

## Q.01

Para a fabricação de bicicletas, uma empresa comprou unidades do produto  $A$ , pagando R\$ 96,00, e unidades do produto  $B$ , pagando R\$ 84,00. Sabendo-se que o total de unidades compradas foi de 26 e que o preço unitário do produto  $A$  excede em R\$ 2,00 o preço unitário do produto  $B$ , determine o número de unidades de  $A$  que foi comprado.

---

## Q.02

Diz-se que a matriz quadrada  $A$  tem **posto** 1 se uma de suas linhas é não-nula e as outras são múltiplas dessa linha. Determine os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  para os quais a matriz  $3 \times 3$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \frac{1}{2} & 3 \\ 3a - b + 2c & 1 & 6 \\ b + c - 3a & \frac{1}{2} & c - 2a + b \end{bmatrix}$$

tem posto 1.

### Q.03

Uma seqüência de números reais  $a_1, a_2, a_3, \dots$  satisfaz à lei de formação

$$a_{n+1} = 6a_n, \text{ se } n \text{ é ímpar}$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n, \text{ se } n \text{ é par.}$$

Sabendo-se que  $a_1 = \sqrt{2}$ ,

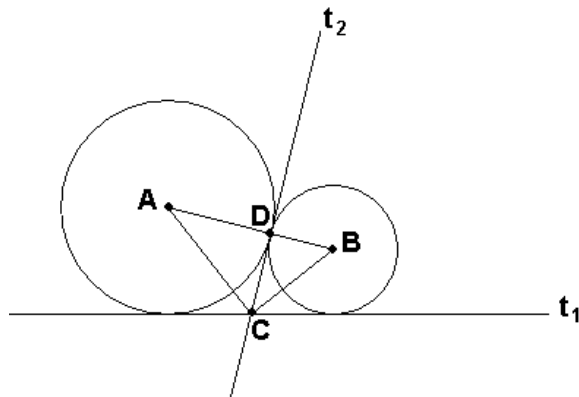
- escreva os oito primeiros termos da seqüência.
- determine  $a_{37}$  e  $a_{38}$ .

---

### Q.04

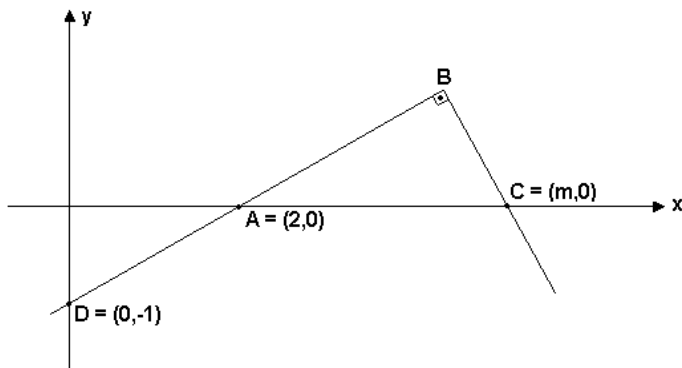
A figura representa duas circunferências de raios  $R$  e  $r$  com centros nos pontos  $A$  e  $B$ , respectivamente, tangenciando-se externamente no ponto  $D$ . Suponha que:

- As retas  $t_1$  e  $t_2$  são tangentes a ambas as circunferências e interceptam-se no ponto  $C$ .
- A reta  $t_2$  é tangente às circunferências no ponto  $D$ .  
Calcule a área do triângulo  $ABC$ , em função dos raios  $R$  e  $r$ .



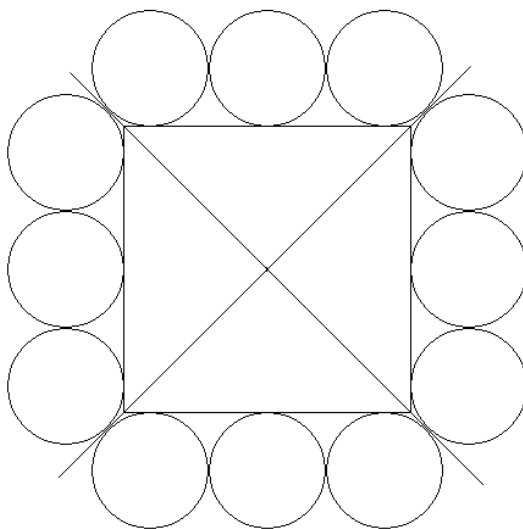
### Q.05

Na figura abaixo A, B e D são colineares e o valor da abscissa m do ponto C é positivo. Sabendo-se que a área do triângulo retângulo ABC é  $\frac{5}{2}$ , determine o valor de m.



---

### Q.06



Na figura acima, as 12 circunferências têm todas o mesmo raio  $r$ , cada uma é tangente a duas outras e ao quadrado. Sabendo-se que cada uma das retas suporte das diagonais do quadrado tangencia quatro das circunferências (ver figura), e que o quadrado tem lado  $2\sqrt{7}$ , determine  $r$ .

**Q.07**

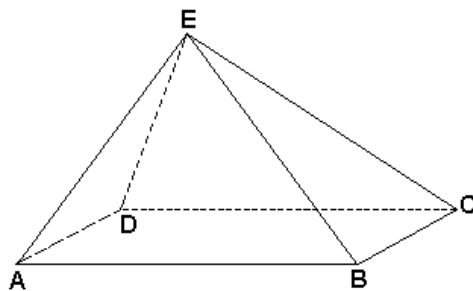
Determine todos os valores de  $x$  pertencentes ao intervalo  $[0, 2\pi]$  que satisfazem a equação  $\cos^2 2x = \frac{1}{2} - \sin^2 x$ .

---

**Q.08**

A base ABCD da pirâmide ABCDE é um retângulo de lados  $AB = 4$  e  $BC = 3$ .

As áreas dos triângulos ABE e CDE são, respectivamente,  $4\sqrt{10}$  e  $2\sqrt{37}$ . Calcule o volume da pirâmide.



### Q.09

Seja  $f(x) = ax^2 + (1 - a)x + 1$ , onde  $a$  é um número real diferente de zero.

Determine os valores de  $a$  para os quais as raízes da equação  $f(x) = 0$  são reais e o número  $x = 3$  pertence ao intervalo fechado compreendido entre as raízes.

---

### Q.10

Uma pessoa dispõe de um dado honesto, que é lançado sucessivamente quatro vezes. Determine a probabilidade de que nenhum dos números sorteados nos dois primeiros lançamentos coincida com algum dos números sorteados nos dois últimos lançamentos.