duas palavras que tenham valor anafórico. Explique essas anáforas.

**Resolução**

Ocorre anáfora na repetição de *nem* em "*nem fugiu-lhe e nem o esqueceu*". Os pronomes *lo* ("esqueceu-lo") e *lhe* ("fugiu-lhe"), por seu lado, têm "valor anafórico", pois retomam palavras que se encontram próximas no texto. Portanto, trata-se de uma questão mal formulada cuja imprecisão dá lugar a duas respostas de teor diverso.

**15**

Observe o seguinte fragmento do texto:

"Ou porque a sua dor era tão grande que *lhe* podia exprimir o amor em lágrimas desde o coração até os olhos, ou porque, selvagem mesmo, ela já tinha compreendido que a grande arma da mulher está no pranto, *Ahy* chorou." (L. 31-36)

O que significa **mesmo** nesse fragmento? Justifique sua resposta.

**Resolução**

A palavra "*mesmo*" tem valor concessivo, significando "*apesar de, embora, ainda que*".

**16**

O texto afirma que **a grande arma da mulher está no pranto** (L. 35-36).

- Explique essa afirmação do texto.
- Nos dias de hoje, isso continua verdadeiro? Justifique sua resposta.

**Resolução**

- O enunciado vê relação de causalidade (o pranto como arma voluntária), onde o narrador lança apenas uma hipótese – *dele, narrador – de que, "selvagem mesmo", ela já tivesse a compreensão que o homem civilizado, no século XIX, em pleno Romantismo, tinha do poder das lágrimas da mulher.*
- A questão carece de objetividade e propósito. A rigor, qualquer resposta é cabível. Sim, para os herdeiros do sentimentalismo romântico; não, para defensores da igualdade e equidade entre os sexos; em termos, para os que não quiserem arriscar-se em terreno tão movediço e impertinente em uma prova vestibular.

**17**

Aparentemente, o texto faz referência a um acontecimento histórico e indica-lhe uma causa.

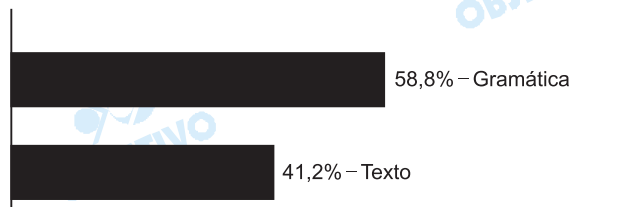
- Que acontecimento é esse?
- Cite duas outras causas comumente apontadas para ele.

**Resolução**

- No início do texto faz-se referência ao descobrimento do Brasil.
- A "causa" a que alude o enunciado e referida no texto foi "uma tempestade" que teria empurrado os portugueses para a terra de Santa Cruz, configurando a adesão do narrador à tese da "casualidade" do Descobrimento. Nessa mesma direção, já se atribuiu o "achamento" do Brasil à necessidade de que a esquadra cabralina se afastasse das "calmarias" da costa africana. Para a vertente historiográfica mais contemporânea, a "intencionalidade" teria trazido os portugueses ao litoral baiano, orientados por vários indícios de que havia algo a encontrar na direção do Ocidente. O item refoge ao texto e à disciplina Língua e Literatura.

**Comentário**

Infelizmente, as últimas provas de Português da FGV têm abandonado totalmente a antiga tradição dos vestibulares dessa prestigiosa escola. Nesta prova, não se encontra nenhuma das inteligentes questões de compreensão de texto ou de desempenho lingüístico que abundavam em provas de anos atrás; ao contrário, as questões sobre texto são simplórias ou descabidas, e o resto é gramática.



# PORTUGUÊS

## REDAÇÃO

### INSTRUÇÕES

Esta prova é constituída de apenas um texto.

#### Com base nele:

- Dê um título sugestivo à sua redação.
- Redija um texto dissertativo a partir das idéias apresentadas. Defenda os seus pontos de vista utilizando-se de argumentação lógica.

#### Na avaliação da sua redação, serão ponderados:

- a correta expressão em língua portuguesa.
- a clareza, a concisão e a coerência na exposição do pensamento.
- sua capacidade de argumentar logicamente em defesa de seus pontos de vista.
- seu nível de atualização e informação.
- a originalidade na abordagem do tema.

#### A Banca aceitará qualquer posicionamento ideológico do examinando.

- Evite "fazer rascunho" e "passar a limpo" para não perder tempo.
- A redação pode ser escrita a lápis.
- Atenção para escrever com letra bem legível.

### TEMA

"Muitos estudantes ainda optam por seguir determinadas carreiras em função da pressão familiar, ou da facilidade que ela lhe proporciona – como 'herdar', no início da carreira, o consultório ou a clientela do escritório do pai. É o caso de Gilberto Ferreira Alves, 20 anos, estudante de odontologia na USP, que antes de concluir o curso já sabe que poderá contar com boa parte dos clientes da clínica bem montada de sua mãe. Os jovens escolhem o caminho profissional movidos por três razões básicas: porque gostam, pelo dinheiro que podem ganhar ou pelo que se denomina 'profissão do futuro' – a tendência de crescimento de determinado campo de trabalho nos próximos anos. Poucos levam em conta se têm talento, ou não, para exercer a profissão".

(por Inês Pereira Bermann e Beth Klock – *Como os jovens escolhem sua profissão* – UNIVERSIABRASIL.NET)

### Comentário de Redação

*A escolha da carreira profissional, assunto dos mais comentados entre estudantes pré-universitários, foi o tema proposto, a ser discutido numa dissertação. Para defender seus pontos de vista, o candidato*

deveria basear-se em fragmento de texto apropriadamente intitulado *Como os jovens escolhem sua profissão*. Caberia, assim, refletir sobre os fatores mais relevantes no processo de escolha do "caminho profissional", sendo os mais "cotados" a vocação para o exercício de determinado ofício, a possibilidade de ascensão econômica que certas carreiras podem render ou o potencial de certas profissões, avaliado de acordo com as tendências do mercado de trabalho.

Ao proceder à análise desses e de outros aspectos relacionados a tal questão, o candidato poderia valer-se da própria experiência, já que, durante o ensino médio, a maioria dos jovens é submetida a uma série de pressões – tanto familiares quanto sociais – que os levam, muitas vezes, a fazer escolhas equivocadas, especialmente se desprezam aptidões e talentos que os aproximariam da tão sonhada realização profissional.