# 2023

1° Semestre

## MATEMÁTICA

Prova Discursiva

VESTIBULAR FGV

**UNIFICADO**

**15/11/2022**

## MATEMÁTICA DISCURSIVA

### Pergunta 1

Eduardo tem dois caminhos, *A* e *B*, para ir de sua casa até a empresa em que trabalha. O caminho *A* tem 6400 metros de comprimento e o caminho *B* tem 4500 metros. Pelo caminho *A*, Eduardo consegue fazer uma velocidade média de 60 km/h; pelo caminho *B*, ele consegue fazer uma velocidade média de 36 km/h.

a) Qual dos caminhos, *A* ou *B*, Eduardo percorre em menos tempo? **Justifique a sua resposta**

b) Qual é a diferença de tempo, em segundos, entre os dois caminhos? **Basta fornecer a resposta.**

### Pergunta 2

Em um show de rock, os adultos representam $\frac{7}{16}$ do total de pessoas presentes. Com a chegada de um ônibus de turismo com mais 60 pessoas, os adultos passaram a representar $\frac{13}{30}$ do total de pessoas presentes.

a) É possível que o número de pessoas presentes antes da chegada do ônibus de turismo fosse 160? **Justifique a sua resposta**

b) Qual é o número mínimo de adultos presentes, após a chegada do ônibus de turismo? **Basta fornecer a resposta.**

### Pergunta 3

Determine a quantidade de conjuntos que podem ser formados por dois números naturais distintos entre 1 e 401, inclusive, cuja soma seja par. **Justifique a sua resposta.**

### Pergunta 4

Considere a sequência definida por:

- $a_1 = 1$
- $a_2 = 2$
- $a_3 = 3$
- $a_n = a_{n-3} + a_{n-1}$, para todo inteiro $n \geq 4$

Com relação a essa sequência:

a) $a_{2022}$ é um número par ou ímpar? **Justifique a sua resposta**

b) E $a_{2023}$? **Justifique a sua resposta**

## Pergunta 5

Manuel fabrica e vende um produto que, até o momento, é livre de imposto. Manuel vende cada unidade do produto por um preço *P*.
O governo quer passar a cobrar imposto sobre este produto. Estuda-se um valor de alíquota de *x*. Isto significa que um percentual *x* do preço de venda de cada unidade deste produto será destinado ao pagamento do imposto.
Manuel está pensando em quanto terá que reajustar o preço para incluir o imposto cobrado. Ele quer fazer um ajuste percentual *y* no preço, de modo que a receita que ele obterá com a venda de uma unidade do produto, após descontar o imposto, se mantenha a mesma que a atual.

a) Se a alíquota do imposto for de $x = 50\%$, quanto deverá ser o reajuste *y*? **Justifique a sua resposta.**

b) Encontre uma expressão que descreva *y* como função de uma alíquota qualquer *x*, com $0 < x < 100\%$. **Basta fornecer a resposta.**

## Pergunta 6

Sejam $f(x) = 2x - 2$ , $g(x) = 7 - x$ e $h(x) = mínimo(f(x), g(x))$ funções reais de variável real. Determine o valor máximo que a função $h(x)$ pode atingir. **Justifique a sua resposta.**

Obs: a função $mínimo(a, b)$ retorna o menor valor entre $a$ e $b$. Por exemplo, $mínimo(5{,}2) = 2$ e $mínimo(-3{,}1) = -3$.

## Pergunta 7

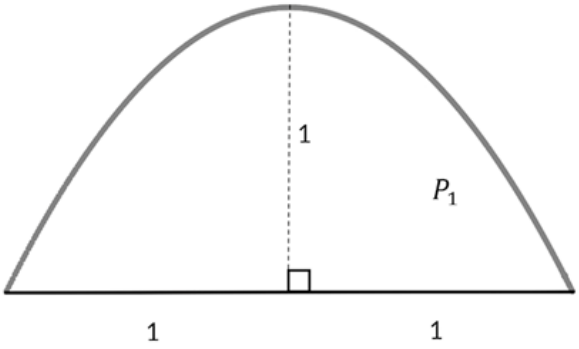
Em um torneio de tênis disputado em duas chaves, *A* e *B*, após as rodadas iniciais, restaram dois jogadores em cada chave: André e Antônio na chave *A* e Bruno e Bernardo na chave *B*. Os dois jogos das semifinais serão disputados por jogadores da chave *A* contra jogadores da chave *B* e serão escolhidos através de sorteio.
Nos torneios de tênis todos os jogos são eliminatórios e não há empates. No torneio em questão, a probabilidade de qualquer jogador da chave *A* vencer qualquer jogador da chave *B* é $\frac{3}{4}$. Além disso, a probabilidade de Antônio vencer André é $\frac{3}{5}$.

a) De quantas maneiras Antônio pode ser o campeão? **Mostre para cada uma dessas maneiras quais seriam os dois jogos das semifinais e qual seria o jogo da final.**

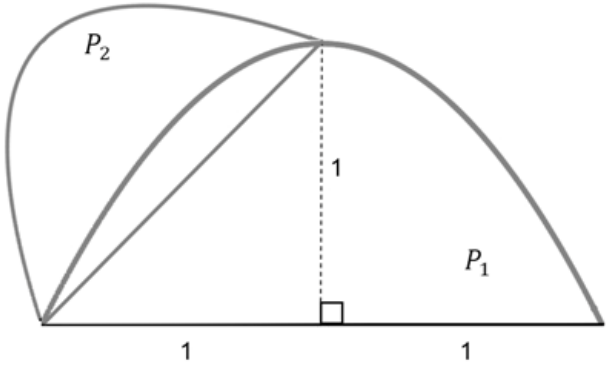
b) Qual a probabilidade de Antônio ser o campeão? **Basta fornecer a resposta.**

## Pergunta 8

A figura $P_1$, desenhada abaixo, é chamada de segmento de parábola. É limitada por um arco de parábola e um segmento de reta perpendicular ao eixo de simetria da parábola. A altura tem 1cm e a base tem 2 cm.



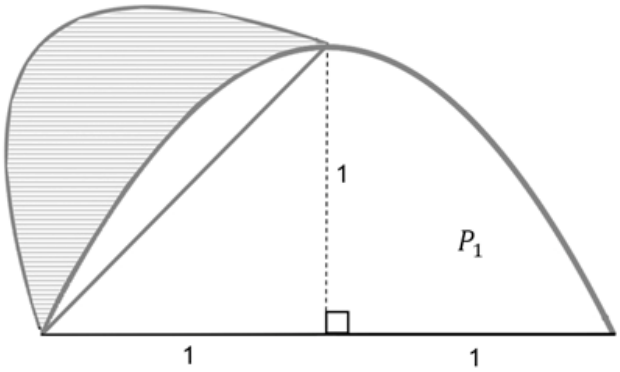

Sobre o segmento de reta que une o vértice inferior esquerdo do segmento de reta ao vértice da parábola foi construído um segmento de parábola $P_2$, semelhante a $P_1$,como mostra a figura abaixo.




Responda:

a) Qual é a razão entre as áreas de $P_1$ e $P_2$? **Justifique a sua resposta.**

b) Qual é a área da parte sombreada na figura abaixo? **Justifique a sua resposta.** (obs: a área sombreada corresponde aos pontos de $P_2$ que não pertencem a $P_1$).




Fim da Prova de Matemática Discursiva