

2023

1º Semestre



MATEMÁTICA

Prova Discursiva

VESTIBULAR  FGV

UNIFICADO

15/11/2022

MATEMÁTICA DISCURSIVA

Pergunta 1

Eduardo tem dois caminhos, A e B , para ir de sua casa até a empresa em que trabalha. O caminho A tem 6400 metros de comprimento e o caminho B tem 4500 metros. Pelo caminho A , Eduardo consegue fazer uma velocidade média de 60 km/h; pelo caminho B , ele consegue fazer uma velocidade média de 36 km/h.

- Qual dos caminhos, A ou B , Eduardo percorre em menos tempo? **Justifique a sua resposta**
- Qual é a diferença de tempo, em segundos, entre os dois caminhos? **Basta fornecer a resposta.**

Pergunta 2

Em um show de rock, os adultos representam $\frac{7}{16}$ do total de pessoas presentes. Com a chegada de um ônibus de turismo com mais 60 pessoas, os adultos passaram a representar $\frac{13}{30}$ do total de pessoas presentes.

- É possível que o número de pessoas presentes antes da chegada do ônibus de turismo fosse 160? **Justifique a sua resposta**
- Qual é o número mínimo de adultos presentes, após a chegada do ônibus de turismo? **Basta fornecer a resposta.**

Pergunta 3

Determine a quantidade de conjuntos que podem ser formados por dois números naturais distintos entre 1 e 401, inclusive, cuja soma seja par. **Justifique a sua resposta.**

Pergunta 4

Considere a sequência definida por:

- $a_1 = 1$
- $a_2 = 2$
- $a_3 = 3$
- $a_n = a_{n-3} + a_{n-1}$, para todo inteiro $n \geq 4$

Com relação a essa sequência:

- a_{2022} é um número par ou ímpar? **Justifique a sua resposta**
- E a_{2023} ? **Justifique a sua resposta**

Pergunta 5

Manuel fabrica e vende um produto que, até o momento, é livre de imposto. Manuel vende cada unidade do produto por um preço P .

O governo quer passar a cobrar imposto sobre este produto. Estuda-se um valor de alíquota de x . Isto significa que um percentual x do preço de venda de cada unidade deste produto será destinado ao pagamento do imposto.

Manuel está pensando em quanto terá que reajustar o preço para incluir o imposto cobrado. Ele quer fazer um ajuste percentual y no preço, de modo que a receita que ele obterá com a venda de uma unidade do produto, após descontar o imposto, se mantenha a mesma que a atual.

- Se a alíquota do imposto for de $x = 50\%$, quanto deverá ser o reajuste y ? **Justifique a sua resposta.**
- Encontre uma expressão que descreva y como função de uma alíquota qualquer x , com $0 < x < 100\%$. **Basta fornecer a resposta.**

Pergunta 6

Sejam $f(x) = 2x - 2$, $g(x) = 7 - x$ e $h(x) = \text{mínimo}(f(x), g(x))$ funções reais de variável real. Determine o valor máximo que a função $h(x)$ pode atingir. **Justifique a sua resposta.**

Obs: a função $\text{mínimo}(a, b)$ retorna o menor valor entre a e b . Por exemplo, $\text{mínimo}(5, 2) = 2$ e $\text{mínimo}(-3, 1) = -3$.

Pergunta 7

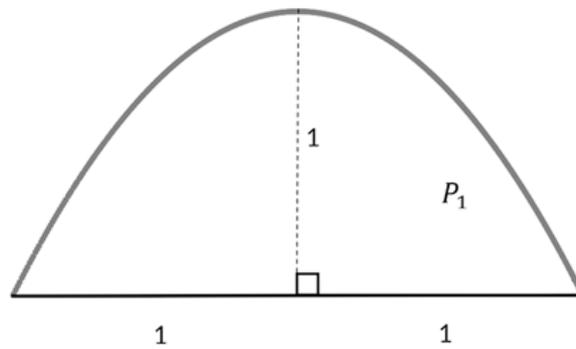
Em um torneio de tênis disputado em duas chaves, A e B , após as rodadas iniciais, restaram dois jogadores em cada chave: André e Antônio na chave A e Bruno e Bernardo na chave B . Os dois jogos das semifinais serão disputados por jogadores da chave A contra jogadores da chave B e serão escolhidos através de sorteio.

Nos torneios de tênis todos os jogos são eliminatórios e não há empates. No torneio em questão, a probabilidade de qualquer jogador da chave A vencer qualquer jogador da chave B é $\frac{3}{4}$. Além disso, a probabilidade de Antônio vencer André é $\frac{3}{5}$.

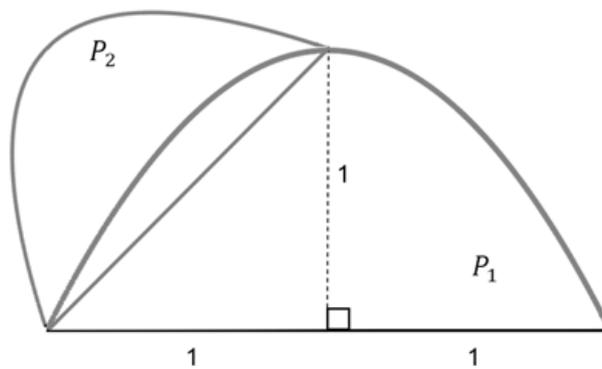
- De quantas maneiras Antônio pode ser o campeão? **Mostre para cada uma dessas maneiras quais seriam os dois jogos das semifinais e qual seria o jogo da final.**
- Qual a probabilidade de Antônio ser o campeão? **Basta fornecer a resposta.**

Pergunta 8

A figura P_1 , desenhada abaixo, é chamada de segmento de parábola. É limitada por um arco de parábola e um segmento de reta perpendicular ao eixo de simetria da parábola. A altura tem 1cm e a base tem 2 cm.



Sobre o segmento de reta que une o vértice inferior esquerdo do segmento de reta ao vértice da parábola foi construído um segmento de parábola P_2 , semelhante a P_1 , como mostra a figura abaixo.



Responda:

- a) Qual é a razão entre as áreas de P_1 e P_2 ? **Justifique a sua resposta.**
- b) Qual é a área da parte sombreada na figura abaixo? **Justifique a sua resposta.** (obs: a área sombreada corresponde aos pontos de P_2 que não pertencem a P_1).

