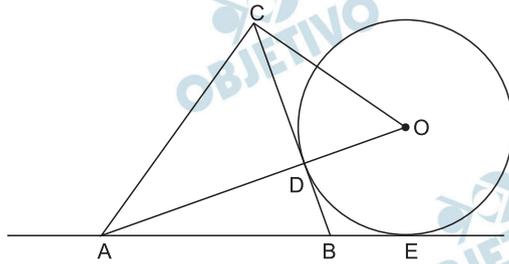


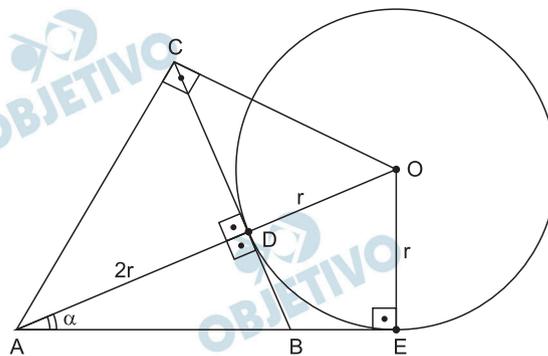
M.01

Na figura, na página de respostas, a circunferência de centro em O e raio r tangencia o lado \overline{BC} do triângulo ABC no ponto D e tangencia a reta \overleftrightarrow{AB} no ponto E . Os pontos A , D e O são colineares, $AD = 2r$ e o ângulo $\hat{A}CO$ é reto. Determine, em função de r ,

- a medida do lado \overline{AB} do triângulo ABC ;
- a medida do segmento \overline{CO} .



Resolução



- Seja α a medida do ângulo $\hat{E}AO$.

I) Aplicando-se o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo AEO , temos:

$$(AE)^2 + (EO)^2 = (AO)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (AE)^2 + r^2 = (3r)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (AE)^2 = 8r \Rightarrow AE = 2\sqrt{2}r \text{ e, portanto,}$$

$$\cos \alpha = \frac{AE}{AO} = \frac{2\sqrt{2}r}{3r} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

II) No triângulo retângulo ADB , temos:

$$\cos \alpha = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{2r}{AB} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow AB = \frac{3r}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow AB = \frac{3\sqrt{2}}{2}r$$

b) No triângulo retângulo ACO, temos:

$$(CO)^2 = (AO) \cdot (DO) \Rightarrow (CO)^2 = 3r \cdot r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CO = r\sqrt{3}$$

Respostas: a) $AB = \frac{3\sqrt{2}}{2} r$

b) $CO = r\sqrt{3}$

M.02

Resolva as inequações:

a) $x^3 - x^2 - 6x > 0$;

b) $\log_2(x^3 - x^2 - 6x) \leq 2$.

Resolução

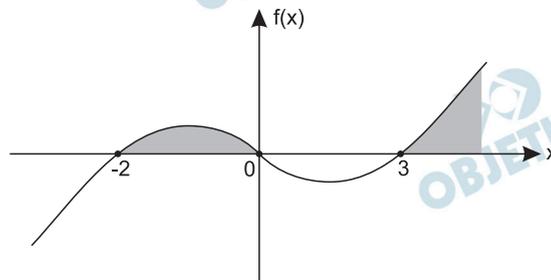
a) Considerando a equação $x^3 - x^2 - 6x = 0$, temos:

$$x^3 - x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (x^2 - x - 6) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -2 \text{ ou } x = 3$$

Assim, o gráfico da função $f(x) = x^3 - x^2 - 6x$ é do tipo



$$\text{e } x^3 - x^2 - 6x > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 0 \text{ ou } x > 3.$$

Assim, o conjunto solução da inequação proposta

$$\text{é } V = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 0 \text{ ou } x > 3\}$$

b) I) $\log_2(x^3 - x^2 - 6x) \leq 2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^3 - x^2 - 6x) \leq \log_2 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^3 - x^2 - 6x \leq 4 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 6x - 4 \leq 0 \text{ (I)}$$

II) Considerando a equação $x^3 - x^2 - 6x - 4 = 0$,

temos que -1 é raiz, pois

$$(-1)^3 - (-1)^2 - 6 \cdot (-1) - 4 = 0$$

Aplicando o dispositivo prático de Briot-Ruffini, temos:

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & -1 & -6 & -4 & -1 \\ 1 & -2 & -4 & 0 & \end{array}$$

$$\text{Assim, } x^3 - x^2 - 6x - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

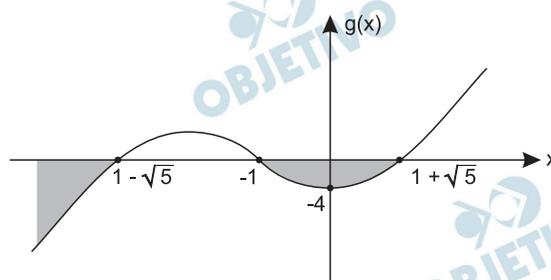
$$\Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - 2x - 4) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x + 1 = 0 \text{ ou } x^2 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = 1 \pm \sqrt{5}$$

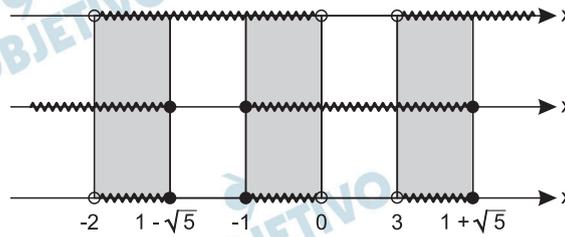
III) Desta forma, o gráfico da função

$g(x) = x^3 - x^2 - 6x - 4$ é do tipo



e as soluções da inequação (I) são $x \leq 1 - \sqrt{5}$ ou $-1 \leq x \leq 1 + \sqrt{5}$

IV) Considerando as condições de existência da inequação proposta (item a da questão) e este resultado obtido, podemos montar o seguinte “varal”:



Assim, o conjunto solução da inequação proposta é $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 1 - \sqrt{5} \text{ ou } -1 \leq x < 0 \text{ ou } 3 < x \leq 1 + \sqrt{5}\}$

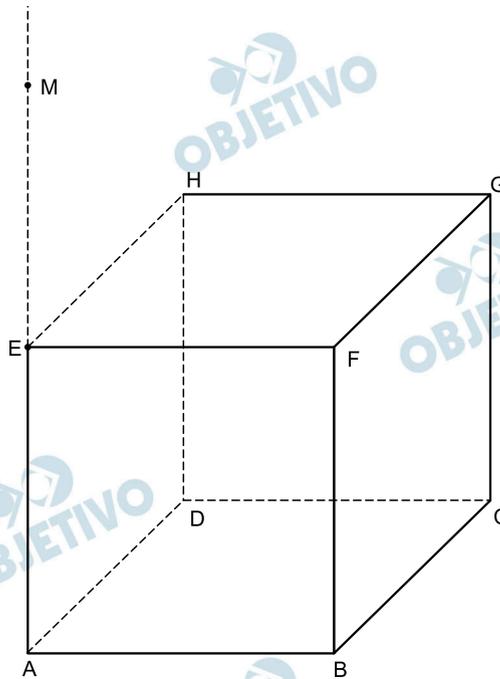
Respostas: a) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 0 \text{ ou } x > 3\}$

b) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 1 - \sqrt{5} \text{ ou } -1 \leq x < 0 \text{ ou } 3 < x \leq 1 + \sqrt{5}\}$

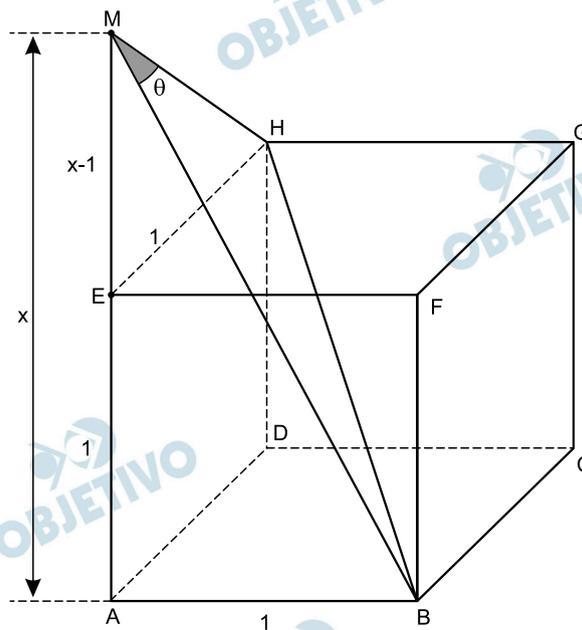
M.03

No cubo ABCDEFGH, representado na figura, na página de respostas, cada aresta tem medida 1. Seja M um ponto na semirreta de origem A que passa por E. Denote por θ o ângulo \widehat{BMH} e por x a medida do segmento \overline{AM} .

- Exprima $\cos \theta$ em função de x .
- Para que valores de x o ângulo θ é obtuso?
- Mostre que, se $x = 4$, então θ mede menos do que 45° .



Resolução



- a) I) Considerando os triângulos retângulos AMB e EMH, da figura, tem-se:

$$MB^2 = AM^2 + AB^2 \Rightarrow MB^2 = x^2 + 1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MB = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$MH^2 = ME^2 + EH^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MH^2 = (x - 1)^2 + 1^2 \Rightarrow MH = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$$

e $BH = 1\sqrt{3}$, pois BH é a diagonal do cubo.

II) Aplicando a lei dos cossenos no triângulo

BMH , tem-se:

$$BH^2 = BM^2 + MH^2 - 2BM \cdot MH \cdot \cos \theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3})^2 = x^2 + 1 + x^2 - 2x + 2 -$$

$$- 2 \cdot \sqrt{x^2 + 1} \cdot \sqrt{x^2 - 2x + 2} \cdot \cos \theta \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1} \cdot \sqrt{x^2 - 2x + 2} \cdot \cos \theta = x^2 - x \Leftrightarrow$$

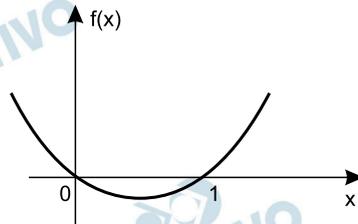
$$\Leftrightarrow \cos \theta = \frac{x^2 - x}{\sqrt{x^2 + 1} \cdot \sqrt{x^2 - 2x + 2}}, \text{ pois}$$

$x^2 + 1 > 0$ e $x^2 - 2x + 2 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

b) Se θ é obtuso, então:

$$\cos \theta < 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - x}{\sqrt{x^2 + 1} \cdot \sqrt{x^2 - 2x + 2}} < 0 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow x^2 - x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$, pois o gráfico de $f(x) = x^2 - x$ é do tipo



Observe que, para $0 < x < 1$, o ponto M pertence ao segmento AE .

c) Para $x = 4$, tem-se:

$$\cos \theta = \frac{4^2 - 4}{\sqrt{4^2 + 1} \cdot \sqrt{4^2 - 2 \cdot 4 + 2}} =$$

$$= \frac{12}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{10}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos \theta = \frac{12}{\sqrt{170}} = \sqrt{\frac{144}{170}} > \sqrt{\frac{85}{170}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ e, portanto, } \theta < 45^\circ$$

$$\text{Respostas: a) } \cos \theta = \frac{x^2 - x}{\sqrt{x^2 + 1} \cdot \sqrt{x^2 - 2x + 2}}$$

b) $0 < x < 1$

c) demonstração

M.04

Resolva os três itens abaixo.

a) Calcule $\cos(3\pi/8)$ e $\sin(3\pi/8)$.

b) Dado o número complexo $z = \sqrt{2 - \sqrt{2}} + i \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}}$, encontre o menor inteiro $n > 0$ para o qual z^n seja real.

c) Encontre um polinômio de coeficientes inteiros que possua z como raiz e que não possua raiz real.

Resolução

a) Lembrando que $\cos(2x) = 2 \cdot \cos^2 x - 1$ e

$$\cos(2x) = 1 - 2 \cdot \sin^2 x, \text{ para } x = \frac{3\pi}{8}, \text{ tem-se:}$$

$$\text{I) } \cos \frac{3\pi}{4} = 2 \cdot \cos^2 \frac{3\pi}{8} - 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \cdot \cos^2 \frac{3\pi}{8} - 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \cos^2 \frac{3\pi}{8} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \frac{3\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

$$\text{II) } \cos \frac{3\pi}{4} = 1 - 2 \cdot \sin^2 \frac{3\pi}{8} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - 2 \cdot \sin^2 \frac{3\pi}{8} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \sin^2 \frac{3\pi}{8} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \frac{3\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

$$\text{b) I) } z = \sqrt{2 - \sqrt{2}} + i \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}} =$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2} \right) =$$

$$= 2 \cdot \left(\cos \frac{3\pi}{8} + i \cdot \sin \frac{3\pi}{8} \right)$$

$$\text{II) } z^n = 2^n \cdot \left[\cos \left(n \cdot \frac{3\pi}{8} \right) + i \cdot \sin \left(n \cdot \frac{3\pi}{8} \right) \right] \in \mathbb{R},$$

então:

$$\operatorname{sen}\left(n \cdot \frac{3\pi}{8}\right) = 0 \Leftrightarrow n \cdot \frac{3\pi}{8} = k \cdot \pi \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{8k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

III) O menor valor inteiro de $n > 0$ ocorre para

$$k = 3, \text{ assim, } n = \frac{8 \cdot 3}{3} = 8$$

- c) Como $z^8 \in \mathbb{R}$ e $z^8 = 2^8 \cdot (\cos 3\pi + i \cdot \operatorname{sen} 3\pi) \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow z^8 = -256 \Leftrightarrow z^8 + 256 = 0$, um polinômio com
raiz z , sem raízes reais e com coeficientes inteiros,
é $P(x) = x^8 + 256$

Respostas: a) $\cos \frac{3\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$ e

$$\operatorname{sen} \frac{3\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

b) $n = 8$

c) $P(x) = x^8 + 256$

M.05

A função f está definida da seguinte maneira: para cada inteiro ímpar n ,

$$f(x) = \begin{cases} x - (n - 1), & \text{se } n - 1 \leq x \leq n \\ n + 1 - x, & \text{se } n \leq x \leq n + 1 \end{cases}$$

- a) Esboce o gráfico de f para $0 \leq x \leq 6$.
b) Encontre os valores de x , $0 \leq x \leq 6$, tais que

$$f(x) = \frac{1}{5}.$$

Resolução

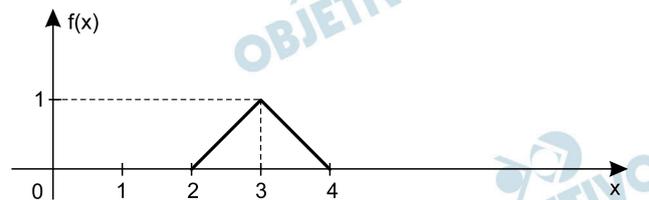
- a) I) Para $0 \leq x \leq 2$, devemos ter $n = 1$ e f é definida

por $f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$, cujo gráfico é:



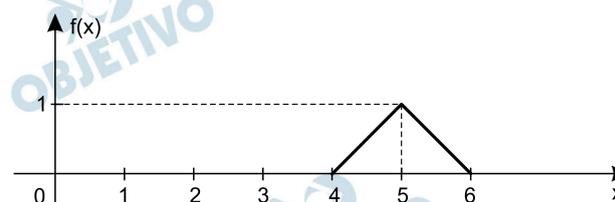
- II) Para $2 \leq x \leq 4$, devemos ter $n = 3$ e f é definida

por $f(x) = \begin{cases} x - 2, & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \\ 4 - x, & \text{se } 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$, cujo gráfico é:

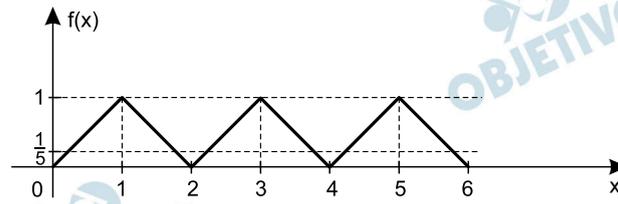


- III) Para $4 \leq x \leq 6$, devemos ter $n = 5$ e f é definida

por $f(x) = \begin{cases} x - 4, & \text{se } 4 \leq x \leq 5 \\ 6 - x, & \text{se } 5 \leq x \leq 6 \end{cases}$, cujo gráfico é:



Assim, o gráfico de f para $0 \leq x \leq 6$ é:



b) Se $0 \leq x \leq 6$ e $f(x) = \frac{1}{5}$, do item a, tem-se:

$$\text{I) } \frac{1}{5} = \begin{cases} x, & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{5} \text{ ou } x = \frac{9}{5}$$

$$\text{II) } \frac{1}{5} = \begin{cases} x - 2, & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \\ 4 - x, & \text{se } 3 \leq x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{11}{5} \text{ ou } x = \frac{19}{5}$$

$$\text{III) } \frac{1}{5} = \begin{cases} x - 4, & \text{se } 4 \leq x \leq 5 \\ 6 - x, & \text{se } 5 \leq x \leq 6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{21}{5} \text{ ou } x = \frac{29}{5}$$

Respostas: a) vide gráfico

$$\text{b) } S = \left\{ \frac{1}{5}; \frac{9}{5}; \frac{11}{5}; \frac{19}{5}; \frac{21}{5}; \frac{29}{5} \right\}$$

M.06

Um “alfabeto minimalista” é constituído por apenas dois símbolos, representados por * e #. Uma palavra de comprimento n, $n \geq 1$, é formada por n escolhas sucessivas de um desses dois símbolos. Por exemplo, # é uma palavra de comprimento 1 e #**# é uma palavra de comprimento 4.

Usando esse alfabeto minimalista,

- quantas palavras de comprimento menor do que 6 podem ser formadas?
- qual é o menor valor de N para o qual é possível formar 1.000.000 de palavras de tamanho menor ou igual a N?

Resolução

A tabela abaixo fornece o número de palavras possíveis de serem escritas, com apenas 2 símbolos (#, *), em função do comprimento da palavra.

comprimento da palavra	1	2	3	4	...	N
número de palavras	2^1	2^2	2^3	2^4	...	2^N

- O número de palavras de comprimento menor que 6 é:

$$2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = \frac{2 \cdot (2^5 - 1)}{2 - 1} = 2 \cdot 31 = 62$$

- O valor de N para o qual é possível formar 1 000 000 de palavras de tamanho menor ou igual a N é tal que:

$$2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^N > 1\,000\,000, \text{ então}$$

$$\frac{2 \cdot (2^N - 1)}{2 - 1} > 1\,000\,000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2^N - 1 > 500\,000 \Leftrightarrow 2^N > 500\,001$$

Observando que

$$\begin{cases} 2^{18} = 2^{10} \cdot 2^8 = 1024 \cdot 256 = 262\,144 \\ 2^{19} = 2^{10} \cdot 2^9 = 1024 \cdot 512 = 524\,288 \end{cases}$$

concluimos que o menor valor de N é 19.

Respostas: a) 62 b) 19

F.01

Uma criança com uma bola nas mãos está sentada em um “gira-gira” que roda com velocidade angular constante e frequência $f = 0,25 \text{ Hz}$.

- a) Considerando que a distância da bola ao centro do “gira-gira” é 2 m , determine os módulos da velocidade \vec{V}_T e da aceleração \vec{a} da bola, em relação ao chão.

Num certo instante, a criança arremessa a bola horizontalmente em direção ao centro do “gira-gira”, com velocidade \vec{V}_R de módulo 4 m/s , em relação a si. Determine, para um instante imediatamente após o lançamento,

- b) o módulo da velocidade \vec{U} da bola em relação ao chão;
c) o ângulo θ entre as direções das velocidades \vec{U} e \vec{V}_R da bola.

Note e adote:

$$\pi = 3$$

Resolução

- a) 1) A velocidade linear da criança terá módulo V_T dado por:

$$V_T = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi f R$$

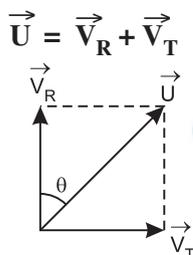
$$V_T = 2 \cdot 3 \cdot 0,25 \cdot 2,0 \text{ (m/s)} \Rightarrow V_T = 3,0 \text{ m/s}$$

- 2) A aceleração da criança, em relação ao solo, será centrípeta e terá módulo a dado por:

$$a = \frac{V_T^2}{R}$$

$$a = \frac{(3,0)^2}{2,0} \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow a = 4,5 \text{ m/s}^2$$

- b) A velocidade da bola em relação ao chão \vec{U} será a soma vetorial da velocidade linear \vec{V}_T com a velocidade relativa \vec{V}_R .



$$U^2 = V_R^2 + V_T^2$$

$$U^2 = (4,0)^2 + (3,0)^2$$

$$U = 5,0 \text{ m/s}$$

c) Da figura, temos: $\text{sen } \theta = \frac{V_T}{U} = \frac{3,0}{5,0}$

$$\text{sen } \theta = 0,60 \Rightarrow \theta = 37^\circ$$

Respostas: a) $V_T = 3,0\text{m/s}$ e $a = 4,5\text{m/s}^2$

b) $U = 5,0\text{m/s}$

c) $\theta = 37^\circ$

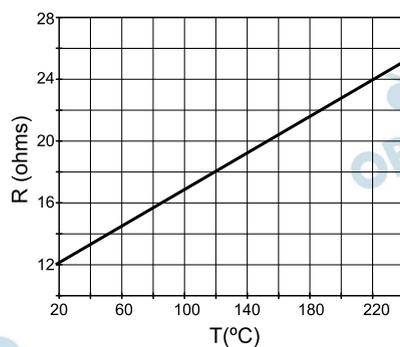
F.02

O aquecimento de um forno elétrico é baseado na conversão de energia elétrica em energia térmica em um resistor. A resistência R do resistor desse forno, submetido a uma diferença de potencial V constante, varia com a sua temperatura T . Na figura da página de respostas é mostrado o gráfico da função $R(T) = R_0 + \alpha (T - T_0)$, sendo R_0 o valor da resistência na temperatura T_0 e α uma constante.

Ao se ligar o forno, com o resistor a 20°C , a corrente é 10 A . Ao atingir a temperatura T_M , a corrente é 5 A .

Determine a

- constante α ;
- diferença de potencial V ;
- temperatura T_M ;
- potência P dissipada no resistor na temperatura T_M .



Resolução

a) Utilizando-se os dados fornecidos no gráfico, temos:

$$R_0 = 12\Omega \Rightarrow T_0 = 20^\circ\text{C}$$

$$R(T) = 24\Omega \Rightarrow T = 220^\circ\text{C}$$

Com a expressão fornecida, podemos determinar a constante (α).

$$R(T) = R_0 + \alpha (T - T_0)$$

$$24 = 12 + \alpha (220 - 20)$$

$$12 = \alpha (200)$$

$$\alpha = \frac{12}{200} (\Omega \cdot ^\circ\text{C}^{-1})$$

$$\alpha = 6,0 \cdot 10^{-2} \Omega \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$$

- b) Para a temperatura de 20°C , a intensidade da corrente elétrica vale 10A. Do gráfico fornecido, para a temperatura de 20°C , a resistência elétrica tem valor de 12Ω . Assim, da 1.ª Lei de Ohm, temos:

$$V = R \cdot i$$

$$V = 12 \cdot 10 \text{ (volts)}$$

$$V = 120 \text{ volts}$$

- c) Sabendo-se que a tensão elétrica tem valor constante, podemos determinar a temperatura T_M utilizando-se novamente a 1.ª Lei de Ohm.

$$V = R_M \cdot i$$

$$120 = R_M \cdot 5$$

$$R_M = 24\Omega$$

$$\text{Do gráfico: para } R_M = 24\Omega \Rightarrow T_M = 220^\circ\text{C}$$

- d) A potência elétrica (P) será dada por:

$$P = i \cdot U$$

$$P = 5 \cdot 120 \text{ (W)}$$

$$P = 600\text{W}$$

Respostas: a) $\alpha = 6,0 \cdot 10^{-2} \Omega \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$

b) $V = 120\text{V}$

c) $T_M = 220^\circ\text{C}$

d) $P = 600\text{W}$

F.03

Um recipiente hermeticamente fechado e termicamente isolado, com volume de 750ℓ , contém ar inicialmente à pressão atmosférica de 1 atm e à temperatura de 27°C . No interior do recipiente, foi colocada uma pequena vela acesa, de $2,5 \text{ g}$. Sabendo-se que a massa da vela é consumida a uma taxa de $0,1 \text{ g/min}$ e que a queima da vela produz energia à razão de $3,6 \times 10^4 \text{ J/g}$, determine

- a potência W da vela acesa;
- a quantidade de energia E produzida pela queima completa da vela;
- o aumento ΔT da temperatura do ar no interior do recipiente, durante a queima da vela;
- a pressão P do ar no interior do recipiente, logo após a queima da vela.

Note e adote:

O ar deve ser tratado como gás ideal.

O volume de 1 mol de gás ideal à pressão atmosférica de 1 atm e à temperatura de 27°C é 25ℓ .

Calor molar do ar a volume constante: $C_V = 30 \text{ J/(mol K)}$.

Constante universal dos gases: $R = 0,08 \text{ atm } \ell /(\text{mol K})$.
 $0^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$.

Devem ser desconsideradas a capacidade térmica do recipiente e a variação da massa de gás no seu interior devido à queima da vela.

Resolução

- a) (I) Seja τ a taxa de massa de vela queimada numa unidade de tempo.

$$\tau = \frac{m}{\Delta t}$$

Sendo $\tau = 0,1 \text{ g/min}$ e considerando-se $m_V = 2,5 \text{ g}$, vem:

$$0,1 = \frac{2,5}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 25 \text{ min} = 1,5 \cdot 10^3 \text{ s}$$

- (II) Seja ϵ a taxa de energia liberada pela vela na combustão de uma unidade de massa.

$$\epsilon = \frac{E}{m}$$

Sendo $\epsilon = 3,6 \cdot 10^4 \text{ J/g}$ e $m_V = 2,5 \text{ g}$, vem:

$$3,6 \cdot 10^4 = \frac{E}{2,5} \Rightarrow E = 9,0 \cdot 10^4 \text{ J}$$

(III) A potência W da chama da vela fica determinada por:

$$W = \frac{E}{\Delta t} \Rightarrow W = \frac{9,0 \cdot 10^4 \text{ J}}{1,5 \cdot 10^3 \text{ s}}$$

Da qual: $W = 60 \text{ watts}$

b) A energia emanada, E , na combustão total da vela está determinada no item anterior.

$$E = 9,0 \cdot 10^4 \text{ J}$$

c) Os dados apresentados no Note e adote são superabundantes.

(I) Aplicando-se a Equação de Clapeyron, tem-se:

$$P_0 V_0 = n R T_0 \Rightarrow 1,0 \cdot 750 = n \cdot 0,08 (27 + 273)$$

$$n = 31,25 \text{ mols}$$

Com $n = 31,25$, a quantidade total de energia que provoca o aquecimento do ar relaciona-se com a variação de temperatura por:

$$E = n C_V \Delta T \Rightarrow 9,0 \cdot 10^4 = 31,25 \cdot 30 \cdot \Delta T$$

Da qual: $\Delta T = 96 \text{ K}$

(II) Calculando-se o número de mols de ar por uma quarta proporcional, tem-se:

$$\begin{array}{l} 25\ell \text{ ———— } 1 \text{ mol} \\ 750\ell \text{ ———— } n \end{array}$$

Da qual: $n = 30 \text{ mols}$

Nesse caso:

$$E = n C_V \Delta T \Rightarrow 9,0 \cdot 10^4 = 30 \cdot 30 \cdot \Delta T$$

Da qual: $\Delta T = 100 \text{ K}$

d) Com $T = (300 + 96) \text{ K} = 396 \text{ K}$:

$$\frac{P}{T} = \frac{P_0}{T_0} \Rightarrow \frac{P}{396} = \frac{1,0}{300}$$

$$P = 1,32 \text{ atm}$$

Com $T = (300 + 100) \text{ K} = 400\text{K}$:

$$\frac{P}{T} = \frac{P_0}{T_0} \Rightarrow \frac{P}{400} = \frac{1,0}{300}$$

$$P \approx 1,33 \text{ atm}$$

- Respostas: a) $W = 60 \text{ watts}$
b) $E = 9,0 \cdot 10^4 \text{ J}$
c) $\Delta T = 96\text{K}$ ou $\Delta T = 100\text{K}$
d) $P = 1,32 \text{ atm}$ ou $P \approx 1,33 \text{ atm}$

F.04

O espelho principal de um dos maiores telescópios refletores do mundo, localizado nas Ilhas Canárias, tem 10 m de diâmetro e distância focal de 15 m. Supondo que, inadvertidamente, o espelho seja apontado diretamente para o Sol, determine

- o diâmetro D da imagem do Sol;
- a densidade S de potência no plano da imagem, em W/m^2 ;
- a variação ΔT da temperatura de um disco de alumínio de massa 0,6 kg colocado no plano da imagem, considerando que ele tenha absorvido toda a energia incidente durante 4 s.

Note e adote:

$$\pi = 3$$

O espelho deve ser considerado esférico.

$$\text{Distância Terra-Sol} = 1,5 \times 10^{11} \text{ m.}$$

$$\text{Diâmetro do Sol} = 1,5 \times 10^9 \text{ m.}$$

$$\text{Calor específico do Al} = 1 \text{ J/(g K).}$$

$$\text{Densidade de potência solar incidindo sobre o espelho principal do telescópio} = 1 \text{ kW/m}^2.$$

O diâmetro do disco de alumínio é igual ao da imagem do Sol.

Desconsidere perdas de calor pelo disco de alumínio.

Resolução

- a) O aumento linear transversal é dado por:

$$A = \frac{y'}{y} = -\frac{p'}{p}$$

$$y = 1,5 \cdot 10^9 \text{ m (diâmetro do Sol)}$$

$$y' = ?$$

$$p' = f = 15 \text{ m}$$

$$p = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m (distância Terra-Sol)}$$

$$\text{Portanto: } \frac{y'}{1,5 \cdot 10^9} = -\frac{15}{1,5 \cdot 10^{11}} \Rightarrow y' = -0,15 \text{ m}$$

O diâmetro da imagem do Sol é o módulo de y'

$$D = 0,15\text{m}$$

- b) A densidade de potência (S) corresponde à intensidade da radiação solar.

Sendo D_E o diâmetro do espelho e D o diâmetro da imagem do Sol, teremos:

$$\text{Pot} = I \cdot \frac{\pi D_E^2}{4} = S \frac{\pi D^2}{4}$$

$$S = I \cdot \left(\frac{D_E}{D}\right)^2$$

$$S = 1,0 \cdot \left(\frac{10}{0,15}\right)^2 \left(\frac{\text{kW}}{\text{m}^2}\right)$$

$$S = \left(\frac{10}{0,15}\right)^2 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} \Rightarrow S \approx 4,4 \cdot 10^6 \text{ W/m}^2$$

- c) 1) A energia absorvida pelo disco de alumínio é dada por:

$$E = \text{Pot} \cdot \Delta t = S \cdot \pi d^2 \cdot \Delta t$$

$$E = \frac{100}{0,225} \cdot 10^3 \cdot \frac{3(0,15)^2}{4} \cdot 4 \text{ (J)}$$

$$E = 3,0 \cdot 10^5 \text{ J}$$

- 2) A variação de temperatura ΔT é dada por:

$$E = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$3,0 \cdot 10^5 = 600 \cdot 1 \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = 500 \text{ K}$$

Respostas: a) $D = 0,15\text{m}$

b) $S \approx 4,4 \cdot 10^6 \text{ W/m}^2$

c) $\Delta T = 500 \text{ K}$

F.05

Uma criança de 30 kg está em repouso no topo de um escorregador plano de 2,5 m de altura, inclinado 30° em relação ao chão horizontal. Num certo instante, ela começa a deslizar e percorre todo o escorregador.

Determine

- a) a energia cinética E e o módulo Q da quantidade de movimento da criança, na metade do percurso;
- b) o módulo F da força de contato entre a criança e o escorregador;
- c) o módulo a da aceleração da criança.

Note e adote:

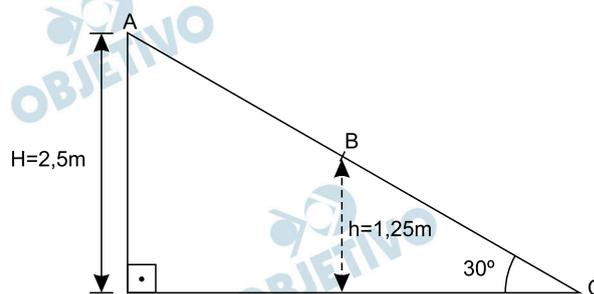
Forças dissipativas devem ser ignoradas.

A aceleração local da gravidade é 10 m/s^2 .

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = 0,5$$

$$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = 0,9$$

Resolução



- a) 1) TEC aplicado entre A e B:

$$\tau_p = \Delta E_C$$

$$m g (H - h) = E$$

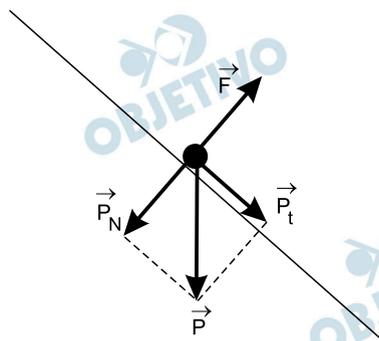
$$E = 30 \cdot 10 \cdot 1,25 \text{ (J)} \Rightarrow \boxed{E = 375 \text{ J}}$$

$$2) E = \frac{Q^2}{2m}$$

$$375 = \frac{Q^2}{60}$$

$$Q^2 = 22500 \text{ (SI)} \Rightarrow \boxed{Q = 150 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}$$

- b)



A força de contato entre a criança e o escorregador tem a mesma intensidade da componente normal de seu peso:

$$F = P_N = m g \cos \theta$$

$$F = 300 \cdot 0,9 \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{F = 270\text{N}}$$

c) PFD: $P_t = m a$

$$m g \sin \theta = m a \Rightarrow a = g \sin \theta$$

$$a = 10 \cdot 0,5 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\boxed{a = 5,0\text{m/s}^2}$$

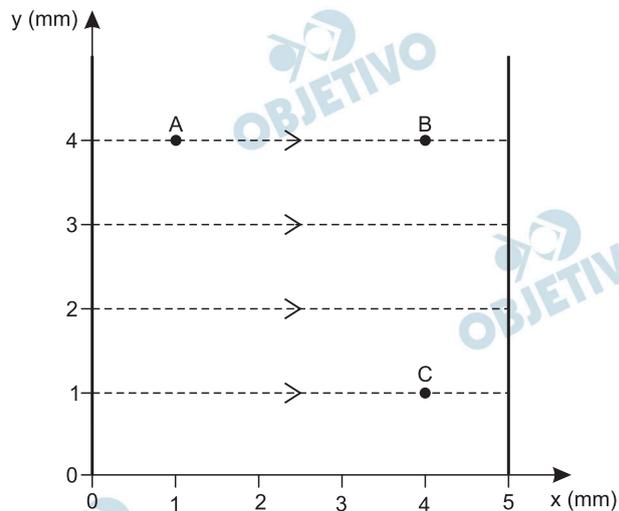
Respostas: a) $E = 375\text{J}$ e $Q = 150 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

b) $F = 270\text{N}$

c) $a = 5,0\text{m/s}^2$

F.06

A região entre duas placas metálicas, planas e paralelas está esquematizada na figura ao lado. As linhas tracejadas na figura representam o campo elétrico uniforme existente entre as placas. A distância entre as placas é 5 mm e a diferença de potencial entre elas é 300 V. As coordenadas dos pontos A, B e C são mostradas na figura.



Determine

- os módulos E_A , E_B e E_C do campo elétrico nos pontos A, B e C, respectivamente;
- as diferenças de potencial V_{AB} e V_{BC} entre os pontos A e B e entre os pontos B e C, respectivamente;
- o trabalho τ realizado pela força elétrica sobre um elétron que se desloca do ponto C ao ponto A.

Note e adote:

O sistema está em vácuo.

Carga do elétron = $-1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Resolução

a) Temos, para as placas:

$$\text{dist\~{a}ncia: } d = 5\text{mm} = 5 \cdot 10^{-3}\text{m}$$

$$\text{ddp: } V = 300 \text{ volts}$$

Como o campo entre as placas é uniforme, o seu módulo é constante e é dado por:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{300\text{V}}{5 \cdot 10^{-3}\text{m}} \Rightarrow E = 6,0 \cdot 10^4 \text{V/m}$$

$$E_A = E_B = E_C = 6,0 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

b) Para o cálculo da diferença de potencial entre A e B, temos:

$$d_{AB} = x_B - x_A$$

$$d_{AB} = 4\text{mm} - 1 \text{ mm} = 3\text{mm} = 3 \cdot 10^{-3}\text{m}$$

$$E = 6,0 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

Sendo:

$$V_{AB} = E \cdot d$$

$$V_{AB} = 6,0 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ (unidades SI)}$$

$$V_{AB} = 180\text{V} \quad \text{ou} \quad V_{AB} = 1,8 \cdot 10^2 \text{V}$$

Para o cálculo da ddp entre B e C, basta verificarmos que:

$$x_B = x_C = 4\text{mm}$$

Concluimos então que B e C pertencem a uma mesma equipotencial.

Logo $V_B = V_C$ e, portanto:

$$V_{BC} = 0$$

c) Para o cálculo do trabalho realizado pela força elétrica, ao deslocarmos o elétron de C para A, usamos:

$$\tau_{CA} = q (V_C - V_A)$$

$$q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$$

$$V_C - V_A = V_B - V_A = -V_{AB} = -180\text{V}$$

$$\tau_{CA} = (-1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (-1,8 \cdot 10^2) \text{ unidades SI}$$

$$\tau_{CA} = +2,88 \cdot 10^{-17}\text{J}$$

Respostas: a) $E_A = E_B = E_C = 6,0 \cdot 10^4 \text{ V/m}$

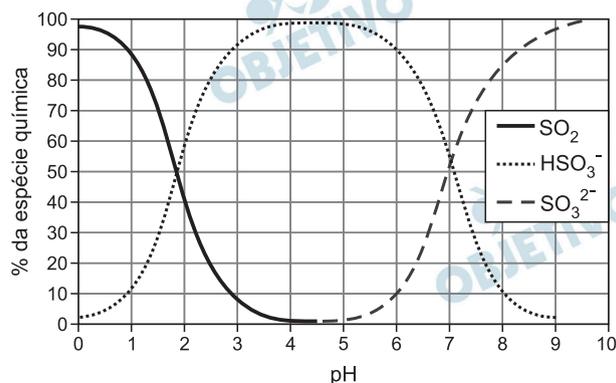
$$\text{b) } V_{AB} = 180\text{V}$$

$$V_{BC} = 0$$

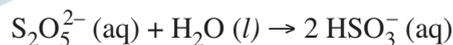
$$\text{c) } \tau_{CA} = +2,88 \cdot 10^{-17}\text{J}$$

Q.01

O metabissulfito de potássio ($K_2S_2O_5$) e o dióxido de enxofre (SO_2) são amplamente utilizados na conservação de alimentos como sucos de frutas, retardando a deterioração provocada por bactérias, fungos e leveduras. Ao ser dissolvido em soluções aquosas ácidas ou básicas, o metabissulfito pode se transformar nas espécies químicas SO_2 , HSO_3^- ou SO_3^{2-} , dependendo do pH da solução, como é mostrado no gráfico.



A equação a seguir representa a formação dos íons HSO_3^- em solução aquosa.



- a) Escreva as equações químicas balanceadas que representam a formação das espécies químicas $SO_2 (aq)$ e $SO_3^{2-} (aq)$ a partir dos íons $S_2O_5^{2-} (aq)$.
- b) Reações indesejáveis no organismo podem ocorrer quando a ingestão de íons $S_2O_5^{2-}$, HSO_3^- ou SO_3^{2-} ultrapassa um valor conhecido como IDA (ingestão diária aceitável, expressa em quantidade de SO_2 /dia/massa corpórea), que, neste caso, é igual a $1,1 \times 10^{-5}$ mol de SO_2 por dia para cada quilograma de massa corpórea. Uma pessoa que pesa 50 kg tomou, em um dia, 200 mL de uma água de coco industrializada que continha 64 mg/L de SO_2 . Essa pessoa ultrapassou o valor da IDA? Explique, mostrando os cálculos.

Dados: massa molar (g/mol)	O 16
	S 32

Resolução

- a) O íon metabissulfito na presença de água forma o íon hidrogenossulfito, que está presente em meio de pH 0 a 9.



Em meio ácido (pH baixo, excesso de H^+), o íon HSO_3^- vai transformar-se em SO_2 de acordo com as equações químicas:

- a) Com base nos dados da tabela, calcule a razão entre as densidades da gasolina líquida e do hidrogênio líquido ($d_{\text{gasolina}(l)} / d_{\text{hidrogênio}(l)}$). Mostre os cálculos.
- b) Explique por que, embora a energia específica do hidrogênio líquido seja maior do que a da gasolina líquida, o conteúdo de energia por volume do hidrogênio líquido é menor do que o da gasolina líquida.

Resolução

- a) **Cálculo da densidade da gasolina:**

Massa da gasolina que libera $35 \cdot 10^3$ kJ (equivalente a 1L):

$$\begin{array}{r} 1\text{g} \quad \text{-----} \quad 47\text{ kJ} \\ x \quad \text{-----} \quad 35 \cdot 10^3\text{ kJ} \end{array}$$

$$x = \frac{35 \cdot 10^3}{47} \text{ g} = 744,7 \text{ g}$$

Portanto, a densidade da gasolina será

$$d = 744,7 \text{ g/L}$$

Cálculo da densidade do hidrogênio:

Massa do hidrogênio que libera $10 \cdot 10^3$ kJ (1L):

$$\begin{array}{r} 142\text{ kJ} \quad \text{-----} \quad 1\text{g} \\ 10 \cdot 10^3\text{ kJ} \quad \text{-----} \quad y \end{array}$$

$$y = \frac{10 \cdot 10^3}{142} \text{ g} = 70,4 \text{ g}$$

Portanto, a densidade do hidrogênio será:

$$d = 70,4 \text{ g/L}$$

Relação entre as densidades:

$$\frac{d_{\text{gasolina}}}{d_{\text{hidrogênio}}} = \frac{744,7 \text{ g/L}}{70,4 \text{ g/L}} = 10,6$$

- b) **Energia liberada por 1g de combustível:**

Gasolina: 47 kJ

Hidrogênio: 142 kJ

Massa de combustível existente em 1L:

Gasolina: 744,7 g

Hidrogênio: 70,4 g

Energia liberada por 1L (744,7 g) de gasolina:

1 g de gasolina ----- 47 kJ

744,7 g de gasolina ----- x

$$x = 35 \cdot 10^3 \text{ kJ}$$

Energia liberada por 1L (70,4 g) de hidrogênio:

1 g ----- 142 kJ

70,4 g ----- y

$$y = 10 \cdot 10^3 \text{ kJ}$$

Outra maneira de justificar seria observar que a massa de gasolina existente em 1 litro é muito maior (10,6 vezes) que a de hidrogênio existente nesse mesmo volume.

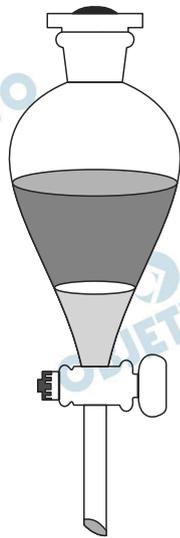
Q.03

A preparação de um biodiesel, em uma aula experimental, foi feita utilizando-se etanol, KOH e óleo de soja, que é constituído principalmente por triglicerídeos. A reação que ocorre nessa preparação de biodiesel é chamada transesterificação, em que um éster reage com um álcool, obtendo-se um outro éster. Na reação feita nessa aula, o KOH foi utilizado como catalisador. O procedimento foi o seguinte:

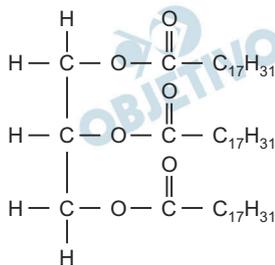
1ª etapa: Adicionou-se 1,5 g de KOH a 35 mL de etanol, agitando-se continuamente a mistura.

2ª etapa: Em um erlenmeyer, foram colocados 100 mL de óleo de soja, aquecendo-se em banho-maria, a uma temperatura de 45°C. Adicionou-se a esse óleo de soja a solução de catalisador, agitando-se por mais 20 minutos.

3ª etapa: Transferiu-se a mistura formada para um funil de separação, e esperou-se a separação das fases, conforme representado na figura abaixo.



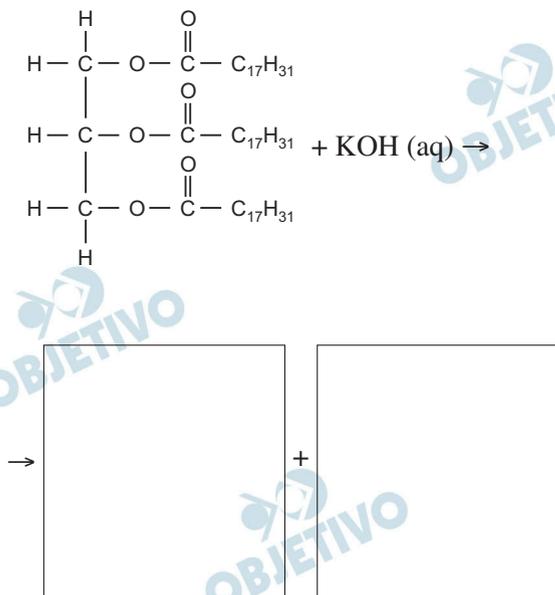
- a) Toda a quantidade de KOH, empregada no procedimento descrito, se dissolveu no volume de etanol empregado na primeira etapa? Explique, mostrando os cálculos.
- b) Considere que a fórmula estrutural do triglicerídeo contido no óleo de soja é a mostrada abaixo.



Escreva, no espaço indicado na página de respostas, a fórmula estrutural do biodiesel formado.

biodiesel

- c) Se, na primeira etapa desse procedimento, a solução de KOH em etanol fosse substituída por um excesso de solução de KOH em água, que produtos se formariam? Responda, completando o esquema da página de respostas com as fórmulas estruturais dos dois compostos que se formariam e balanceando a equação química.



Dado: solubilidade do KOH em etanol a 25°C = 40 g em 100 mL

Resolução

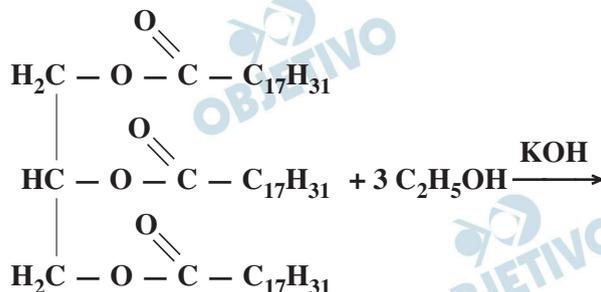
- a) Utilizando o dado de solubilidade:

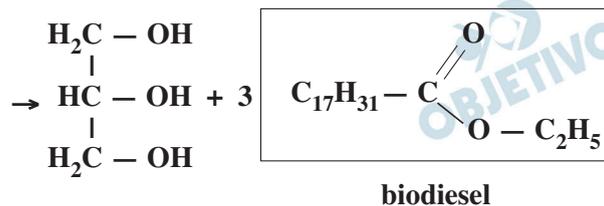
$$\begin{array}{r}
 \text{KOH} \quad \text{etanol} \\
 40 \text{ g} \quad \text{---} \quad 100 \text{ mL} \\
 x \quad \quad \quad \text{---} \quad 35 \text{ mL}
 \end{array}$$

$$x = 14 \text{ g (possível dissolver)}$$

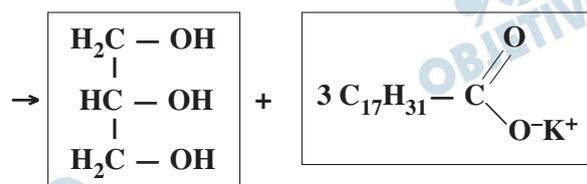
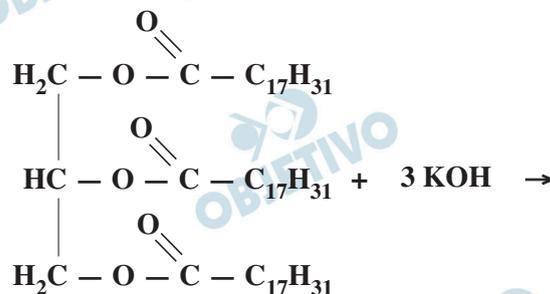
Como foi colocado 1,5 g, dissolve-se tudo.

- b) A reação de transesterificação seria:



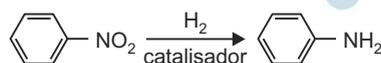


c) Ao utilizar excesso de solução aquosa de KOH, ocorreria a saponificação:

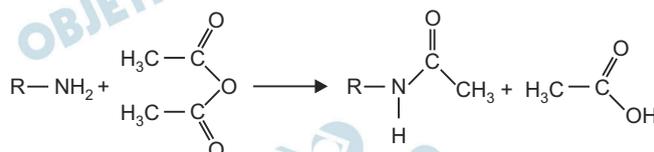


Q.04

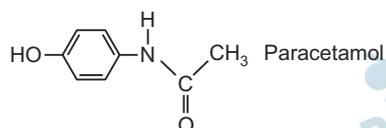
Compostos com um grupo NO_2 ligado a um anel aromático podem ser reduzidos, sendo o grupo NO_2 transformado em NH_2 , como representado abaixo.



Compostos alifáticos ou aromáticos com grupo NH_2 , por sua vez, podem ser transformados em amidas ao reagirem com anidrido acético. Essa transformação é chamada de acetilação do grupo amina, como exemplificado abaixo.



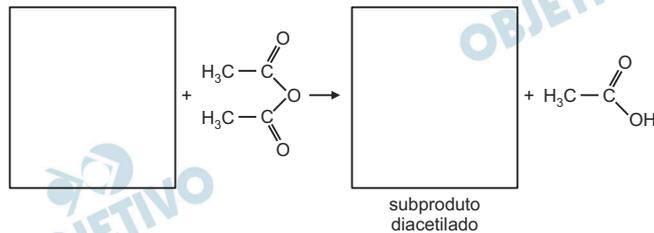
Essas transformações são utilizadas para a produção industrial do paracetamol, que é um fármaco empregado como analgésico e antitérmico.



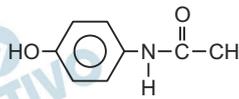
- a) Qual é o reagente de partida que, após passar por redução e em seguida por acetilação, resulta no paracetamol? Escreva a fórmula estrutural desse reagente, no quadro da página de respostas.

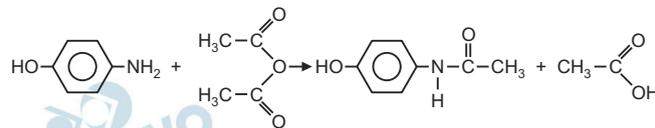
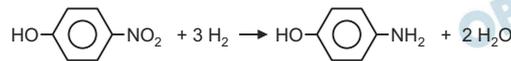
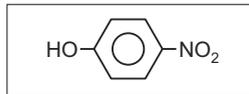
O fenol (C_6H_5OH) também pode reagir com anidrido acético. Nessa transformação, forma-se acetato de fenila.

- b) Na etapa de acetilação do processo industrial de produção do paracetamol, formam-se, também, ácido acético e um subproduto diacetilado (mas monoacetilado no nitrogênio). Complete o esquema da página de respostas, de modo a representar a equação química balanceada de formação do subproduto citado.

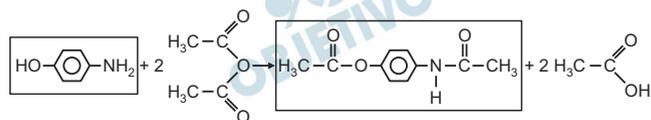


Resolução

- a) Para obter o composto , devemos utilizar o **paranitrofenol**, fazendo uma redução e depois uma acetilação.

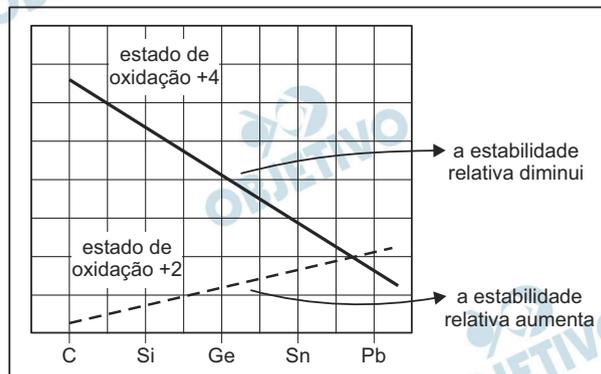


- b) Nesse processo, pode ocorrer acetilação nos grupos OH e NH_2 , formando um produto secundário.

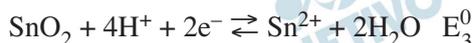
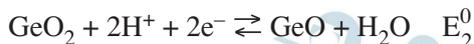
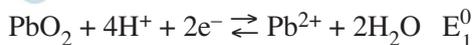


Q.05

A figura abaixo ilustra as estabilidades relativas das espécies que apresentam estado de oxidação +2 e +4 dos elementos da mesma família: carbono, silício, germânio, estanho e chumbo.



As estabilidades relativas podem ser interpretadas pela comparação entre potenciais padrão de redução das espécies +4 formando as espécies +2, como representado a seguir para os elementos chumbo (Pb), germânio (Ge) e estanho (Sn):



Os potenciais padrão de redução dessas três semirreações, E_1^0 , E_2^0 e E_3^0 , foram determinados experimentalmente, obtendo-se os valores $-0,12 \text{ V}$, $-0,094 \text{ V}$ e $1,5 \text{ V}$, não necessariamente nessa ordem.

Sabe-se que, quanto maior o valor do potencial padrão de redução, maior o caráter oxidante da espécie química.

a) Considerando as informações da figura, atribua, na tabela da página de respostas, os valores experimentais aos potenciais padrão de redução E_1^0 , E_2^0 e E_3^0 .

	E_1^0	E_2^0	E_3^0
Valor experimental em volt			

b) O elemento carbono pode formar óxidos, nos quais a proporção entre carbono e oxigênio está relacionada ao estado de oxidação do carbono. Comparando os óxidos CO e CO_2 , qual seria o mais estável? Explique, com base na figura apresentada acima.

Resolução

- a) Pelo gráfico fornecido, o elemento chumbo tem maior facilidade em transformar-se em cátion com carga +2 (mais estável), portanto, a conversão de Pb^{4+} para Pb^{2+} é a mais espontânea, apresentando maior potencial de redução.

O potencial de redução da transformação do Sn^{4+} para Sn^{2+} é maior que o potencial de redução da transformação do Ge^{4+} para Ge^{2+} , pois o cátion Sn^{2+} é mais estável que o cátion Ge^{2+} .

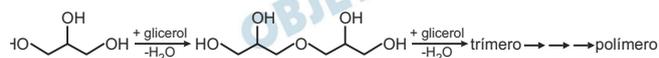
E_1	E_2	E_3
+1,5V	-0,12V	-0,094V

- b) O mais estável é o CO_2 , pois o carbono apresenta número de oxidação +4 (dados do gráfico). O CO é menos estável, pois o número de oxidação do carbono é +2.

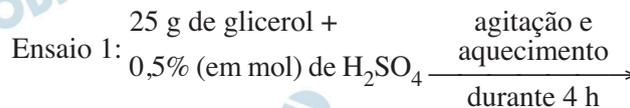


Q.06

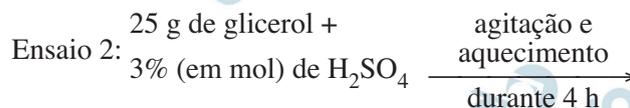
O glicerol pode ser polimerizado em uma reação de condensação catalisada por ácido sulfúrico, com eliminação de moléculas de água, conforme se representa a seguir:



- a) Considerando a estrutura do monômero, pode-se prever que o polímero deverá ser formado por cadeias ramificadas. Desenhe a fórmula estrutural de um segmento do polímero, mostrando quatro moléculas do monômero ligadas e formando uma cadeia ramificada. Para investigar a influência da concentração do catalisador sobre o grau de polimerização do glicerol (isto é, a porcentagem de moléculas de glicerol que reagiram), foram efetuados dois ensaios:



→ polímero 1



→ polímero 2

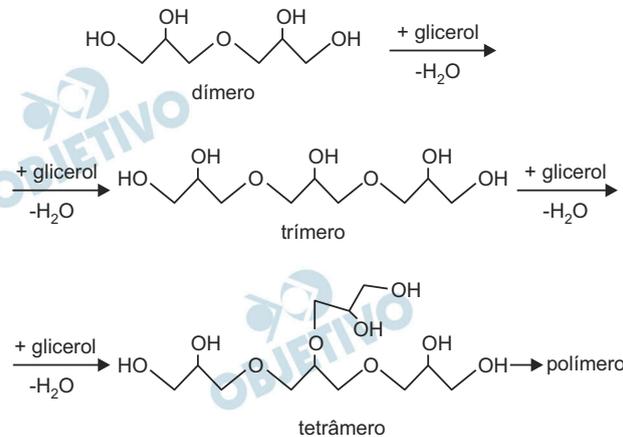
Ao final desses ensaios, os polímeros 1 e 2 foram analisados separadamente. Amostras de cada um deles foram misturadas com diferentes solventes, observando-se em que extensão ocorria a dissolução parcial de cada amostra. A tabela a seguir mostra os resultados dessas análises:

Amostra	Solubilidade (% em massa)	
	Hexano (solvente apolar)	Etanol (solvente polar)
polímero 1	3	13
polímero 2	2	3

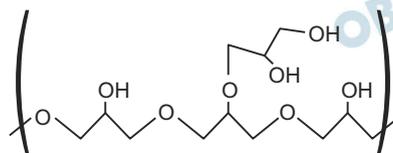
- b) Qual dos polímeros formados deve apresentar menor grau de polimerização? Explique sua resposta, fazendo referência à solubilidade das amostras em etanol.

Resolução

- a) Uma das possibilidades de formação de um tetrâmero de cadeia ramificada seria:



Um possível segmento do polímero de cadeia ramificada seria:

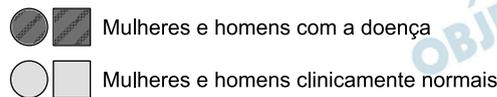
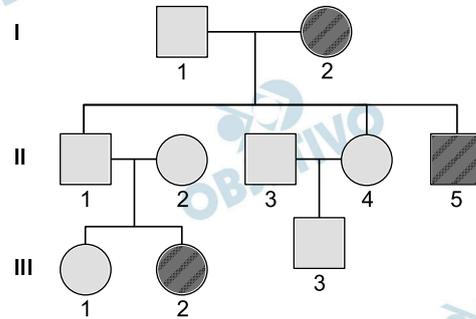


- b) Quanto menor o grau de polimerização, maior será o número de grupos (—OH) presentes no polímero para cada 3 átomos de carbono, conforme tabela a seguir e, conseqüentemente, mais solúvel será em etanol (solvente polar), devido às interações do tipo ligação de hidrogênio. Pode-se concluir que o polímero 1 é o de menor grau de polimerização, por ser mais solúvel em etanol.

		relação
monômero	3 OH : 3 C	3 OH : 3 C
dímero	4 OH : 6 C	2 OH : 3 C
trímero	5 OH : 9 C	1,67 OH : 3 C

B.01

No heredograma abaixo estão representadas pessoas que têm uma doença genética muito rara, cuja herança é dominante. A doença é causada por mutação em um gene localizado no cromossomo 6. Essa mutação, entretanto, só se manifesta, causando a doença, em 80% das pessoas heterozigóticas.



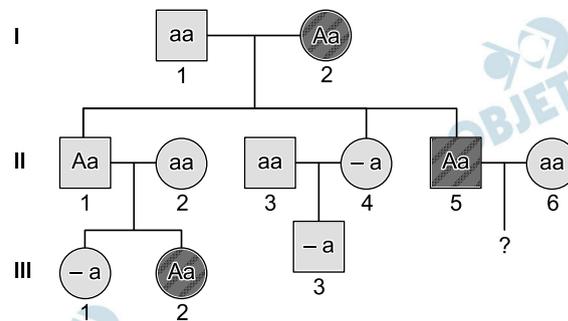
- a) Usando os algarismos romanos e arábicos correspondentes, identifique as pessoas que são certamente heterozigóticas quanto a essa mutação. Justifique sua resposta.
- b) Qual é a probabilidade de uma criança, que II-5 venha a ter, apresentar a doença? Justifique sua resposta.

Resolução

Alelos: A – afetado(a)

a – normalidade

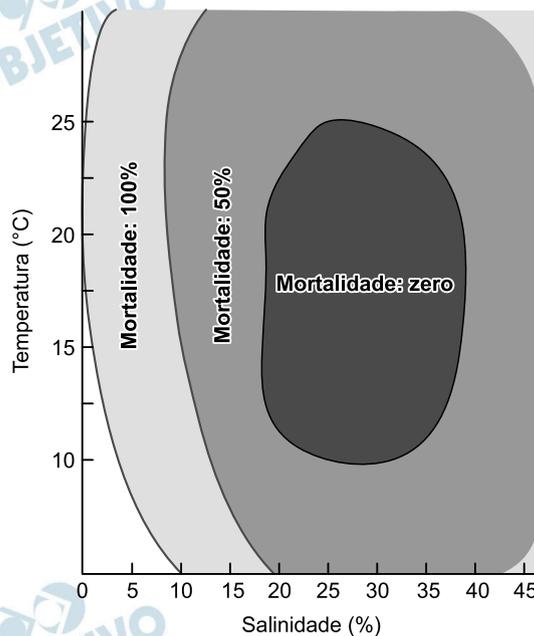
penetrância de A em heterozigose = 80%



- a) De acordo com o heredograma e o enunciado da questão, são certamente heterozigotos os indivíduos I – 2, II – 1, II – 5 e III – 2. O indivíduo I – 2 é Aa, por ser doente e pelo fato de a mutação dominante ser muito rara na população.
- b) Considerando-se que os indivíduos que entram na família não são portadores do gene A, o casamento de II – 5 (Aa) e II – 6 (aa) apresenta 50% de probabilidade de ocorrência do nascimento de criança heterozigota (Aa) e 80% de manifestar a doença. Dessa forma, a probabilidade pedida é 80% de 50%, isto é, 40%.

B.02

Analise o gráfico abaixo, relativo à mortalidade de fêmeas férteis do camarão-da-areia (*Crangon septemspinosa*) em água aerada, em diferentes temperaturas e salinidades, durante determinado período.



Begon, M., Townsend, C. R. & Harper, J. L. **Ecologia: de indivíduos a ecossistemas**. Artmed. Porto Alegre, 2007. Adaptado.

- Qual dos seguintes conceitos – ecossistema, hábitat, nicho ecológico – está implícito nesse gráfico?
- Os dados de mortalidade representados nesse gráfico referem-se a que nível de organização: espécie, população ou comunidade?
- Temperatura e salinidade são fatores abióticos que, nesse caso, provocaram mortalidade das fêmeas do camarão-da-areia. Cite dois fatores bióticos que também possam produzir mortalidade.

Resolução

- Nicho ecológico.**
- O conjunto de indivíduos da espécie *Crangon septemspinosa* constitui uma população.**
- Predatismo, competição, parasitismo, amensalismo.**

B.03

Em certa doença humana, enzimas digestivas intracelulares (hidrolases) são transportadas do complexo golgiense para a membrana celular e secretadas, em vez de serem encaminhadas para as organelas em que atuam.

Nos indivíduos clinicamente normais,

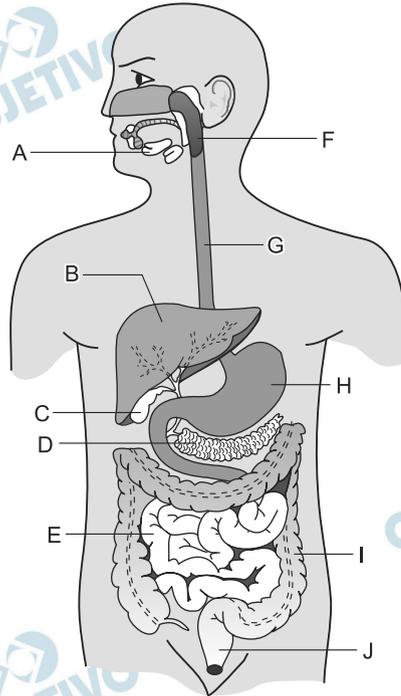
- a) em que organelas celulares essas enzimas digestivas atuam?
- b) além de materiais capturados do meio externo, que outros materiais são digeridos pela célula?
- c) qual é o destino dos produtos da digestão intracelular?

Resolução

- a) Lisossomos.
- b) Além do material exógeno, captado do meio externo, essas enzimas também atuam sobre o material endógeno, componente do próprio organismo, na autofagia e na autólise.
- c) Os produtos da digestão intracelular podem ser utilizados como energéticos, exemplo: glicose, na construção da estrutura celular; função plástica, como por exemplo, os aminoácidos; e até na regulação das reações celulares, como por exemplo, os derivados lipídicos usados na síntese de hormônios; e os aminoácidos usados também na síntese das enzimas.

B.04

A figura abaixo mostra órgãos do sistema digestório humano.



Identifique com a letra correspondente, nomeando-o,

- o órgão cuja secreção contém bicarbonato de sódio, além de várias enzimas digestivas;
- o principal órgão responsável pela absorção de nutrientes;
- o órgão em que se inicia a digestão de proteínas;
- o órgão que produz substâncias que auxiliam a digestão de gorduras, mas que não produz enzimas.

Resolução

- D – pâncreas**
- E – intestino delgado**
- H – estômago**
- B – fígado**

B.05

No processo de adaptação ao ambiente terrestre, animais e plantas sofreram modificações morfológicas e funcionais.

Considere a classificação tradicional das plantas em algas, briófitas, pteridófitas, gimnospermas e angiospermas.

- a) Qual(is) desses grupos de plantas independe(m) da água para a fecundação? Que estrutura permite o encontro dos gametas, em substituição à água?
- b) As briófitas, primeiro grupo de plantas preponderantemente terrestre, têm tamanho reduzido. As pteridófitas, surgidas posteriormente, são plantas de grande tamanho, que chegaram a constituir extensas florestas. Que relação existe entre o mecanismo de transporte de água e o tamanho das plantas nesses grupos?

Resolução

- a) **Plantas independentes de água para a fecundação são as gimnospermas e as angiospermas.**

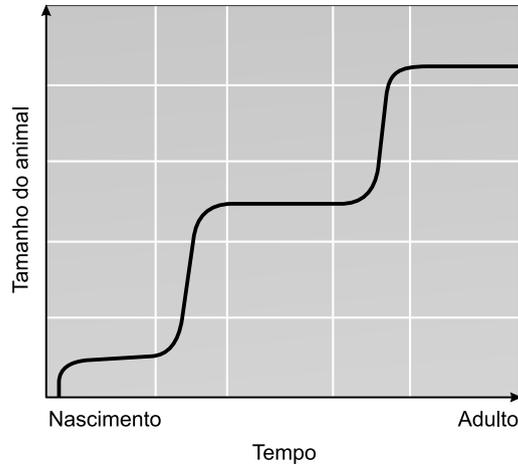
A estrutura que substituiu a água na fecundação foi o tubo polínico.

- b) **Nas briófitas, plantas avasculares, o transporte de água é feito lentamente, de célula para célula, por osmose.**

Nas pteridófitas, plantas vasculares, o transporte de água é feito rapidamente pelos vasos condutores do xilema, permitindo o aparecimento de plantas com maior tamanho.

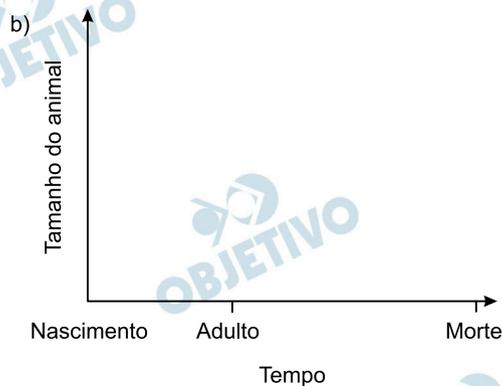
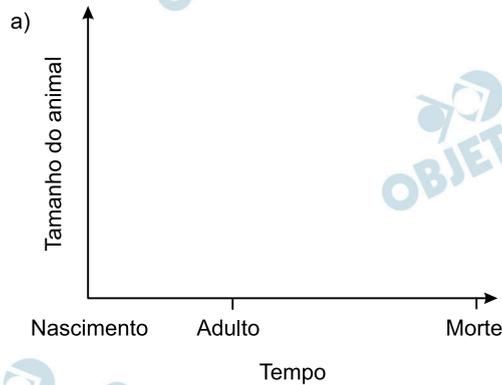
B.06

O rígido exoesqueleto dos artrópodes é periodicamente substituído para que seu corpo possa crescer. Após as mudas, com o revestimento do corpo ainda flexível, o animal cresce. O gráfico abaixo representa o crescimento desses animais.

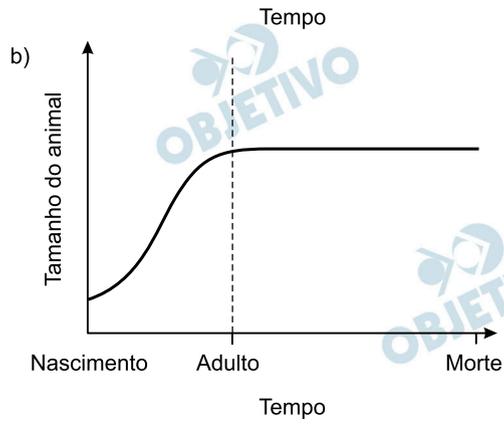
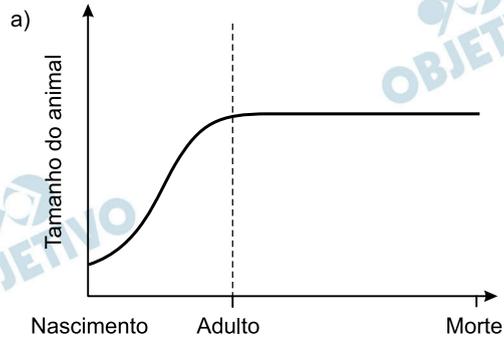


Nas coordenadas da página de respostas, represente

- o crescimento de alguns moluscos, cujo exoesqueleto agrega material de maneira contínua, permitindo o crescimento continuado do animal;
- o crescimento de mamíferos, que têm endoesqueleto ósseo e crescem até se tornarem adultos.



Resolução



H.01

Examine a seguinte imagem:



Louis-Michel van Loo & Claude-Joseph Vernet,
O Marquês de Pombal, 1766.

- Identifique e analise dois elementos representados na imagem, relativos ao contexto sociopolítico de Portugal na segunda metade do século XVIII.
- Aponte e explique uma medida relativa ao Brasil, adotada por Portugal nessa mesma época.

Resolução

- Elemento representado na imagem relativo ao contexto político de Portugal: a figura do marquês de Pombal, primeiro ministro do rei D. José I e representante do despotismo esclarecido em Portugal; caracterizou-se pela implantação de medidas de progresso econômico e outras de cunho cultural. No plano político, atuou de forma autoritária e centralizadora, eliminando oponentes reais ou supostos, entre eles os jesuítas e membros da nobreza.**

Elemento representado na imagem relativo ao contexto social de Portugal: importância da burguesia, simbolizada pelo próprio Pombal (de origem burguesa), tanto pelo fornecimento de quadros administrativos como na condição de camada social beneficiada pelo comércio ultramarino (representado pelos navios mostrados na ilustração) e pela exploração das colônias, notadamente do Brasil.

- Expulsão dos jesuítas, refletindo o anticlericalismo iluminista do marquês de Pombal e resultando na secularização do ensino no Brasil.**
 - Extinção das últimas capitanias hereditárias e reunificação do Estado do Grão-Pará e Maranhão ao Brasil, evidenciando o centralismo presente na administração pombalina.**
 - Transferência da capital brasileira de Salvador**

para o Rio de Janeiro, acompanhando o deslocamento do eixo econômico do Nordeste para o Centro-Sul.

- Criação de companhias privilegiadas de comércio para estimular as atividades econômicas no Brasil Colônia, no contexto do Renascimento Agrícola (incentivo à diversificação da produção, visando compensar o declínio da mineração).
- Criação do Diretório dos Índios, proibição da escravização dos nativos, incentivo aos casamentos interétnicos e equiparação dos indígenas cristianizados aos demais brasileiros.

H.02

O movimento político conhecido como “Confederação do Equador”, ocorrido em 1824 em Pernambuco e em províncias vizinhas, contou com a liderança de figuras como Manuel Carvalho Paes de Andrade e Frei Joaquim do Amor Divino Caneca. Relacione esse movimento com

- a) o projeto político desenvolvido pela Corte do Rio de Janeiro, na mesma época;
- b) outros dois movimentos ocorridos em Pernambuco, em anos anteriores.

Resolução

- a) **A Confederação do Equador, irrompida em Pernambuco e províncias vizinhas em 1824, constituiu uma reação ao projeto centralizador (e portanto antifederalista) da Corte do Rio de Janeiro; essa tendência da Corte corporificou-se na outorga da constituição autoritária daquele ano, que atribuiu ao imperador a supremacia política, graças ao exercício do Poder Moderador.**
- b) **Dois outros movimentos insurrecionais, ocorridos em Pernambuco e anteriores à Confederação do Equador, podem ser associados a ela: a Guerra dos Mascates (1710-12), por seu caráter nativista e lusófono, e a Revolução Pernambucana de 1817, cujas tendências liberais, republicanas, federalistas e antilusitanas seriam retomadas pela Confederação do Equador.**

Leia os dois fragmentos abaixo.

- I. *É necessário, pois, aceitar como princípio e ponto de partida o fato de que existe uma hierarquia de raças e civilizações, e que nós pertencemos a raça e civilização superiores, reconhecendo ainda que a superioridade confere direitos, mas, em contrapartida, impõe obrigações estritas. A legitimação básica da conquista de povos nativos é a convicção de nossa superioridade, não simplesmente nossa superioridade mecânica, econômica e militar, mas nossa superioridade moral. Nossa dignidade se baseia nessa qualidade, e ela funda nosso direito de dirigir o resto da humanidade. O poder material é apenas um meio para esse fim.*

Declaração do francês Jules Harmand, em 1910.

Apud: Edward Said. *Cultura e imperialismo*.

São Paulo: Companhia das Letras, 1995. Adaptado.

- II. (...) *apesar das suas diferenças, os ingleses e os franceses viam o Oriente como uma entidade geográfica — e cultural, política, demográfica, sociológica e histórica — sobre cujos destinos eles acreditavam ter um direito tradicional. Para eles, o Oriente não era nenhuma descoberta repentina, mas uma área ao leste da Europa cujo valor principal era definido uniformemente em termos de Europa, mais particularmente em termos que reivindicavam especificamente para a Europa — para a ciência, a erudição, o entendimento e a administração da Europa — o crédito por ter transformado o Oriente naquilo que era.*

Edward Said. *Orientalismo*.

São Paulo: Companhia das Letras, 1990.

- a) Identifique a principal ideia defendida no texto I e explique sua relação com a expansão imperialista europeia no final do século XIX.
- b) Relacione o texto I com o texto II, quanto à concepção política neles presente.

Resolução

- a) **O texto I pode ser considerado um exemplo clássico da ideologia predominante entre as potências europeias da época: aceitação do “darwinismo social”, segundo o qual a raça branca e a civilização por ela criada são superiores a todas as outras. Tais concepções implicariam, pela óptica do período em questão, o direito de os países imperialistas dominarem os povos considerados “inferiores”, mas também o dever moral de levar a esses mesmos povos os benefícios da civilização (“Fardo do Homem Branco”).**

- b) O texto II rejeita o “direito”, defendido no texto I, de os europeus dominarem as populações do Oriente, com base na pretensa superioridade dos primeiros. Essa contestação baseia-se no fato de que as populações orientais também deram importantes contribuições, muitas das quais foram apropriadas pelos imperialistas europeus.

H.04



Os cartazes acima circularam durante a Guerra Civil Espanhola (1936-1939).

- a) Identifique, em cada um dos cartazes, um elemento que permita associá-los, respectivamente, às principais forças políticas envolvidas nessa guerra.
- b) Caracterize as principais propostas das forças políticas representadas nos cartazes.

Resolução

- a) A suástica da Alemanha Nazista permite identificar, no contexto da Guerra Civil Espanhola, as forças da direita (nacionalistas), comandadas pelo general Franco. Já a foice e o martelo soviéticos, presentes no capacete do segundo soldado, permitem identificar as forças da esquerda (republicanos), representadas pelos setores antifascistas da sociedade espanhola, com participação das Brigadas Internacionais.
- b) Propostas dos nacionalistas: derrubada da República Espanhola e implantação de um regime totalitário de extrema direita (fascista), anticomunista, conservador e estreitamente ligado à Igreja Católica.

Propostas dos republicanos: defesa da República Espanhola instaurada em 1931, bem como de princípios liberais democráticos e – para uma parcela importante dos combatentes – e de ideias socialistas, dentro de uma ampla coalização antifascista.

H.05

A cidade do Rio de Janeiro abre o século XX defrontando-se com perspectivas extremamente promissoras. Aproveitando-se de seu papel privilegiado na intermediação dos recursos da economia cafeeira e de sua condição de centro político do país, a sociedade carioca via acumular-se no seu interior vastos recursos enraizados principalmente no comércio e nas finanças, mas derivando já para as aplicações industriais. A mudança da natureza das atividades econômicas do Rio foi de monta, portanto, a transformá-lo no maior centro cosmopolita da nação, em íntimo contato com a produção e o comércio europeus e americanos, absorvendo-os e irradiando-os para todo o país. Muito cedo, no entanto, ficou evidente o anacronismo da velha estrutura urbana do Rio de Janeiro diante das demandas dos novos tempos.

Nicolau Sevcenko. *Literatura como missão. Tensões sociais e criação cultural na Primeira República*. São Paulo: Brasiliense, 1983. Adaptado.

- a) Cite dois exemplos que justifiquem o mencionado “anacronismo da velha estrutura urbana do Rio de Janeiro”.
- b) Cite duas importantes mudanças socioeconômicas pelas quais a cidade do Rio de Janeiro passou no princípio do século XX.

Resolução

- a) **A insalubridade do Rio de Janeiro, presente na endemia da febre amarela e da peste bubônica, além das frequentes epidemias de varíola; e a existência, no centro da cidade, de um grande número de edificações decadentes constituídas principalmente por casarões coloniais transformados em cortiços (magistralmente descritos na obra homônima de Aluísio de Azevedo).**
- b) **Mudanças econômicas: desenvolvimento das atividades financeiras e industriais, fazendo da capital federal o principal centro econômico do País, ainda não suplantada por São Paulo. Mudanças sociais: demolição das construções (principalmente cortiços) do centro do Rio de Janeiro, substituídas por um projeto urbanístico moderno, sob a direção do prefeito Pereira Passos e obedecendo ao projeto progressista do presidente Rodrigues Alves. Consequência: deslocamento da população de baixa renda, até então residindo no centro do Rio, para os morros e subúrbios. Pode-se acrescentar o afluxo de imigrantes europeus para trabalhar nas indústrias cariocas.**

H.06

Em 25 de abril de 1984, a Câmara dos Deputados do Brasil rejeitou a Emenda Constitucional que propunha o restabelecimento das eleições diretas para a presidência da República. Durante quase nove meses, situação e oposição realizaram articulações políticas, visando à escolha do novo presidente. Em 15 de janeiro de 1985, Tancredo Neves foi eleito presidente do Brasil por um Colégio Eleitoral.

- a) Explique em que consistia esse Colégio Eleitoral e como ele era composto.
- b) Identifique e caracterize a articulação política vitoriosa na eleição presidencial de 1985.

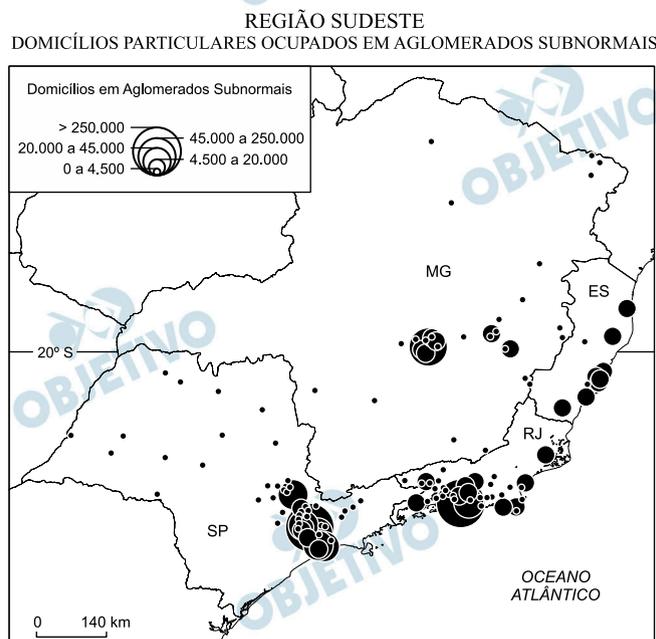
Resolução

- a) **“Colégio eleitoral” foi o nome dado ao conjunto de representantes da Nação incumbidos de eleger o presidente da República pelo processo indireto. Era composto pelos membros do Congresso Nacional (senadores e deputados federais), mais um certo número de deputados estaduais indicados por suas respectivas Assembleias Legislativas.**
- b) **A articulação política vitoriosa na eleição presidencial de 1985 recebeu o nome de “Aliança Democrática”, tendo Tancredo Neves como candidato à presidência. Foi constituída pelos partidos de oposição (exceto o PT, que se absteve) e por uma fração dissidente do partido governista que, com o nome de “Frente Liberal”, conseguiu incluir o deputado José Sarney como candidato à vice-presidência na chapa oposicionista.**

G.01

Segundo o IBGE, aglomerado subnormal “é um conjunto constituído de, no mínimo, 51 unidades habitacionais (barracos, casas, etc.) carentes, em sua maioria, de serviços públicos essenciais. O conceito de aglomerado subnormal foi utilizado pela primeira vez no Censo Demográfico 1991. Possui certo grau de generalização, de forma a abarcar a diversidade de assentamentos existentes no País, conhecidos como: favela, invasão, gruta, baixada, comunidade, vila, ressaca, mocambo, palafita, entre outros”.

Aglomerados subnormais. *IBGE, 2011. Adaptado.*



Censo Demográfico 2010. Aglomerados subnormais. *IBGE, 2011.*

Com base no texto e no mapa,

- identifique duas características dos aglomerados subnormais, sendo uma relativa à questão fundiária e outra ao padrão de urbanização;
- explique a concentração espacial dos aglomerados subnormais na região Sudeste e o processo que levou a essa concentração.

Resolução

- Quanto à questão fundiária, observa-se que os aglomerados subnormais se distribuem em áreas de posse irregular, gerando problemas de conflitos com os proprietários. Quanto ao padrão de urbanização, as habitações são erigidas em geral pelos próprios ocupantes e se caracterizam pela precariedade das construções, em função da baixa disponibilidade de recursos.
- A grande concentração espacial de aglomerados subnormais no Sudeste se dá principalmente nos maiores centros urbanos da região (e do País), como as cidades de São Paulo, Rio de Janeiro e

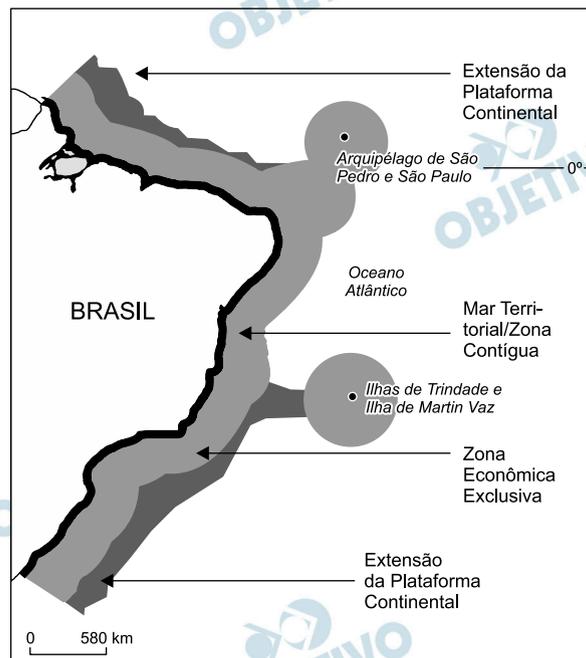
Belo Horizonte. O processo para essa concentração se deve à maior pujança econômica do Sudeste, que atraiu, e ainda atrai, elevado contingente de retirantes das demais regiões do Brasil e que vão distribuindo-se pelas áreas supostamente disponíveis nessas cidades.

G.02

A Convenção das Nações Unidas sobre Direito do Mar estabelece as linhas de base a partir das quais passam a ser contados o mar territorial, a zona contígua, a zona econômica exclusiva e o limite exterior da plataforma continental, bem como os critérios para o delineamento do limite exterior da plataforma.

www.marinha.mil.br. Acesso em 30/10/2014. Adaptado.

Com base nessa Convenção, da qual o Brasil é signatário, o governo brasileiro propôs às Nações Unidas a ampliação do limite exterior de sua plataforma continental para até 350 milhas náuticas (648 km), o que resultaria em uma área total com cerca de 4,4 milhões de quilômetros quadrados, a qual vem sendo chamada pela Marinha do Brasil de “Amazônia Azul”.



www.marinha.mil.br. Acesso em 30/10/2014. Adaptado.

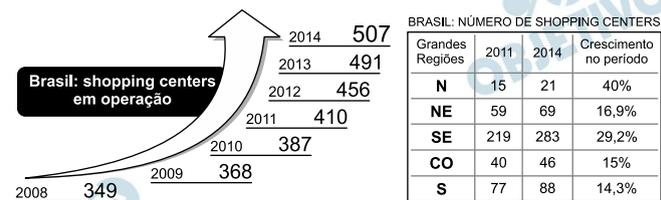
Considerando o mapa e seus conhecimentos,

- explique a importância geoestratégica da delimitação de áreas/zonas marítimas para as nações litorâneas;
- identifique e explique duas razões da importância econômica da chamada Amazônia Azul para o Brasil.

Resolução

- As áreas/zonas marítimas representam uma zona de segurança para os países litorâneos, onde eles podem garantir e controlar os fluxos de embarcações marítimas, as atividades portuárias, a exploração de recursos minerais e a defesa das cidades da orla marinha.
- A “Amazônia Azul” brasileira apresenta, primeiramente, nódulos minerais polimetálicos, com destaque para grandes reservas de gás natural e petróleo que podem tornar o País autossuficiente nesses produtos. Em segundo lugar, destaca-se a atividade pesqueira, possível ao longo de toda a região em função da disponibilidade de nutrientes para a população.

G.03



Geonotícias, n.º 21, Shopping Centers. www.ibope.com.br/pt-br.

Acesso em 20/10/2014.

Com base nas informações acima e em seus conhecimentos, identifique

- dois fatores responsáveis pelo crescimento do número de *shopping centers* no Brasil entre 2008 e 2014.
- duas tendências da distribuição geográfica dos *shopping centers* pelas diferentes regiões brasileiras, considerando o crescimento no período 2011-2014. Justifique sua resposta.

Resolução

- Elevação do padrão socioeconômico da população, com aumento significativo da classe média, incentivando o consumo de produtos e serviços oferecidos pelos *shopping centers*.**
Falta de espaços públicos de lazer, encarecimento dos terrenos, segurança e concentração de serviços têm transformado os *shopping centers* em alternativas para os lojistas e para os consumidores que, além de tudo, podem contar com várias atividades num mesmo lugar: academia, banco, restaurante e até escola.
- Observa-se no período 2011-2014 um maior crescimento percentual de *shopping centers* na Região Norte do País, em função do incremento econômico dessa região, e a confirmação de progressivo crescimento na Região Sudeste, que, mesmo concentrando mais da metade dos empreendimentos, ainda apresentou crescimento de 29,2% no período, em função de sua maior pujança econômica.

G.04

Observe o mapa.



Atlas Geográfico Escolar. IBGE, 2012.

Com base no mapa e em seus conhecimentos sobre os EUA,

- aponte duas razões da importância geopolítica desse país, na atualidade, considerando sua localização e dimensão territorial;
- explique a importância econômica, para esse país, da região circundada no mapa, considerando os recursos naturais e os aspectos humanos.

Resolução

- Os EUA apresentam um imenso território que lhe dá acesso a dois grandes oceanos, o Atlântico e o Pacífico, e também ao Oceano Glacial Ártico, através do Alasca, podendo movimentar frotas de guerra navais e aéreas por todo o mundo. Em segundo lugar, seu imenso território, rico em recursos naturais, permitiu desenvolver a maior economia do planeta, tanto industrial quanto agrícola, fornecendo-lhe uma imensa capacidade de polarização mundial.
- Circundada no mapa, está a principal região econômica do país, o *Manufacturing belt* (ou o cinturão das indústrias), que até hoje – a despeito do processo de descentralização desencadeado no país – constitui a principal região industrial do país, concentrando os setores metalúrgicos, mecânica, automobilística, química, favorecidos pela presença de minério de ferro, na região do Lago Superior, e do carvão mineral, nos Montes Apalaches, que também concentram grande potencial hidroelétrico – *Fall Line*. O desenvolvimento econômico regional foi beneficiado pelo poderoso mercado consumidor, pela disponibilidade de mão de obra, pela grande oferta de serviços e pelo grande desenvolvimento urbano, com a presença da megalópole de Nova Iorque e de Pittsburgh.

G.05

Considere o texto abaixo para responder à questão.

O que houve em Canudos e continua a acontecer hoje, no campo como nas grandes cidades brasileiras, foi o choque do Brasil “oficial e mais claro” com o Brasil “real e mais escuro” (...). Euclides da Cunha, formado, como todos nós, pelo Brasil oficial, de repente, ao chegar ao sertão, viu-se ofuscado pelo Brasil real de Antônio Conselheiro e seus seguidores. Sua intuição de escritor de gênio e seu nobre caráter de homem de bem colocaram-no imediatamente ao lado do Conselheiro, para honra e glória do escritor. De modo que, entre outros erros e contradições, só lhe ocorreu, além da corajosa denúncia do crime, pregar uma “modernização” que consistiria, finalmente, em conformar o Brasil real pelos moldes do Brasil oficial. Isto é, uma modernização falsificadora e falsa, que, como a que estão tentando fazer agora, é talvez pior do que uma invasão declarada. Esta apenas destrói e assola, enquanto a falsa modernização, no campo como na cidade, descaracteriza, assola, destrói e avilta o povo do Brasil real.

Ariano Suassuna. *Folha de S. Paulo*, 30/11/1999. Adaptado.

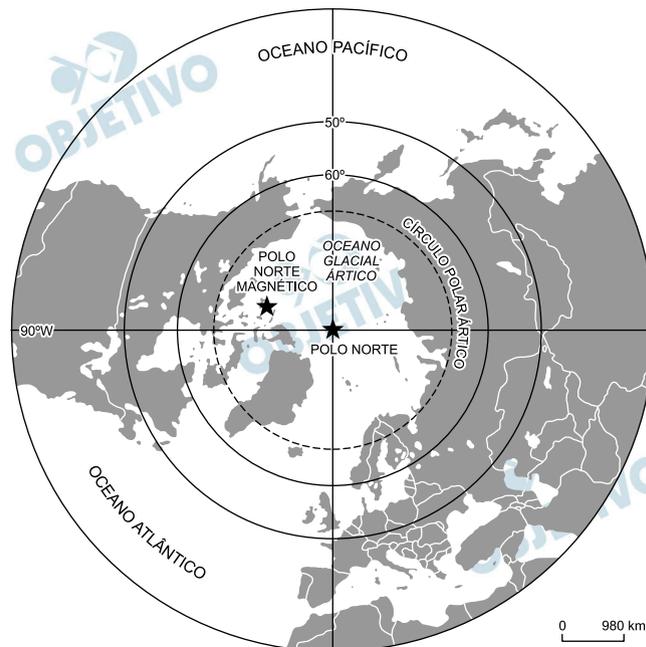
- Identifique e explique dois elementos da questão agrária brasileira contemporânea que justificam a expressão “falsa modernização no campo”.
- Descreva uma característica comum entre o movimento de Canudos e os movimentos sociais que atuam no campo brasileiro na atualidade.

Resolução

- O moderno agronegócio brasileiro, que engloba a produção e a industrialização dos produtos, apoia-se no mesmo modelo concentrador de terras das antigas capitanias hereditárias.**
A mecanização das lavouras, embora aumentando a produtividade e eliminando empregos, preserva a mesma relação capital/trabalho de antes, fortalecendo as desigualdades sociais.
- Movimentos formados por população sem terra, pés descalços ou descamisados, despossuídos de recursos e postos à margem da sociedade, lutando para assegurar sua sobrevivência e sua dignidade humana, emergindo da miséria.**

G.06

Observe o mapa a seguir.



Atlas Geográfico Escolar. IBGE, 2012.

- Aponte, sobre a região ártica, um interesse geoeconômico, indicando três países nele envolvidos.
- Explique a ocorrência de um impacto ambiental relacionado a uma importante atividade econômica desenvolvida nessa região.

Resolução

- A região ártica recentemente ganhou importância devido a descobertas de grandes reservas de petróleo. Os Estados Unidos, o Canadá e a Rússia estão entre os principais envolvidos em disputas regionais pelo recurso.
- A exploração do petróleo, que se ampliou recentemente, tem causado danos ambientais por conta de vazamentos relacionados com a exploração e com o transporte do recurso, o que causa prejuízos à fauna, à flora, à exploração da pesca e ao turismo.