

001/001

FUVEST 2009

2ª Fase - Matemática (08/01/2009)

BOX 000  
000/000**FUVEST**

FUNDAÇÃO UNIVERSITÁRIA PARA O VESTIBULAR

**Leia atentamente as instruções  
abaixo**

1. Aguarde a autorização do fiscal para abrir o caderno de questões e iniciar a prova.
2. Verifique se seu nome e seu número de inscrição estão corretos.
3. Duração da prova : **3 horas.**
4. A prova deve ser feita com caneta azul ou preta.
5. A solução de cada questão deve ser feita nos espaços correspondentes.
6. Este caderno de prova contém páginas destinadas a rascunho. O que estiver escrito nessas páginas **NÃO** será considerado na correção da prova.
7. Verifique se este caderno de prova contém 10 (dez) questões e se a impressão está legível.
8. **NÃO escreva no verso desta folha.**

**BOA PROVA !**

Ciente dessas informações, assino o canhoto abaixo.

| Ordem                | Inscrição            | Prova                | Escola/Sala/Fila/Lugar |
|----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/>   |

Nome do Candidato

MATEMÁTICA

Assinatura do Candidato

**Matemática**

LOTE

SEQ.

|   |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |   |
|---|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---|
| — | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |
|   | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |
|   | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |
|   | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |

|      |                      |                      |                      |                      |                      |   |
|------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---|
| Q.01 | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |
|      | 0                    | 1                    | 2                    | 3                    | 4                    | — |
| Q.02 | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |

|      |                      |                      |                      |                      |                      |   |
|------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---|
| Q.03 | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |
|      | 0                    | 1                    | 2                    | 3                    | 4                    | — |
| Q.04 | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |

|      |                      |                      |                      |                      |                      |   |
|------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---|
| Q.05 | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |
|      | 0                    | 1                    | 2                    | 3                    | 4                    | — |
| Q.06 | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |

|      |                      |                      |                      |                      |                      |   |
|------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---|
| Q.07 | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |
|      | 0                    | 1                    | 2                    | 3                    | 4                    | — |
| Q.08 | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |

|      |                      |                      |                      |                      |                      |   |
|------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---|
| Q.09 | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |
|      | 0                    | 1                    | 2                    | 3                    | 4                    | — |
| Q.10 | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |

|   |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |   |
|---|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---|
| — | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |
|   | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |
|   | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |
|   | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | — |

**FUVEST 2009**

Inscrição

Nome do Candidato

Atesto, para os devidos fins, que o candidato com o número de inscrição e nome acima mencionados compareceu à prova de Matemática do concurso vestibular FUVEST, realizada em \_\_\_\_\_, no horário de \_\_\_\_\_.

NÃO  
ESCREVA  
NESTA  
FOLHA



## ATENÇÃO

ESTE CADERNO CONTÉM 10 (DEZ) QUESTÕES E RESPECTIVOS ESPAÇOS PARA RESPOSTAS.

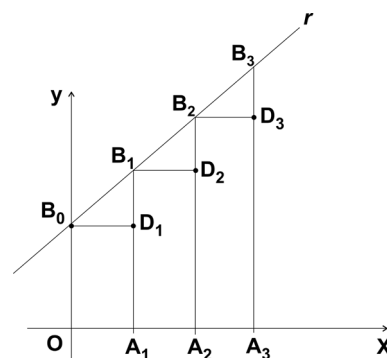
DURAÇÃO DA PROVA: 3 (TRÊS) HORAS.

- A correção de cada questão será restrita somente ao que estiver registrado no espaço correspondente, na página de respostas, à direita.
- É indispensável indicar a resolução das questões, não sendo suficiente apenas escrever as respostas.



### Q.01

Na figura ao lado, a reta  $r$  tem equação  $y = 2\sqrt{2}x + 1$  no plano cartesiano  $Oxy$ . Além disso, os pontos  $B_0, B_1, B_2, B_3$  estão na reta  $r$ , sendo  $B_0 = (0,1)$ . Os pontos  $A_0, A_1, A_2, A_3$  estão no eixo  $Ox$ , com  $A_0 = O = (0,0)$ . O ponto  $D_i$  pertence ao segmento  $\overline{A_i B_i}$ , para  $1 \leq i \leq 3$ . Os segmentos  $\overline{A_1 B_1}, \overline{A_2 B_2}, \overline{A_3 B_3}$  são paralelos ao eixo  $Oy$ , os segmentos  $\overline{B_0 D_1}, \overline{B_1 D_2}, \overline{B_2 D_3}$  são paralelos ao eixo  $Ox$ , e a distância entre  $B_i$  e  $B_{i+1}$  é igual a 9, para  $0 \leq i \leq 2$ .



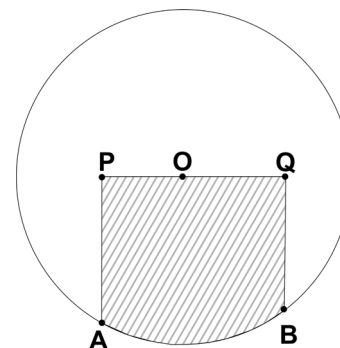
Nessas condições:

- Determine as abscissas de  $A_1, A_2, A_3$ .
- Seja  $R_i$  o retângulo de base  $A_i A_{i+1}$  e altura  $A_{i+1} D_{i+1}$ , para  $0 \leq i \leq 2$ , calcule a soma das áreas dos retângulos  $R_0, R_1$  e  $R_2$ .

### Q.02

Na figura, estão representadas a circunferência  $\mathcal{C}$ , de centro  $O$  e raio 2, e os pontos  $A, B, P$  e  $Q$ , de tal modo que:

- O ponto  $O$  pertence ao segmento  $\overline{PQ}$ .
- $OP = 1, OQ = \sqrt{2}$ .
- $A$  e  $B$  são pontos da circunferência,  $\overline{AP} \perp \overline{PQ}$  e  $\overline{BQ} \perp \overline{PQ}$ .



Assim sendo, determine:

- A área do triângulo  $APO$ .
- Os comprimentos dos arcos determinados por  $A$  e  $B$  em  $\mathcal{C}$ .
- A área da região hachurada.

ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA

ÁREA DELIMITADA PARA A RESPOSTA DA QUESTÃO 1 - NÃO ULTRAPASSE ESTA ÁREA!

ÁREA DELIMITADA PARA A RESPOSTA DA QUESTÃO 2 - NÃO ULTRAPASSE ESTA ÁREA!

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | CORR 1 |  |
|  | 0      |  |
|  | 1      |  |
|  | 2      |  |
|  | 3      |  |
|  | 4      |  |
|  | CORR 2 |  |
|  | 0      |  |
|  | 1      |  |
|  | 2      |  |
|  | 3      |  |
|  | 4      |  |
|  | BRANCO |  |

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | CORR 1 |  |
|  | 0      |  |
|  | 1      |  |
|  | 2      |  |
|  | 3      |  |
|  | 4      |  |
|  | CORR 2 |  |
|  | 0      |  |
|  | 1      |  |
|  | 2      |  |
|  | 3      |  |
|  | 4      |  |
|  | BRANCO |  |



### Q.03

Considere o sistema de equações nas variáveis  $x$  e  $y$ , dado por

$$\begin{cases} 4x + 2m^2y = 0 \\ 2mx + (2m - 1)y = 0 \end{cases}$$

Desse modo:

- Resolva o sistema para  $m = 1$ .
- Determine todos os valores de  $m$  para os quais o sistema possui infinitas soluções.
- Determine todos os valores de  $m$  para os quais o sistema admite uma solução da forma  $(x, y) = (\alpha, 1)$ , sendo  $\alpha$  um número irracional.

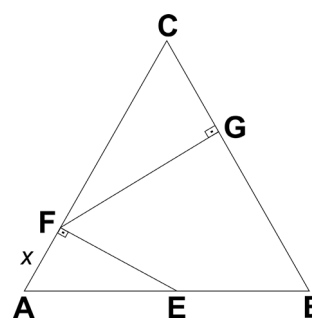
---

### Q.04

O triângulo  $ABC$  da figura ao lado é equilátero de lado 1. Os pontos  $E$ ,  $F$  e  $G$  pertencem, respectivamente, aos lados  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  e  $\overline{BC}$  do triângulo. Além disso, os ângulos  $\hat{A}FE$  e  $\hat{C}GF$  são retos e a medida do segmento  $\overline{AF}$  é  $x$ .

Assim, determine:

- A área do triângulo  $AFE$  em função de  $x$ .
- O valor de  $x$  para o qual o ângulo  $\hat{F}EG$  também é reto.



ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA

ÁREA DELIMITADA PARA A RESPOSTA DA QUESTÃO 3 - NÃO ULTRAPASSE ESTA ÁREA!

ÁREA DELIMITADA PARA A RESPOSTA DA QUESTÃO 4 - NÃO ULTRAPASSE ESTA ÁREA!

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | CORR 1 |  |
|  | 0      |  |
|  | 1      |  |
|  | 2      |  |
|  | 3      |  |
|  | 4      |  |
|  | CORR 2 |  |
|  | 0      |  |
|  | 1      |  |
|  | 2      |  |
|  | 3      |  |
|  | 4      |  |
|  | BRANCO |  |

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | CORR 1 |  |
|  | 0      |  |
|  | 1      |  |
|  | 2      |  |
|  | 3      |  |
|  | 4      |  |
|  | CORR 2 |  |
|  | 0      |  |
|  | 1      |  |
|  | 2      |  |
|  | 3      |  |
|  | 4      |  |
|  | BRANCO |  |



### Q.05

A soma dos cinco primeiros termos de uma  $PG$ , de razão negativa, é  $\frac{1}{2}$ . Além disso, a diferença entre o sétimo termo e o segundo termo da  $PG$  é igual a 3.

Nessas condições, determine:

- A razão da  $PG$ .
- A soma dos três primeiros termos da  $PG$ .

---

### Q.06

Um apreciador deseja adquirir, para sua adega, 10 garrafas de vinho de um lote constituído por 4 garrafas da Espanha, 5 garrafas da Itália e 6 garrafas da França, todas de diferentes marcas.

- De quantas maneiras é possível escolher 10 garrafas desse lote?
- De quantas maneiras é possível escolher 10 garrafas do lote, sendo 2 garrafas da Espanha, 4 da Itália e 4 da França?
- Qual é a probabilidade de que, escolhidas ao acaso, 10 garrafas do lote, haja exatamente 4 garrafas da Itália e, pelo menos, uma garrafa de cada um dos outros dois países?



ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA

ÁREA DELIMITADA PARA A RESPOSTA DA QUESTÃO 5 - NÃO ULTRAPASSE ESTA ÁREA!

ÁREA DELIMITADA PARA A RESPOSTA DA QUESTÃO 6 - NÃO ULTRAPASSE ESTA ÁREA!

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | CORR 1 |  |
|  | 0      |  |
|  | 1      |  |
|  | 2      |  |
|  | 3      |  |
|  | 4      |  |
|  | CORR 2 |  |
|  | 0      |  |
|  | 1      |  |
|  | 2      |  |
|  | 3      |  |
|  | 4      |  |
|  | BRANCO |  |

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | CORR 1 |  |
|  | 0      |  |
|  | 1      |  |
|  | 2      |  |
|  | 3      |  |
|  | 4      |  |
|  | CORR 2 |  |
|  | 0      |  |
|  | 1      |  |
|  | 2      |  |
|  | 3      |  |
|  | 4      |  |
|  | BRANCO |  |



### Q.07

No plano cartesiano  $Oxy$ , a circunferência  $\mathcal{C}$  tem centro no ponto  $A = (-5, 1)$  e é tangente à reta  $t$  de equação  $4x - 3y - 2 = 0$  em um ponto  $P$ . Seja ainda  $Q$  o ponto de intersecção da reta  $t$  com o eixo  $Ox$ .

Assim:

- Determine as coordenadas do ponto  $P$ .
- Escreva uma equação para a circunferência  $\mathcal{C}$ .
- Calcule a área do triângulo  $APQ$ .

---

### Q.08

Para cada número real  $m$ , considere a função quadrática  $f(x) = x^2 + mx + 2$ .

Nessas condições:

- Determine, em função de  $m$ , as coordenadas do vértice da parábola de equação  $y = f(x)$ .
- Determine os valores de  $m \in \mathbb{R}$  para os quais a imagem de  $f$  contém o conjunto  $\{y \in \mathbb{R} : y \geq 1\}$ .
- Determine o valor de  $m$  para o qual a imagem de  $f$  é igual ao conjunto  $\{y \in \mathbb{R} : y \geq 1\}$  e, além disso,  $f$  é crescente no conjunto  $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$ .
- Encontre, para a função determinada pelo valor de  $m$  do item c) e para cada  $y \geq 2$ , o único valor de  $x \geq 0$  tal que  $f(x) = y$ .

ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA

ÁREA DELIMITADA PARA A RESPOSTA DA QUESTÃO 7 - NÃO ULTRAPASSE ESTA ÁREA!

ÁREA DELIMITADA PARA A RESPOSTA DA QUESTÃO 8 - NÃO ULTRAPASSE ESTA ÁREA!

|                          |        |
|--------------------------|--------|
|                          | CORR 1 |
| <input type="checkbox"/> | 0      |
| <input type="checkbox"/> | 1      |
| <input type="checkbox"/> | 2      |
| <input type="checkbox"/> | 3      |
| <input type="checkbox"/> | 4      |
| <input type="checkbox"/> |        |
| <input type="checkbox"/> | CORR 2 |
| <input type="checkbox"/> | 0      |
| <input type="checkbox"/> | 1      |
| <input type="checkbox"/> | 2      |
| <input type="checkbox"/> | 3      |
| <input type="checkbox"/> | 4      |
| <input type="checkbox"/> |        |
| <input type="checkbox"/> | BRANCO |
| <input type="checkbox"/> |        |

|                          |        |
|--------------------------|--------|
|                          | CORR 1 |
| <input type="checkbox"/> | 0      |
| <input type="checkbox"/> | 1      |
| <input type="checkbox"/> | 2      |
| <input type="checkbox"/> | 3      |
| <input type="checkbox"/> | 4      |
| <input type="checkbox"/> |        |
| <input type="checkbox"/> | CORR 2 |
| <input type="checkbox"/> | 0      |
| <input type="checkbox"/> | 1      |
| <input type="checkbox"/> | 2      |
| <input type="checkbox"/> | 3      |
| <input type="checkbox"/> | 4      |
| <input type="checkbox"/> |        |
| <input type="checkbox"/> | BRANCO |
| <input type="checkbox"/> |        |



### Q.09

Seja  $x$  no intervalo  $\left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$  satisfazendo a equação  $\operatorname{tg} x + \frac{2}{\sqrt{5}} \sec x = \frac{3}{2}$ .

Assim, calcule o valor de

a)  $\sec x$ .

b)  $\operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

---

### Q.10

A figura representa uma pirâmide  $ABCDE$ , cuja base é o retângulo  $ABCD$ . Sabe-se que

$$AB = CD = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AD = BC = AE = BE = CE = DE = 1$$

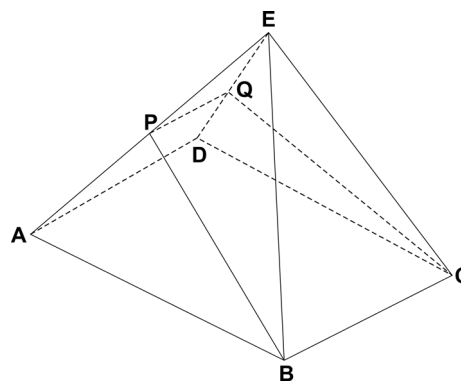
$$AP = DQ = \frac{1}{2}$$

Nessas condições, determine:

a) A medida de  $\overline{BP}$ .

b) A área do trapézio  $BCQP$ .

c) O volume da pirâmide  $BPQCE$ .



ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA

ÁREA DELIMITADA PARA A RESPOSTA DA QUESTÃO 9 - NÃO ULTRAPASSE ESTA ÁREA!

ÁREA DELIMITADA PARA A RESPOSTA DA QUESTÃO 10 - NÃO ULTRAPASSE ESTA ÁREA!

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | CORR 1 |  |
|  | 0      |  |
|  | 1      |  |
|  | 2      |  |
|  | 3      |  |
|  | 4      |  |
|  | CORR 2 |  |
|  | 0      |  |
|  | 1      |  |
|  | 2      |  |
|  | 3      |  |
|  | 4      |  |
|  | BRANCO |  |

|  |        |  |
|--|--------|--|
|  | CORR 1 |  |
|  | 0      |  |
|  | 1      |  |
|  | 2      |  |
|  | 3      |  |
|  | 4      |  |
|  | CORR 2 |  |
|  | 0      |  |
|  | 1      |  |
|  | 2      |  |
|  | 3      |  |
|  | 4      |  |
|  | BRANCO |  |



**FUVEST 2009**  
2ª Fase – Matemática (08/01/2009)

001 / 001

BOX 000  
000 / 000