VESTIBULAR FGV

GRADUAÇÃO EM ECONOMIA – SP

1ª FASE | PROCESSO SELETIVO

1º SEMESTRE DE 2022

001. PROVA DE MATEMÁTICA

BLOCO 2

FUNDAÇÃO vunesp

14.11.2021 | tarde

BLOCO 2

MATEMÁTICA

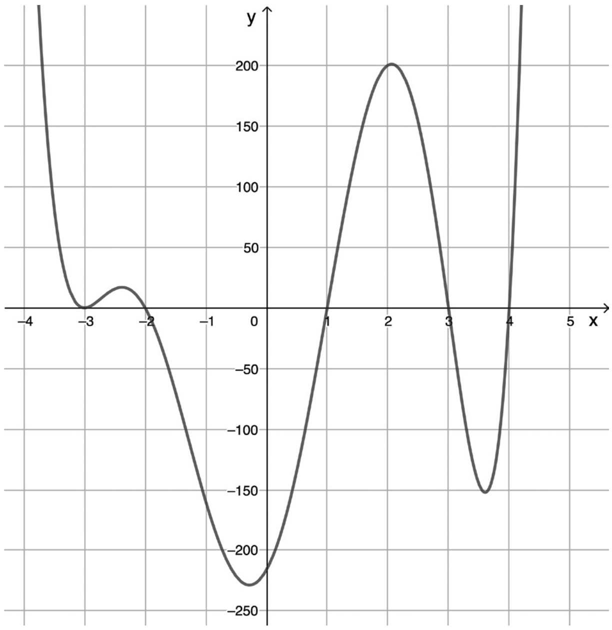
01. Julia e Lucas estão em frente ao seu quarto de hotel, que é o quarto número 1 em um longo corredor cujos números dos quartos seguem a ordem dos números inteiros positivos. Julia começou a correr pelo corredor seguida de Lucas, de maneira que a cada 5 quartos pelos quais ela passava, Lucas passava por 3 quartos. Quando Julia chegou ao último quarto do corredor, imediatamente deu meia volta e voltou pelo corredor com a mesma velocidade. Em dado momento Lucas, que também sempre manteve a mesma velocidade, encontrou-se com Julia em frente ao quarto de número 196. O número total de quartos desse corredor, sabendo que é um número terminado em 1 ou 6, é

- ○ 216.
- ○ 261.
- ○ 281.
- ○ 286.
- ○ 291.

02. Considere um número complexo $z = a + bi$ e seu conjugado $\bar{z}$. Ao desenharmos, no plano complexo, todos os afixos dos complexos z, tais que $z + \bar{z} = 2\pi^2$, obteremos

- ○ uma reta vertical paralela ao eixo imaginário.
- ○ uma reta horizontal paralela ao eixo real.
- ○ um quadrado, em que um de seus vértices é $(\pi, -\pi)$.
- ○ uma circunferência de raio π e todos os pontos do seu interior.
- ○ apenas os pontos de uma circunferência de raio 2π.

03. O gráfico de um polinômio de sexto grau, em que a escala entre os eixos é de 1 para 50, está representado a seguir.



Sabe-se que o coeficiente do termo de sexto grau é 1 e que uma das raízes desse polinômio tem multiplicidade 2. Essa raiz é igual a

○ –3.

○ –2.

○ 1.

○ 3.

○ 4.

04. Considere o polinômio $P(x) = x^3 - 10x^2 + 14x + d$, em que d é uma constante real. Se a soma de duas das raízes desse polinômio é igual a 8, o valor da constante d é

○ –4.

○ –2.

○ 2.

○ 4.

○ 6.

05. Um garoto brinca com um conjunto de 7 blocos que podem ser inseridos em 3 hastes distintos. Os blocos e as hastes possuem, dois a dois, cores distintas. Na brincadeira o garoto pode colocar os blocos em uma ou mais hastes e a ordem dos blocos nas hastes e a cor da haste em que cada bloco foi colocado diferencia cada montagem feita. O número de montagens distintas que esse garoto poderá fazer usando os 7 blocos é

○ 30 240.
○ 105 840.
○ 181 440.
○ 211 680.
○ 236 880.

06. Duas filas, uma de meninos e uma de meninas, são formadas para a entrada em um brinquedo. Entram nesse brinquedo 10 crianças por vez e um sorteio decide de qual fila entrará a criança, com 50% de chances para a fila de meninos e 50% de chances para a fila de meninas. Estando o brinquedo vazio, Ana, Joana e Mariana, que eram as primeiras da fila das meninas, foram as três primeiras sorteadas para entrar. Após o brinquedo atingir sua capacidade máxima, a probabilidade de estar com mais meninos do que meninas é

○ $\frac{1}{7}$
○ $\frac{2}{7}$
○ $\frac{2}{21}$
○ $\frac{1}{8}$
○ $\frac{1}{16}$

07. Em um trecho retilíneo de uma rua há 14 vagas, lado a lado, demarcadas para o estacionamento de carros. Os carros entram e saem aleatoriamente dessas vagas e em um dado momento havia 9 carros estacionados. A probabilidade, nesse momento, de não haver vagas vazias lado a lado é de

○ $\frac{1}{24}$
○ $\frac{5}{24}$
○ $\frac{3}{40}$
○ $\frac{9}{125}$
○ $\frac{18}{143}$

08. Considere uma matriz quadrada A de ordem n e um polinômio p(x) de grau m. Um polinômio matricial em A é a matriz p(A) de ordem n definida por:

$p(A) = a_0 \cdot I_n + a_1 \cdot A + a_2 \cdot A^2 + \ldots + a_m \cdot A^m$, em que I_n é a matriz identidade de ordem n e a_i, com $0 \leq i \leq m$, o coeficiente do termo de grau i do polinômio. De maneira resumida p(A) é a matriz obtida ao substituir, no polinômio, x pela matriz A e a_0 pela matriz $a_0 \cdot I_n$. Dado o polinômio $p(x) = 3x^2 - x + 2$ e a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, o polinômio matricial em A é

○ $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

○ $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

○ $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 12 \end{bmatrix}$

○ $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -8 & 12 \end{bmatrix}$

○ $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

09. Considere o seguinte sistema linear em que α e β são números reais:

$$\begin{cases} x + y + \alpha z = 0 \\ x - y + \beta z = 0 \\ \beta x + \alpha y + z = 0 \end{cases}$$

As soluções não triviais desse sistema serão aquelas tais que

○ $\alpha + \beta = 0$.

○ $\alpha - \beta = 0$.

○ $\alpha^2 + \beta^2 = 2$.

○ $\alpha^2 - \beta^2 = 2$.

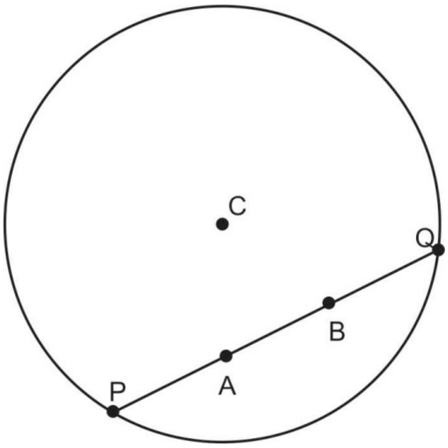
○ $\alpha - \beta = 2$.

10. Sejam $A = [a_{ij}]$, $B = [b_{ij}]$ e $C = [c_{ij}]$ matrizes quadradas de ordem 3, tais que para i = 1 ou i = 2 $a_{ij} = b_{ij} = c_{ij}$. Para essas matrizes, $c_{3j} = a_{3j} + b_{3j}$ para quaisquer j.

Sabendo que det(A) = 9 e que det(B) = –5, o valor de $3 \cdot \det(2C^{-1}) \cdot \det\left(\dfrac{AB}{3}\right)$ é igual a

- ○ –90.
- ○ –50.
- ○ –10.
- ○ 20.
- ○ 60.

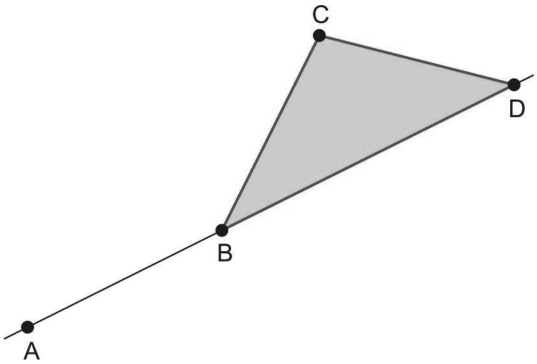
11. Em um sistema cartesiano ortogonal, considere uma circunferência de centro C(1, 3) com uma corda PQ e os pontos A(1, –2) e B(5, 0) que dividem essa corda em três segmentos congruentes, conforme mostra a figura.



O raio dessa circunferência é

- ○ $\sqrt{119}$
- ○ $\sqrt{65}$
- ○ $\sqrt{30}$
- ○ $\sqrt{42}$
- ○ $\sqrt{105}$

12. No sistema cartesiano, os pontos A(3, 1), B(7, 3) e D(x_D, y_D) são colineares e o triângulo BCD tem área 9, com C = (9, 7), conforme mostra a figura.



O valor de $x_D + y_D$ é igual a

○ 18.
○ 19.
○ 20.
○ 21.
○ 22.

13. Uma parábola tem equação $y^2 = (-1)^n \cdot 14(x - 2)$, em que n é um número inteiro. O esboço do gráfico dessa parábola revela que sua concavidade está para a esquerda, ou seja, todos os pontos que representam esse gráfico estão à esquerda de uma reta $x = v_0$, para algum v_0 real. Nessas condições, o foco e a diretriz dessa parábola, e o número n são, respectivamente,

○ (0; 2), x = 1,5 e ímpar.
○ (–2; 0), x = 2 e par.
○ (0; 3,5), x = –2 e par.
○ (–1,5; 0), x = – 0,5 e ímpar.
○ (–1,5; 0), x = 5,5 e ímpar.

14. Uma função real f é tal que f(x – 1) = 3f(x) – f(2) para todo x real. Dado que f(3) = 12, o valor de f(0) + f(4) é igual a

○ 40.
○ 60.
○ 80.
○ 100.
○ 120.

15. Um novo produto será lançado e uma campanha de telemarketing será contratada por 30 dias com a meta de vender 100 unidades desse produto no primeiro dia e a cada dia seguinte vender 8 unidades a mais do que no dia anterior. Foi definido pela campanha que o preço unitário em reais desse produto no dia d, com $1 \leq d \leq 30$, será calculado pela função $p(d) = \frac{d \cdot n(d)}{400} + 50$, em que n(d) é o número de produtos que se espera vender no dia d, de acordo com a meta. O total arrecadado pela campanha no dia em que o preço desse produto teve o menor valor foi

○ R$ 5.000,00.

○ R$ 5.025,00.

○ R$ 5.075,00.

○ R$ 5.125,00.

○ R$ 5.150,00.

16. A solução da equação logarítmica $\frac{1}{\log_9 x} + \frac{1}{\log_{24} x} = 3$ é

○ x = 3.

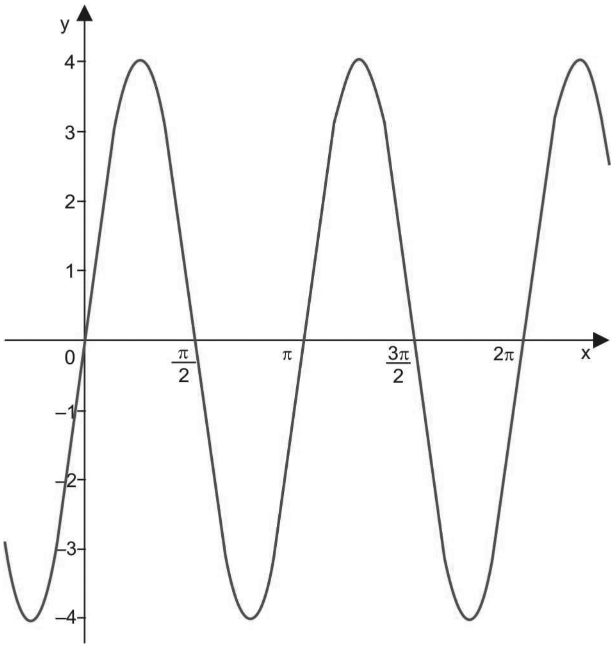
○ x = 6.

○ x = 12.

○ x = 24.

○ x = 72.

17. Fones de ouvido com cancelamento de ruído são aqueles que possuem microfones que captam o som ambiente e produzem uma onda sonora que "cancela" esse som, ou seja, o fone faz uma adição dessas ondas sonoras de maneira que a soma seja zero, dando a sensação de não haver sons externos ao fone. Considere que um desses fones detectou uma onda sonora de equação y = 4sen(2x), cujo gráfico está representado a seguir.



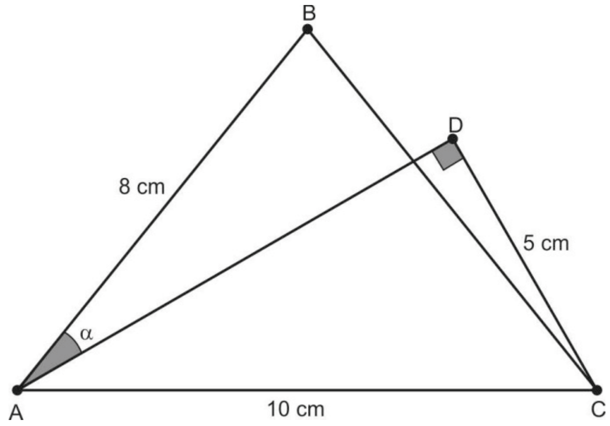
Uma onda que o fone poderá produzir para cancelar o ruído detectado é

- ○ y = 4sen(2x + π).
- ○ y = 0,25sen(2x + π).
- ○ y = 2sen(x + π).
- ○ y = 0,25sen(0,5x + 2π).
- ○ y = 4sen(2x + 2π).

18. No intervalo [0, 2π], a soma de todas as soluções de $\cos\frac{\pi}{4}\cdot\sqrt{1+\cos 2x}=\operatorname{sen}\frac{\pi}{3}$ é igual a

- ○ –4π.
- ○ –2π.
- ○ 0.
- ○ 2π.
- ○ 4π.

19. Um triângulo isósceles ABC e um triângulo retângulo ADC têm um lado em comum, conforme mostra a figura.



Sendo $\overline{BA} \equiv \overline{BC}$, o valor de sen α é

○ $\dfrac{4\sqrt{11}-15}{16}$

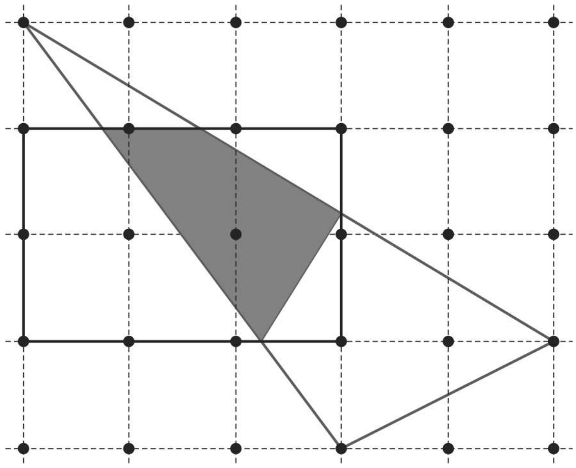
○ $\dfrac{4\sqrt{11}-9}{8}$

○ $\dfrac{3\sqrt{13}-5}{16}$

○ $\dfrac{3\sqrt{13}-10}{16}$

○ $\dfrac{3\sqrt{15}-9}{8}$

20. Em uma malha quadriculada cada quadrículo tem 1 cm de lado. Um triângulo e um retângulo foram desenhados nessa malha com vértices nas intersecções dos quadrículos, conforme mostra a figura.



A área do quadrilátero em destaque, cujos vértices são os pontos de intersecção entre os lados do retângulo e os lados do triângulo, é

○ $\frac{61}{30}$ cm^2

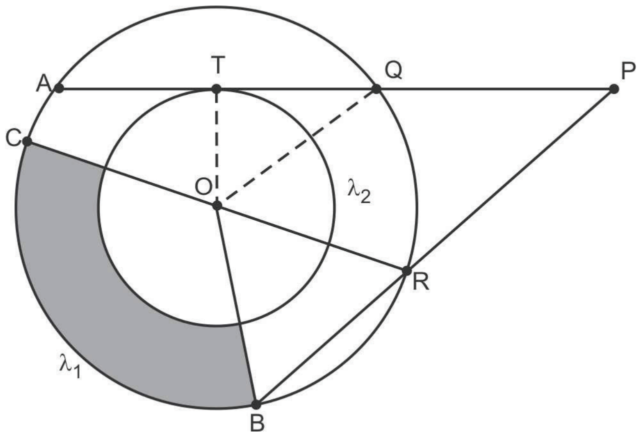
○ $\frac{67}{30}$ cm^2

○ $\frac{81}{42}$ cm^2

○ $\frac{121}{60}$ cm^2

○ $\frac{169}{84}$ cm^2

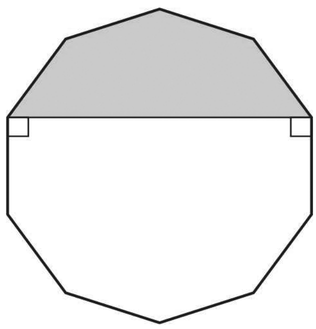
21. No plano, as circunferências λ_1, de raio 5 cm, e λ_2 têm o mesmo centro O. A e B são pontos de λ_1 tais que $\overline{PA} \cap \lambda_1 = Q$, $\overline{PB} \cap \lambda_1 = R$ e $\overline{PA}$ é tangente a λ_2 no ponto T, conforme mostra a figura.



As medidas de $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$ são, respectivamente, 14 cm e 12 cm e $\overline{PR}$ é 1 cm maior que $\overline{PQ}$. Sendo $\overline{CR}$ um diâmetro de λ_1 e usando a aproximação $\pi = 3$, a área destacada na figura vale

- ○ 16 cm^2.
- ○ 15 cm^2.
- ○ 14 cm^2.
- ○ 12 cm^2.
- ○ 9 cm^2.

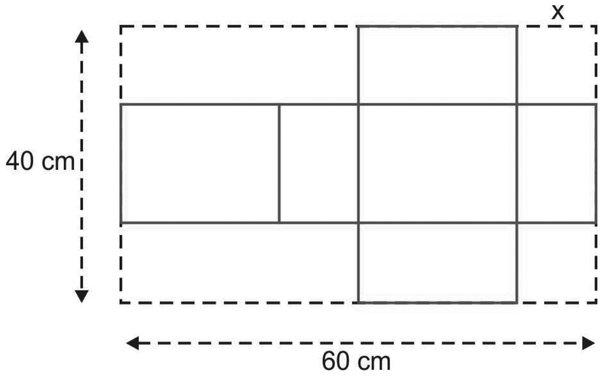
22. A área de um polígono regular pode ser calculada pela fórmula $A = \frac{Pa}{2}$ em que P é o perímetro e a é o apótema do polígono. Em um decágono regular, uma de suas diagonais forma ângulos retos com seus lados, conforme mostra a figura.



Sendo 100 cm^2 a área desse decágono, a área do pentágono destacado vale

- ○ 20 cm^2.
- ○ 25 cm^2.
- ○ 30 cm^2.
- ○ 35 cm^2.
- ○ 40 cm^2.

23. De uma folha retangular de papel de medidas 60 cm por 40 cm serão recortados quatro cantos, de maneira a ser possível construir um paralelepípedo reto-retângulo de área total 1 698 cm^2, conforme mostra a figura.



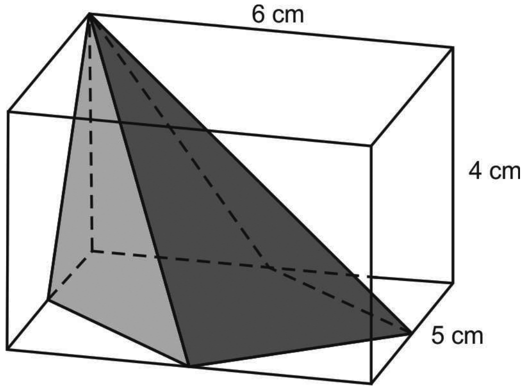
Nessas condições o valor de x é

- ○ 6 cm.
- ○ 7 cm.
- ○ 8 cm.
- ○ 9 cm.
- ○ 10 cm.

24. O rombicosidodecaedro é um sólido formado por 62 faces, todas polígonos regulares. Cada vértice do rombicosidodecaedro é um vértice em comum de dois quadrados, um triângulo e um pentágono. O número de faces quadradas no rombicosidodecaedro é

- ○ 24.
- ○ 28.
- ○ 30.
- ○ 32.
- ○ 36.

25. Em um paralelepípedo reto-retângulo está inscrita uma pirâmide de base pentagonal. Dois vértices dessa pirâmide são os vértices de uma das arestas do paralelepípedo e os outros quatro vértices são os pontos médios das arestas da base do paralelepípedo, conforme mostra a figura.



O volume dessa pirâmide é

○ 25 cm^3.

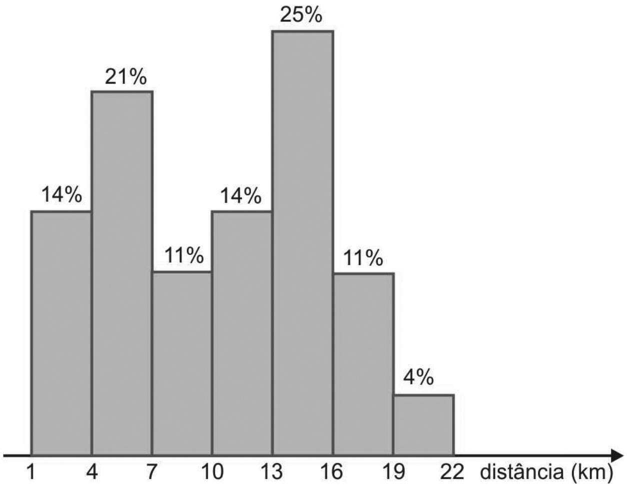
○ 30 cm^3.

○ 35 cm^3.

○ 40 cm^3.

○ 45 cm^3.

26. As distâncias, em km, entre a residência e o trabalho de um grupo de trabalhadores foram representadas em um histograma.



Para determinar a mediana desse conjunto de dados foi traçada uma reta vertical que dividiu o histograma em uma região à esquerda e uma região à direita, de maneira que a área dessas regiões fosse a mesma. O valor da mediana dessas distâncias corresponde à abscissa da reta construída, que é aproximadamente

- ○ 10,9 km.
- ○ 11,5 km.
- ○ 12,9 km.
- ○ 13,0 km.
- ○ 14,5 km.

27. Em uma academia 40 praticantes de halterofilismo marcaram em uma planilha o maior peso que conseguiram levantar em um sábado e calcularam a média aritmética desses pesos, obtendo o valor de 55 kg. No domingo, alguns praticantes conseguiram levantar 10 kg a mais do que o maior peso que tinham conseguido no dia anterior e os demais só conseguiram igualar a marca do sábado, de maneira que no domingo a média aritmética dos maiores pesos levantados pelas 40 pessoas foi 57 kg. O número de praticantes que conseguiram superar a marca do sábado foi

- ○ 4.
- ○ 5.
- ○ 6.
- ○ 7.
- ○ 8.

28. Considere os seguintes comandos de uma linguagem de programação natural:

- def atribui um valor a uma variável, por exemplo, def n = 5 atribui o valor 5 à variável n.
- n++ aumenta em uma unidade o valor da variável n, por exemplo, se n = 0 e o comando n++ é executado, o valor de n passa a ser 1.
- x = 3x + 1 altera o valor da variável x para o resultado da expressão 3x + 1, por exemplo se x = 7 e o comando x = 3x + 1 é executado, o valor de x passa a ser 22, pois $3 \cdot 7 + 1 = 22$.
- x = x/2 altera o valor da variável x para a sua metade, por exemplo se x = 8 e o comando x = x/2 é executado, o valor de x passa a ser 4, pois a metade de 8 é 4.

Considere o seguinte programa escrito nessa linguagem natural:

```
def n = 0
def x = 52
repita os comandos entre chaves enquanto o valor da variável x for
diferente de 1
{
  n++
  se x for ímpar execute x = 3x + 1
  se x for par execute x = x/2
}
```

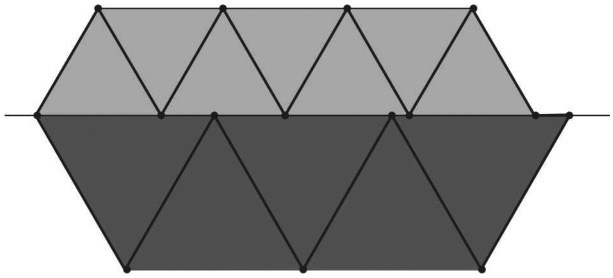
Ao término da execução desse programa o valor da variável n será

○ 8.
○ 9.
○ 10.
○ 11.
○ 12.

29. Sejam x e y dois algarismos e considere todos os números da forma 34x981y, em que y é a unidade desse número e x é a dezena de milhar. Sabendo que 34x981y é divisível por 12, o total de números dessa forma é

○ 4.
○ 5.
○ 6.
○ 7.
○ 8.

30. Uma via será enfeitada com triângulos equiláteros de lados 1,88 m e 2,68 m. Os dois primeiros triângulos a serem colocados, um de cada tamanho, terão um vértice em comum e todos os triângulos terão dois lados sobrepostos, sendo que um dos lados estará sobre uma reta, conforme mostra o padrão da figura.



Os triângulos serão colocados até que outros dois triângulos de tamanhos diferentes tenham um vértice em comum, de maneira que não haverá triângulos nem à esquerda do primeiro vértice em comum, nem à direita do segundo vértice em comum. O total de triângulos que serão utilizados para enfeitar essa via será

- 110.
- 111.
- 112.
- 113.
- 114.