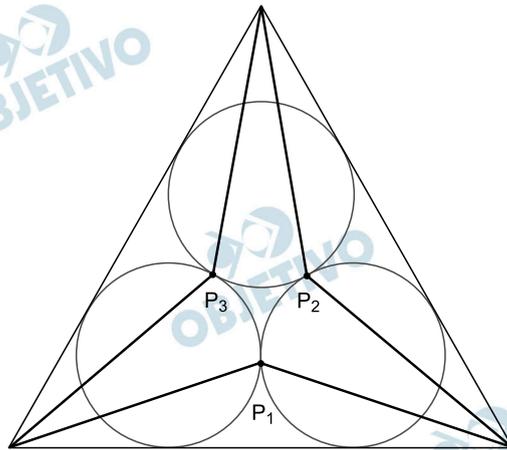


# M.01

São dadas três circunferências de raio  $r$ , duas a duas tangentes. Os pontos de tangências são  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ .

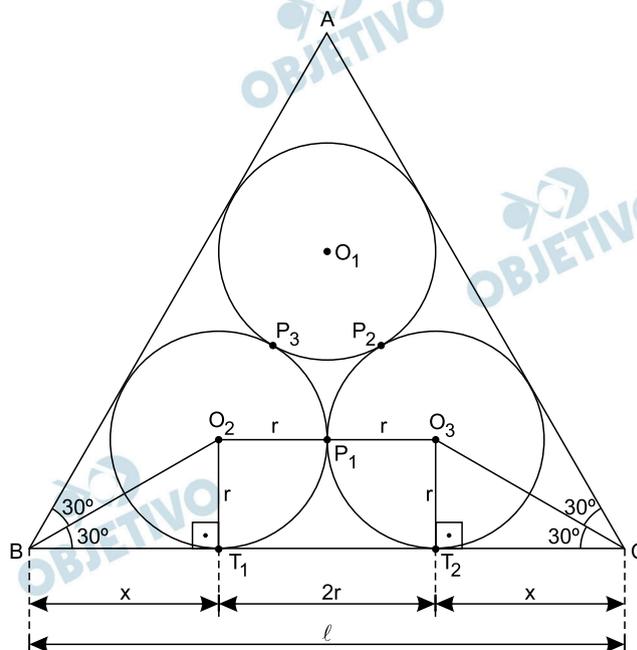


Calcule, em função de  $r$ ,

- o comprimento do lado do triângulo equilátero  $T$  determinado pelas três retas que são definidas pela seguinte exigência: cada uma delas é tangente a duas das circunferências e não intersecta a terceira;
- a área do hexágono não convexo cujos lados são os segmentos ligando cada ponto  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  aos dois vértices do triângulo  $T$  mais próximos a ele.

## Resolução

a)



Seja  $\ell$  o comprimento do lado do triângulo equilátero  $T$ .

$$I) \triangle BT_1O_2 \cong \triangle CT_2O_3 \Rightarrow BT_1 = CT_2 = x$$

$$\text{Assim, } \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{r}{x} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{r}{x} \Rightarrow x = r\sqrt{3}$$

$$II) \ell = 2x + 2r = 2 \cdot r\sqrt{3} + 2r \Rightarrow \ell = 2r \cdot (\sqrt{3} + 1)$$



## M.02

Considere as funções  $f$  e  $g$  definidas por

$$f(x) = 2 \log_2(x - 1), \text{ se } x \in \mathbb{R}, x > 1,$$

$$g(x) = \log_2\left(1 - \frac{x}{4}\right), \text{ se } x \in \mathbb{R}, x < 4.$$

a) Calcule  $f\left(\frac{3}{2}\right)$ ,  $f(2)$ ,  $f(3)$ ,  $g(-4)$ ,  $g(0)$  e  $g(2)$ .

b) Encontre  $x$ ,  $1 < x < 4$ , tal que  $f(x) = g(x)$ .

c) Levando em conta os resultados dos itens a) e b), esboce os gráficos de  $f$  e de  $g$  no sistema cartesiano impresso na página de resposta.

### Resolução

a)  $f\left(\frac{3}{2}\right) = 2 \cdot \log_2\left(\frac{3}{2} - 1\right) =$

$$= 2 \cdot \log_2\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot (-1) = -2$$

$$f(2) = 2 \cdot \log_2(2 - 1) = 2 \cdot \log_2 1 = 2 \cdot 0 = 0$$

$$f(3) = 2 \cdot \log_2(3 - 1) = 2 \cdot \log_2 2 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$g(-4) = \log_2\left(1 - \frac{-4}{4}\right) = \log_2 2 = 1$$

$$g(0) = \log_2\left(1 - \frac{0}{4}\right) = \log_2 1 = 0$$

$$g(2) = \log_2\left(1 - \frac{2}{4}\right) = \log_2\left(\frac{1}{2}\right) = -1$$

b) Para  $1 < x < 4$ , temos:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow 2 \cdot \log_2(x - 1) = \log_2\left(1 - \frac{x}{4}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x - 1)^2 = \log_2\left(1 - \frac{x}{4}\right) \Leftrightarrow$$

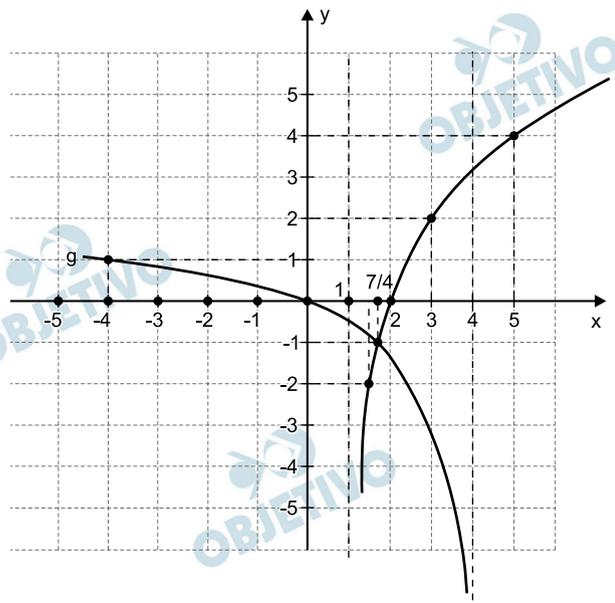
$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 = 1 - \frac{x}{4} \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 1 - \frac{x}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + \frac{x}{4} = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{7}{4}x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \left(x - \frac{7}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{7}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7}{4} \text{ pois } 1 < x < 4$$

c)



Respostas: a)  $f\left(\frac{3}{2}\right) = -2$ ,  $f(2) = 0$ ,  $f(3) = 2$ ,

$g(-4) = 1$ ,  $g(0) = 0$  e  $g(2) = -1$

b)  $x = \frac{7}{4}$

c) gráfico

## M.03

João e Maria jogam dados em uma mesa. São cinco dados em forma de poliedros regulares: um tetraedro, um cubo, um octaedro, um dodecaedro e um icosaedro. As faces são numeradas de 1 a 4 no tetraedro, de 1 a 6 no cubo, etc. Os dados são *honestos*, ou seja, para cada um deles, a probabilidade de qualquer uma das faces ficar em contato com a mesa, após o repouso do dado, é a mesma.

Num primeiro jogo, Maria sorteia, ao acaso, um dos cinco dados, João o lança e verifica o número da face que ficou em contato com a mesa.



- a) Qual é a probabilidade de que esse número seja maior do que 12?
- b) Qual é a probabilidade de que esse número seja menor do que 5?

Num segundo jogo, João sorteia, ao acaso, dois dos cinco dados. Maria os lança e anota o valor da soma dos números das duas faces que ficaram em contato com a mesa, após o repouso dos dados.

- c) Qual é a probabilidade de que esse valor seja maior do que 30?

Poliedros regulares	
Tetraedro	4 faces
Cubo	6 faces
Octaedro	8 faces
Dodecaedro	12 faces
Icosaedro	20 faces

### Resolução

- a) Somente o icosaedro possui faces com números maiores que 12. Das 20 faces que o icosaedro possui, são maiores que doze 8 delas (a saber 13, 14, 15, ..., 20).

Como o icosaedro é um dos cinco poliedros, a probabilidade,  $P_a$ , do número sorteado ser maior

$$\text{do que 12 é } P_a = \frac{1}{5} \cdot \frac{8}{20} = \frac{2}{25} = 8\%$$

b) A probabilidade do número sorteado ser menor do que cinco tendo sido sorteado:

$$\bullet \text{ tetraedro é } \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{4} = \frac{1}{5}$$

$$\bullet \text{ hexaedro é } \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{6} = \frac{4}{30}$$

$$\bullet \text{ octaedro é } \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{8} = \frac{4}{40}$$

$$\bullet \text{ dodecaedro é } \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{12} = \frac{4}{60}$$

$$\bullet \text{ icosaedro é } \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{20} = \frac{4}{100}$$

Desta forma, a probabilidade,  $P_b$ , do número sorteado ser menor do que 5 é

$$P_b = \frac{1}{5} + \frac{4}{30} + \frac{4}{40} + \frac{4}{60} + \frac{4}{100} =$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{2}{15} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{25} =$$

$$= \frac{30 + 20 + 15 + 10 + 6}{150} = \frac{81}{150} = \frac{27}{50} = 54\%$$

c) Nenhuma combinação de dois dados escolhidos entre o tetraedro, hexaedro, octaedro e o dodecaedro permite obter a soma das duas faces maior do que 30, pois a maior soma possível seria 20 (8 no octaedro e 12 no dodecaedro).

A tabela mostra os possíveis casos em que a soma das duas faces é maior do que 30.

Dodecaedro	Icosaedro
11	20
12	19
12	20

A probabilidade de João sortear o dodecaedro e o

$$\text{icosaedro é } \frac{1}{C_{5;2}} = \frac{1}{10}.$$

A probabilidade de ocorrer cada um dos casos da

$$\text{tabela é } \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{240}.$$

Assim, a probabilidade,  $P_c$ , da soma das faces ser maior do que 30 é

$$P_c = 3 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{240} = \frac{1}{800} = 0,125\%$$

$$\text{Respostas: a) } P_a = \frac{2}{25} = 8\%$$

$$\text{b) } P_b = \frac{27}{50} = 54\%$$

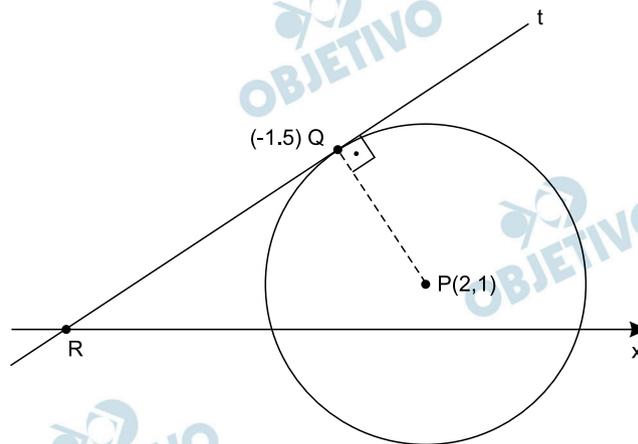
$$\text{c) } P_c = \frac{1}{800} = 0,125\%$$

## M.04

No plano cartesiano  $Oxy$ , a circunferência  $C$  tem centro no ponto  $P = (2, 1)$ , e a reta  $t$  é tangente a  $C$  no ponto  $Q = (-1, 5)$ .

- Determine o raio da circunferência  $C$ .
- Encontre uma equação para a reta  $t$ .
- Calcule a área do triângulo  $PQR$ , sendo  $R$  o ponto de interseção de  $t$  com o eixo  $Ox$ .

### Resolução



- a) O raio da circunferência  $C$  é igual a distância entre os pontos  $P$  e  $Q$  e, portanto,

$$R = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (5 - 1)^2} = 5$$

- b) Sendo  $m_{PQ} = \frac{5 - 1}{-1 - 2} = -\frac{4}{3}$  o coeficiente angular da reta suporte do segmento  $PQ$ , uma equação da reta  $t$  será:

$$y - 5 = \frac{3}{4} \cdot (x + 1) \Leftrightarrow 3x - 4y + 23 = 0, \text{ pois } t \text{ passa por } Q \text{ e é perpendicular ao segmento } PQ.$$

- c) Se  $R(x_R; 0)$  é o ponto de interseção de  $t$  com o eixo

$$x, \text{ temos: } 3 \cdot x_R - 4 \cdot 0 + 23 = 0 \Leftrightarrow x_R = -\frac{23}{3}$$

Logo, a área  $S$  do triângulo  $PQR$  é dada por

$$S = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 5 & 1 \\ -\frac{23}{3} & 0 & 1 \end{vmatrix}}{2} = \frac{125}{6}$$

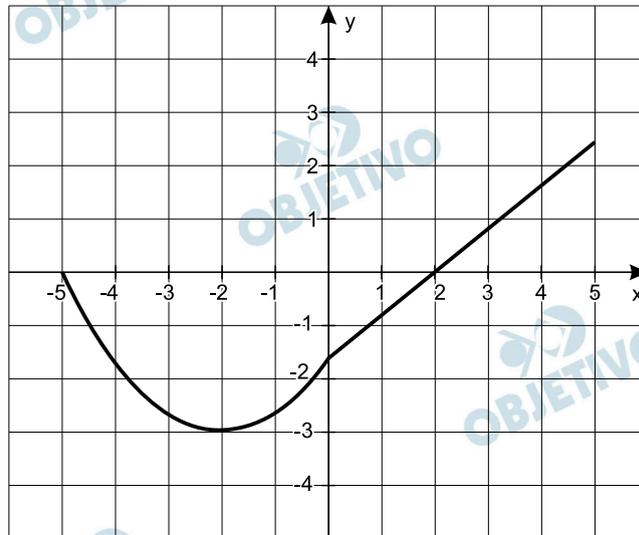
Respostas: a) 5

b)  $3x - 4y + 23 = 0$

c)  $\frac{125}{6}$

## M.05

A figura abaixo representa o gráfico de uma função  $f: [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ . Note que  $f(-5) = f(2) = 0$ . A restrição de  $f$  ao intervalo  $[-5, 0]$  tem como gráfico parte de uma parábola com vértice no ponto  $(-2, -3)$ ; restrita ao intervalo  $[0, 5]$ ,  $f$  tem como gráfico um segmento de reta,



a) Calcule  $f(-1)$  e  $f(3)$ .

Usando os sistemas de eixos da folha de respostas, esboce

b) o gráfico de  $g(x) = |f(x)|$ ,  $x \in [-5; 5]$ ;

c) o gráfico de  $h(x) = f(|x|)$ ,  $x \in [-5; 5]$ .

### Resolução

1) No intervalo  $[-5; 0]$  a função  $f$  é do tipo

$f(x) = a(x + 5) \cdot (x - 1)$ , pois é do segundo grau, com raízes  $-5$  e  $1$ .

Como  $f(-2) = -3$ , temos:

$$f(-2) = a(-2 + 5) \cdot (-2 - 1) \Rightarrow -9a = -3 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$\text{Assim, neste intervalo } f(x) = \frac{1}{3}(x + 5)(x - 1)$$

2) No intervalo  $[0; 5]$  a função  $f$  é do tipo

$f(x) = mx + n$ , com  $f(2) = 0$  e

$$f(0) = \frac{1}{3}(0 + 5) \cdot (0 - 1) = -\frac{5}{3}.$$

Desta forma,

$$\begin{cases} f(2) = m \cdot 2 + n = 0 \\ f(0) = m \cdot 0 + n = -\frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m + n = 0 \\ n = -\frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{6} \\ n = -\frac{5}{3} \end{cases} \text{ e } f(x) = \frac{5}{6}x - \frac{5}{3}$$

a) A função  $f$  é assim definida:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}(x+5)(x-1), & \text{se } -5 \leq x \leq 0 \\ \frac{5}{6}x - \frac{5}{3}, & \text{se } 0 \leq x \leq 5, \end{cases}$$

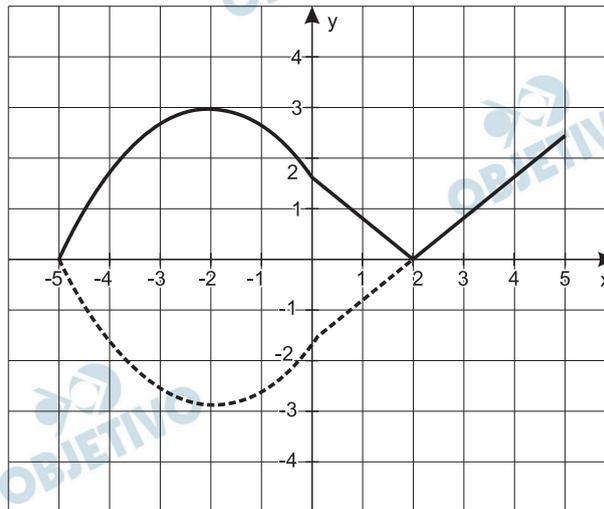
$$f(-1) = \frac{1}{3}(-1+5) \cdot (-1-1) = -\frac{8}{3} \text{ e}$$

$$f(3) = \frac{5}{6} \cdot 3 - \frac{5}{3} = \frac{5}{6}$$

b) Se  $f(x) \leq 0$ , então  $g(x) = |f(x)| = -f(x)$  e o gráfico de  $g$  é o gráfico de  $f$  “rebatido” em torno do eixo  $0x$ .

Se  $f(x) \geq 0$ , então  $g(x) = |f(x)| = f(x)$  e, neste caso  $f$  e  $g$  têm gráficos iguais.

Assim, o gráfico de  $g$  é

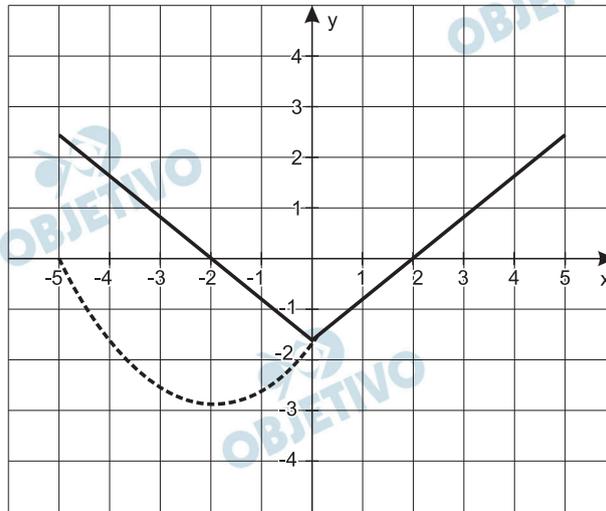


Se  $x \geq 0$ , então  $h(x) = f(|x|) = f(x)$  e  $h$  e  $f$  terão o mesmo gráfico.

$$\text{Se } x \leq 0, \text{ então } h(x) = f(|x|) = f(-x) = -\frac{5}{6}x - \frac{5}{3},$$

cujo gráfico é o da função  $f$  no intervalo de  $[0; 5]$ , “rebatido” em torno do eixo  $0y$ .

Desta forma, o gráfico de  $h$  é



Respostas: a)  $f(-1) = -\frac{8}{3}$  e  $f(3) = \frac{5}{6}$

b) e c) Gráficos acima.

## M.06

As constantes A, B, C e D são tais que a igualdade

$$\frac{1}{(x^2 + 2x + 2)(x^2 + 4)} = \frac{Ax + B}{x^2 + 2x + 2} + \frac{Dx + C}{x^2 + 4}$$

é válida para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

- Deduza, da igualdade acima, um sistema linear com quatro equações satisfeito pelas constantes A, B, C e D.
- Resolva esse sistema e encontre os valores dessas constantes.

### Resolução

$$\frac{1}{(x^2 + 2x + 2)(x^2 + 4)} = \frac{Ax + B}{x^2 + 2x + 2} + \frac{Dx + C}{x^2 + 4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 = (Ax + B)(x^2 + 4) + (Dx + C)(x^2 + 2x + 2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 = Ax^3 + 4Ax + Bx^2 + 4B + Dx^3 + 2Dx^2 +$$

$$+ 2Dx + Cx^2 + 2Cx + 2C \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 = (A + D)x^3 + (B + 2D + C)x^2 + (4A + 2D +$$

$$+ 2C)x + (4B + 2C)$$

$$\text{a) } \begin{cases} A + D = 0 \\ B + C + 2D = 0 \\ 4A + 2C + 2D = 0 \\ 4B + 2C = 1 \end{cases}$$

- Resolvendo o sistema por escalonamento, resulta:

$$\begin{cases} A + D = 0 \\ B + C + 2D = 0 \\ 4A + 2C + 2D = 0 \\ 4B + 2C = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A + D = 0 \\ B + C + 2D = 0 \\ 2C - 2D = 0 \\ 4B + 2C = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A + D = 0 \\ B + C + 2D = 0 \\ 2C - 2D = 0 \\ -2C - 8D = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A + D = 0 \\ B + C + 2D = 0 \\ 2C - 2D = 0 \\ -10D = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{10} \\ B = \frac{3}{10} \\ C = -\frac{1}{10} \\ D = -\frac{1}{10} \end{cases}$$

Respostas: a) 
$$\begin{cases} A + D = 0 \\ B + C + 2D = 0 \\ 4A + 2C + 2D = 0 \\ 4B + 2C = 1 \end{cases}$$

b)  $A = \frac{1}{10}$ ,  $B = \frac{3}{10}$ ,  $C = -\frac{1}{10}$  e

$$D = -\frac{1}{10}$$

# F.01

Duas pequenas esferas,  $E_1$  e  $E_2$ , feitas de materiais isolantes diferentes, inicialmente neutras, são atritadas uma na outra durante 5 s e ficam eletrizadas. Em seguida, as esferas são afastadas e mantidas a uma distância de 30 cm, muito maior que seus raios. A esfera  $E_1$  ficou com carga elétrica positiva de 0,8 nC. Determine

- a) a diferença  $N$  entre o número de prótons e o de elétrons da esfera  $E_1$ , após o atrito;
- b) o sinal e o valor da carga elétrica  $Q$  de  $E_2$ , após o atrito;
- c) a corrente elétrica média  $I$  entre as esferas durante o atrito;
- d) o módulo da força elétrica  $F$  que atua entre as esferas depois de afastadas.

**Note e adote:**

$$1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$$

$$\text{Carga do elétron} = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{Constante eletrostática: } K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$$

Não há troca de cargas entre cada esfera e o ambiente

**Resolução**

a)  $Q_1 = N \cdot e$

$$N = \frac{Q_1}{e} = \frac{8 \cdot 10^{-10}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \boxed{N = 5 \cdot 10^9}$$

Concluindo: a quantidade de prótons da esfera  $E_1$  excede em  $5 \cdot 10^9$  a quantidade de elétrons.

- b) Usando o Princípio da Conservação da Carga Elétrica:

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$Q_2 = -Q_1$$

$$\boxed{Q_2 = -0,8 \text{ nC}} \text{ ou } \boxed{Q_2 = -8 \cdot 10^{-10} \text{ C}}$$

c)  $I = \frac{|Q_1|}{\Delta t}$  ou  $I = \frac{|Q_2|}{\Delta t}$

$$I = \frac{8 \cdot 10^{-10} \text{ C}}{5 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{I = 1,6 \cdot 10^{-10} \text{ A}}$$

d) Usando a Lei de Coulomb:

$$F = K_0 \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{d^2}$$

$$F = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-10} \cdot 8 \cdot 10^{-10}}{(3 \cdot 10^{-1})^2} \text{ (unidades SI)}$$

$$F = 6,4 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

Respostas: a)  $N = 5 \cdot 10^9$

b)  $Q = -0,8 \text{ nC}$

c)  $I = 1,6 \cdot 10^{-10} \text{ A}$

d)  $F = 6,4 \cdot 10^{-8} \text{ N}$

## F.02

Um sistema é formado por um disco com um trilho na direção radial e um bloco que pode se mover livremente ao longo do trilho. O bloco, de massa 1 kg, está ligado a uma mola de constante elástica 300 N/m. A outra extremidade da mola está fixa em um eixo vertical, perpendicular ao disco, passando pelo seu centro. Com o sistema em repouso, o bloco está na posição de equilíbrio, a uma distância de 20 cm do eixo. Um motor de potência 0,3 W acoplado ao eixo é ligado no instante  $t = 0$ , fazendo com que todo o conjunto passe a girar e o bloco, lentamente, se afaste do centro do disco. Para o instante em que a distância do bloco ao centro é de 30 cm, determine

- o módulo da força  $F$  na mola;
- a velocidade angular  $\omega$  do bloco;
- a energia mecânica  $E$  armazenada no sistema massa-mola;
- o intervalo de tempo  $\Delta t$  decorrido desde o início do movimento.

### Note e adote:

Desconsidere a pequena velocidade do bloco na direção radial, as massas do disco, do trilho e da mola e os efeitos dissipativos.

### Resolução

- a) A força elástica da mola é dada pela lei de Hooke:

$$F = k x = k (L_f - L_0)$$

$$F = 300 (0,30 - 0,20) \text{ (N)}$$

$$F = 30 \text{ N}$$

- b) Na situação final, o bloco terá movimento circular uniforme e a força aplicada pela mola será a resultante centrípeta.

$$F = F_{cp} = m \omega^2 R$$

$$30 = 1 \cdot \omega^2 \cdot 0,30$$

$$\omega^2 = 100 \text{ (SI)} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$

- c) A energia mecânica armazenada no sistema é a soma da energia cinética do bloco com a energia elástica da mola.

$$E = \frac{m V^2}{2} + \frac{k x^2}{2}$$

$$V = \omega R = 10 \cdot 0,30 \text{ (m/s)} \Rightarrow \boxed{V = 3,0 \text{ m/s}}$$

$$E = \frac{1 \cdot 9,0}{2} + \frac{300}{2} (0,1)^2 \text{ (J)}$$

$$E = 4,5 + 1,5 \text{ (J)} \Rightarrow \boxed{E = 6,0 \text{ J}}$$

- d) A potência do motor corresponde à razão entre a energia transferida para o sistema e o tempo gasto:

$$P = \frac{E}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{E}{P} = \frac{6,0}{0,3} \text{ (s)}$$

$$\boxed{\Delta t = 20\text{s}}$$

Respostas: a)  $F = 30\text{N}$

b)  $\omega = 10 \text{ rad/s}$

c)  $E = 6,0\text{J}$

d)  $\Delta t = 20\text{s}$

## F.03

*Lasers* pulsados de altíssima potência estão sendo construídos na Europa. Esses *lasers* emitirão pulsos de luz verde, e cada pulso terá  $10^{15}$  W de potência e duração de cerca de  $30 \cdot 10^{-15}$  s. Com base nessas informações, determine

- o comprimento de onda  $\lambda$  da luz desse *laser*;
- a energia  $E$  contida em um pulso;
- o intervalo de tempo  $\Delta t$  durante o qual uma lâmpada LED de 3W deveria ser mantida acesa, de forma a consumir uma energia igual à contida em cada pulso;
- o número  $N$  de fótons em cada pulso.

**Note e adote:**

Frequência da luz verde:  $f = 0,6 \cdot 10^{15}$  Hz

Velocidade da luz =  $3 \cdot 10^8$  m/s

Energia do fóton =  $h f$

$h = 6 \cdot 10^{-34}$  J s

**Resolução**

- a) **Determinação do comprimento de onda  $\lambda$ .**

$$v = \lambda f \Rightarrow c = \lambda f$$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$\lambda = \frac{3,0 \cdot 10^8}{0,6 \cdot 10^{15}} \text{ (m)} \Rightarrow \lambda = 5,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

- b) **Energia de um pulso E:**

$$E = \text{Pot} \cdot \Delta t$$

$$E = 10^{15} \cdot 30 \cdot 10^{-15} \text{ (J)}$$

$$E = 30 \text{ J}$$

- c) Intervalo de tempo  $\Delta t$  de funcionamento da lâmpada de potência  $Pot_{LED} = 3W$  com a energia do pulso  $E = 30J$ :

$$Pot_{LED} \cdot \Delta t = E$$

$$\Delta t = \frac{E}{Pot_{LED}} = \frac{30}{3} \text{ (s)}$$

$$\Delta t = 10s$$

- d) Número de fótons  $N$  em cada pulso:

$$E = N \cdot E_{\text{fóton}}$$

$$E = N \cdot h f$$

$$N = \frac{E}{h f}$$

$$N = \frac{30}{6 \cdot 10^{-34} \cdot 0,6 \cdot 10^{15}} = \frac{30}{3,6 \cdot 10^{-19}}$$

$$N \cong 8,3 \cdot 10^{19} \text{ fótons}$$

- Respostas: a)  $\lambda = 5,0 \cdot 10^{-7}m$   
b)  $E = 30J$   
c)  $\Delta t = 10s$   
d)  $N \cong 8,3 \cdot 10^{19} \text{ fótons}$

## F.04

Miguel e João estão conversando, parados em uma esquina próxima a sua escola, quando escutam o toque da sirene que indica o início das aulas. Miguel continua parado na esquina, enquanto João corre em direção à escola. As ondas sonoras propagam-se, a partir da sirene, em todas as direções, com comprimento de onda  $\lambda = 17$  cm e velocidade  $V_s = 340$  m/s, em relação ao ar. João se aproxima da escola com velocidade de módulo  $v = 3,4$  m/s e direção da reta que une sua posição à da sirene. Determine

- a frequência  $f_M$  do som da sirene percebido por Miguel parado na esquina;
- a velocidade  $v_R$  do som da sirene em relação a João correndo;
- a frequência  $f_J$  do som da sirene percebido por João quando está correndo.

Miguel, ainda parado, assobia para João, que continua correndo. Sendo o comprimento de onda do assobio igual a 10 cm, determine

- a frequência  $f_A$  do assobio percebido por João.

### Note e adote:

Considere um dia seco e sem vento.

### Resolução

- Miguel está em repouso em relação ao ar, e percebe o som com frequência  $f_M$  igual à frequência  $f$  da sirene.

Da Equação Fundamental da Ondulatória, vem que

$$V = \lambda f$$

$$340 = 17 \cdot 10^{-2} f_M$$

$$f_M = 2,0 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

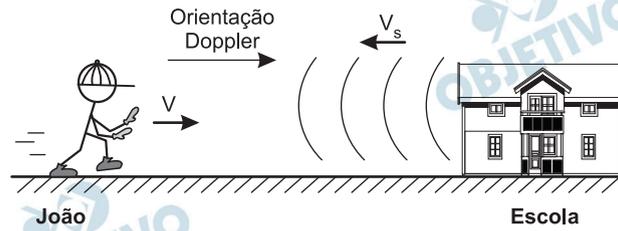
- Sendo  $V_R$  o módulo da velocidade do som em relação a João, temos:

$$V_R = V + V_S$$

$$V_R = 3,4 \text{ m/s} + 340 \text{ m/s}$$

$$V_R = 343,4 \text{ m/s}$$

c)



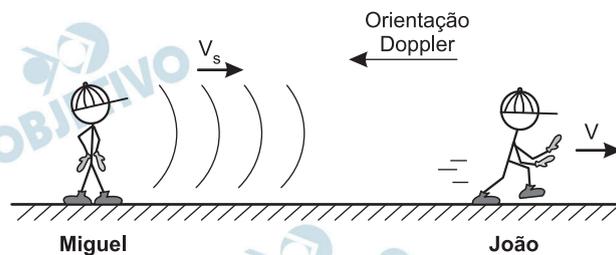
Da Equação do efeito Doppler-Fizeau, temos

$$\frac{f_J}{V_S + V} = \frac{f}{V_S} \quad (\text{observador se aproximando da fonte em repouso})$$

$$\frac{f_J}{340 + 3,4} = \frac{2,0 \cdot 10^3}{340}$$

$$f_J = 2,02 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

d)



1) Cálculo da frequência  $f$  do assobio emitido por Miguel:

$$V = \lambda f$$

$$340 = 10 \cdot 10^{-2} \cdot f_0$$

$$f_0 = 3,4 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

2) Aplicando-se novamente a Equação do efeito Doppler-Fizeau, agora entre Miguel e João, temos:

$$\frac{f_A}{V_S - V} = \frac{f_0}{V_S} \quad (\text{observador se afastando da fonte em repouso})$$

$$\frac{f_A}{340 - 3,4} = \frac{3,4 \cdot 10^3}{340}$$

$$f_A = 3,366 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

Respostas: a)  $f_M = 2,0 \cdot 10^3 \text{ Hz}$

b)  $V_R = 343,4 \text{ m/s}$

c)  $f_J = 2,02 \cdot 10^3 \text{ Hz}$

d)  $f_A = 3,366 \cdot 10^3 \text{ Hz}$

## F.05

Em janeiro de 2006, a nave espacial New Horizons foi lançada da Terra com destino a Plutão, astro descoberto em 1930. Em julho de 2015, após uma jornada de aproximadamente 9,5 anos e 5 bilhões de km, a nave atinge a distância de 12,5 mil km da superfície de Plutão, a mais próxima do astro, e começa a enviar informações para a Terra, por ondas de rádio. Determine

- a) a velocidade média  $v$  da nave durante a viagem;
- b) o intervalo de tempo  $\Delta t$  que as informações enviadas pela nave, a 5 bilhões de km da Terra, na menor distância de aproximação entre a nave e Plutão, levaram para chegar em nosso planeta;
- c) o ano em que Plutão completará uma volta em torno do Sol, a partir de quando foi descoberto.

### Note e adote:

$$\text{Velocidade da luz} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\text{Velocidade média de Plutão} = 4,7 \text{ km/s}$$

$$\text{Perímetro da órbita elíptica de Plutão} = 35,4 \cdot 10^9 \text{ km}$$

$$1 \text{ ano} = 3 \cdot 10^7 \text{ s}$$

### Resolução

$$\text{a) } v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\Delta s = 5 \cdot 10^9 \cdot 10^3 \text{ m} = 5 \cdot 10^{12} \text{ m}$$

$$\Delta t = 9,5 \text{ anos} = 9,5 \cdot 3 \cdot 10^7 \text{ s} = 28,5 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$v = \frac{5 \cdot 10^{12} \text{ m}}{2,85 \cdot 10^8 \text{ s}}$$

$$v \approx 1,75 \cdot 10^4 \text{ m/s} = 17,5 \text{ km/s}$$

$$\text{b) } c = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$3 \cdot 10^8 = \frac{5 \cdot 10^{12}}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{5}{3} \cdot 10^4 \text{ s} \quad \text{ou} \quad \Delta t \approx 1,7 \cdot 10^4 \text{ s}$$

c) 1) Cálculo do período de Plutão:

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 4,7 = \frac{35,4 \cdot 10^9}{T_p}$$

$$T_p = 7,5 \cdot 10^9 \text{ s} = \frac{7,5 \cdot 10^9}{3 \cdot 10^7} \text{ anos}$$

$$T_p = 2,51 \cdot 10^2 \text{ a} \Rightarrow \boxed{T_p = 251\text{a}}$$

2) Data pedida = data da descoberta +  $T_p$   
Data pedida = 1930 + 251 = 2181

Plutão completará uma volta em torno do Sol 251 anos após sua descoberta, isto é, no ano 2181.

Respostas: a)  $V \approx 17,5 \text{ km/s}$

b)  $\Delta t \approx 1,7 \cdot 10^4 \text{ s}$

c) ano 2181

## F.06

Em um circuito integrado (CI), a conexão elétrica entre transistores é feita por trilhas de alumínio de 500 nm de comprimento, 100 nm de largura e 50 nm de espessura.

- Determine a resistência elétrica de uma dessas conexões, sabendo que a resistência, em ohms, de uma trilha de alumínio é dada por  $R = 3 \cdot 10^{-8} L/A$ , em que  $L$  e  $A$  são, respectivamente, o comprimento e a área da seção reta da trilha em unidades do SI.
- Se a corrente elétrica em uma trilha for de  $10 \mu A$ , qual é a potência dissipada nessa conexão?
- Considere que um determinado CI possua  $10^6$  dessas conexões elétricas. Determine a energia  $E$  dissipada no CI em 5 segundos de operação.
- Se não houvesse um mecanismo de remoção de calor, qual seria o intervalo de tempo  $\Delta t$  necessário para a temperatura do CI variar de  $300^\circ C$ ?

### Note e adote:

$$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$$

$$\text{Capacidade térmica do CI} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ J/K}$$

Considere que as trilhas são as únicas fontes de calor no CI.

### Resolução

- Da expressão fornecida para o cálculo da resistência elétrica de uma trilha, vem:

$$R = 3 \cdot 10^{-8} L/A \text{ (SI)}$$

$$L = 500 \text{ nm} = 500 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$A = 100 \cdot 10^{-9} \cdot 50 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$$

Assim:

$$R = 3 \cdot 10^{-8} \frac{500 \cdot 10^{-9}}{100 \cdot 10^{-9} \cdot 50 \cdot 10^{-9}} \text{ (}\Omega\text{)}$$

$$R = 3,0 \Omega$$

- A potência elétrica dissipada em uma trilha será dada por:

$$P = R i^2$$

$$P = 3,0 (10 \cdot 10^{-6})^2 \text{ (W)}$$

$$P = 3,0 \cdot 10^{-10} \text{ W}$$

- c) A energia dissipada no circuito integrado em 5 segundos de operação será dada por:

$$E = P_{\text{total}} \cdot \Delta t$$

$$E = 10^6 \cdot 3,0 \cdot 10^{-10} \cdot 5,0 \text{ (J)}$$

$$E = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

- d) A quantidade de calor necessária para a temperatura do circuito variar de 300°C pode ser determinada por:

$$Q = m c \Delta\theta$$

$$Q = C \cdot \Delta\theta, \text{ onde } \Delta\theta = 300^\circ\text{C} = 300\text{K}$$

$$Q = 5 \cdot 10^{-5} (300) \text{ (J)}$$

$$Q = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

Assim:

$$P_{\text{total}} = \frac{Q}{\Delta t}$$

$$10^6 \cdot 3,0 \cdot 10^{-10} = \frac{1,5 \cdot 10^{-2}}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{1,5 \cdot 10^{-2}}{3,0 \cdot 10^{-4}} \text{ (s)} \Rightarrow \Delta t = 50 \text{ s}$$

Respostas: a)  $R = 3,0 \Omega$

b)  $P = 3,0 \cdot 10^{-10} \text{ W}$

c)  $E = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

d)  $\Delta t = 50 \text{ s}$

## Q.01

Águas que apresentam alta concentração de íons  $\text{Ca}^{2+}$  ou  $\text{Mg}^{2+}$  dissolvidos são chamadas de “águas duras”. Se a concentração total desses íons for superior a 100 mg/L, tais águas não podem ser utilizadas em tubulações de máquinas industriais, devido à obstrução dos tubos causada pela formação de sais insolúveis contendo esses íons. Um químico deverá analisar a água de uma fonte, isenta de íons  $\text{Mg}^{2+}$ , mas contendo íons  $\text{Ca}^{2+}$ , para verificar se é adequada para uso em uma indústria. Para tal, uma amostra de 200 mL de água dessa fonte foi misturada com uma solução de carbonato de sódio ( $\text{Na}_2\text{CO}_3$ ), em quantidade suficiente para haver reação completa. O sólido formado foi cuidadosamente separado, seco e pesado. A massa obtida foi 0,060 g.

- a) Escreva a equação química, na forma iônica, que representa a formação do sólido.
- b) A água analisada é adequada para uso industrial? Justifique, mostrando os cálculos.

Note e adote:			
massas molares (g/mol)			
C .... 12	O .... 16	Na .... 23	Ca .... 40

### Resolução

- a)  $\text{Ca}^{2+}(\text{aq}) + \text{CO}_3^{2-}(\text{aq}) \rightarrow \text{CaCO}_3(\text{s})$
- b) Cálculo da massa de íons  $\text{Ca}^{2+}$  presente na água:

$$M_{\text{CaCO}_3} = (40 + 12 + 3 \cdot 16) \text{ g/mol} = 100 \text{ g/mol}$$



$$1 \text{ mol} \qquad \qquad 1 \text{ mol}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ 40 \text{ g} & \text{-----} & 100 \text{ g} \\ x & \text{-----} & 0,060 \text{ g} \end{array}$$

$$x = 0,024 \text{ g de Ca}^{2+} = 24 \text{ mg de Ca}^{2+}$$

Cálculo da concentração de íons  $\text{Ca}^{2+}$  na água:

$$\begin{array}{ccc} 24 \text{ mg de Ca}^{2+} & \text{-----} & 200 \text{ mL} \\ y & \text{-----} & 1000 \text{ mL} \end{array}$$

$$y = 120 \text{ mg de Ca}^{2+} \therefore \boxed{C = 120 \text{ mg/L}}$$

Como a concentração é superior a 100 mg/L, essa água não é adequada para uso industrial.

## Q.02

Em uma oficina de galvanoplastia, uma peça de aço foi colocada em um recipiente contendo solução de sulfato de cromo (III)  $[\text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3]$ , a fim de receber um revestimento de cromo metálico. A peça de aço foi conectada, por meio de um fio condutor, a uma barra feita de um metal X, que estava mergulhada em uma solução de um sal do metal X. As soluções salinas dos dois recipientes foram conectadas por meio de uma ponte salina. Após algum tempo, observou-se que uma camada de cromo metálico se depositou sobre a peça de aço e que a barra de metal X foi parcialmente corroída.

A tabela a seguir fornece as massas dos componentes metálicos envolvidos no procedimento:

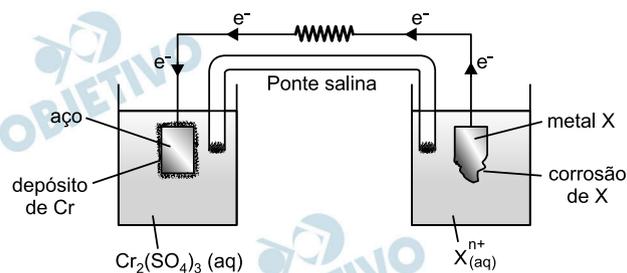
	Massa inicial (g)	Massa final (g)
Peça de aço	100,00	102,08
Barra de metal X	100,00	96,70

- a) Escreva a equação química que representa a semirreação de redução que ocorreu nesse procedimento.
- b) O responsável pela oficina não sabia qual era o metal X, mas sabia que podia ser magnésio (Mg), zinco (Zn) ou manganês (Mn), que formam íons divalentes em solução nas condições do experimento. Determine, mostrando os cálculos necessários, qual desses três metais é X.

Note e adote:			
massas molares (g/mol)			
Mg .... 24	Cr .... 52	Mn .... 55	Zn .... 65

### Resolução

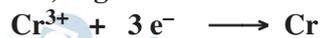
Esquema da célula galvânica:



- a) A semicélula que contém a peça de aço sofre redução devido à deposição do metal cromo.
- $$\text{Cr}^{3+}(\text{aq}) + 3 \text{e}^- \rightarrow \text{Cr}(\text{s})$$

- b) A quantidade em mols de elétrons nas duas semicélulas será a mesma, pois o número de elétrons vindo do anodo é igual ao número de elétrons recebidos no catodo.

$$\text{Massa de Cr depositada} = 102,08 \text{ g} - 100,00 \text{ g} = 2,08 \text{ g}$$



$$3 \text{ mol} \text{ ——— } 52 \text{ g}$$

$$x \text{ ——— } 2,08 \text{ g}$$

$$x = 0,12 \text{ mol de elétrons}$$

$$\text{Massa de X que foi corroída} = 100,00 \text{ g} - 96,70 \text{ g} = 3,30 \text{ g}$$

M = massa molar de X



↓

$$\text{M} \text{ ——— } 2 \text{ mol}$$

$$3,30 \text{ g} \text{ ——— } 0,12 \text{ mol}$$

$$\text{M} = 55 \text{ g/mol}$$

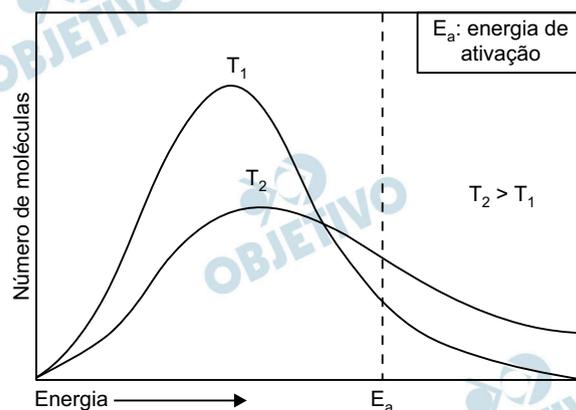
Esse valor corresponde ao metal manganês (Mn).

## Q.03

A vitamina C, presente em sucos de frutas como a manga, pode sofrer processos de degradação em certas condições. Um pesquisador fez um estudo sobre a degradação da vitamina C contida em sucos de manga comerciais, determinando a variação da concentração dessa vitamina com o tempo, em diferentes temperaturas. O gráfico da página de resposta representa os dados de degradação da vitamina C em três diferentes temperaturas, 25°C, 35°C e 45°C, estando identificada a curva referente ao experimento realizado a 35°C.

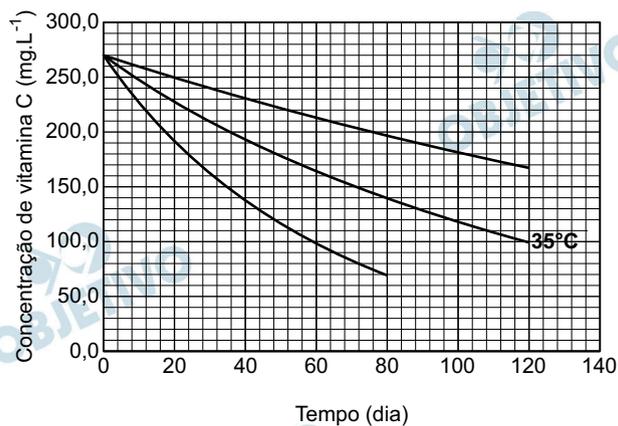
- a) No estudo a 35°C, a velocidade média de degradação da vitamina C é a mesma nos intervalos de tempo correspondentes aos 30 primeiros dias e aos 30 últimos dias do estudo? Explique, apresentando cálculos das velocidades (em  $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{dia}^{-1}$ ), para esses dois intervalos de tempo.

O número de moléculas com uma determinada energia cinética varia com a temperatura, conforme está ilustrado na figura abaixo.



Suponha que a figura se refira à energia das moléculas de vitamina C presentes no suco, cujo processo de degradação está sendo estudado nas temperaturas de 35°C e de 45°C. Na figura, está representada, também, a energia de ativação desse processo de degradação.

- b) Identifique, no gráfico da página de resposta, qual das curvas representa os dados da variação da concentração de vitamina C com o tempo, a 45°C. Justifique sua escolha, utilizando a figura acima para fundamentar sua explicação.



### Resolução

A velocidade média não é a mesma.

- a) A velocidade média de degradação da vitamina C pode ser expressa pela variação da concentração no intervalo de tempo.

Nos 30 primeiros dias, observando o gráfico na temperatura de 35°C, temos:

$$t = 0 \Rightarrow \text{concentração} = 270 \text{ mg L}^{-1}$$

$$t = 30 \text{ dias} \Rightarrow \text{concentração} = 210 \text{ mg L}^{-1}$$

Variação da concentração

$$\Delta \text{concentração} = |210 - 270| \text{ mg L}^{-1} = 60 \text{ mg L}^{-1}$$

$$\text{Velocidade média} = \frac{\Delta \text{concentração}}{\Delta t} = \frac{60 \text{ mg L}^{-1}}{30 \text{ dia}} =$$

$$= 2 \text{ mg L}^{-1} \cdot \text{dia}^{-1}$$

Nos últimos 30 dias da experiência, observando o gráfico, temos:

$$t = 90 \text{ dias} \Rightarrow \text{concentração} = 130 \text{ mg L}^{-1}$$

$$t = 120 \text{ dias} \Rightarrow \text{concentração} = 100 \text{ mg L}^{-1}$$

Variação da concentração

$$\Delta \text{concentração} = |100 - 130| \text{ mg L}^{-1} = 30 \text{ mg L}^{-1}$$

$$\text{Velocidade média} = \frac{\Delta \text{concentração}}{\Delta t} = \frac{30 \text{ mg L}^{-1}}{30 \text{ dia}} =$$

$$= 1 \text{ mg L}^{-1} \cdot \text{dia}^{-1}$$

- b) O gráfico apresentado na questão refere-se à curva de Gauss para o número de moléculas da vitamina C em função da energia em duas temperaturas diferentes.

Um aumento da temperatura aumenta a energia cinética das partículas, deslocando a curva para a direita.

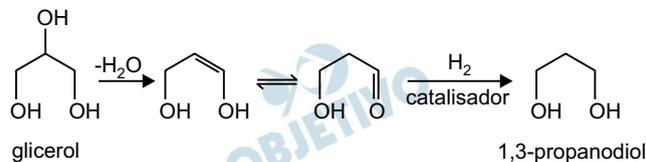
$$T_1 = 35^\circ\text{C}, T_2 = 45^\circ\text{C}$$

Podemos concluir que, a  $45^\circ\text{C}$ , mais partículas (área sob a curva maior) terão energia maior que a energia de ativação ( $E_a$ ), o que irá implicar um aumento do número de partículas com energia suficiente para se degradarem, aumentando a velocidade da decomposição da vitamina C.

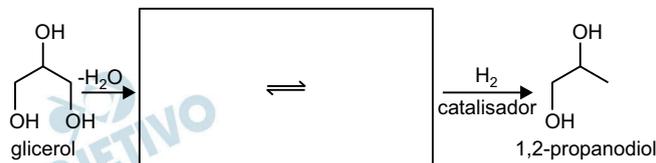
No gráfico da folha de resposta, a curva que apresenta maior velocidade de degradação da vitamina C ( $45^\circ\text{C}$ ) é a de maior inclinação (é consumida mais rapidamente num mesmo intervalo de tempo).

## Q.04

Na produção de biodiesel, o glicerol é formado como subproduto. O aproveitamento do glicerol vem sendo estudado, visando à obtenção de outras substâncias. O 1,3-propanodiol, empregado na síntese de certos polímeros, é uma dessas substâncias que pode ser obtida a partir do glicerol. O esquema a seguir ilustra o processo de obtenção do 1,3-propanodiol.



- a) Na produção do 1,3-propanodiol a partir do glicerol também pode ocorrer a formação do 1,2-propanodiol. Na página de resposta, complete o esquema que representa a formação do 1,2-propanodiol a partir do glicerol.

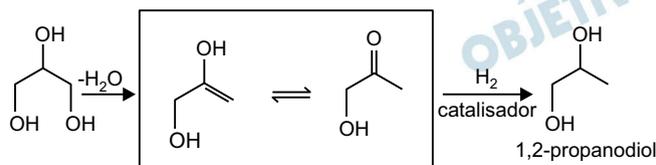


- b) O glicerol é líquido à temperatura ambiente, apresentando ponto de ebulição de 290°C a 1 atm. O ponto de ebulição do 1,3-propanodiol deve ser maior, menor ou igual ao do glicerol? Justifique.

### Resolução

- a) O esquema dado mostra a transformação do glicerol em 1,3-propanodiol.

Para a formação do 1,2-propanodiol, temos:



- b) O glicerol  $\begin{array}{c} \text{OH} \quad \text{OH} \quad \text{OH} \\ | \quad | \quad | \\ \text{H}_2\text{C} - \text{C} - \text{CH}_2 \\ | \\ \text{H} \end{array}$  é muito polar e apre-

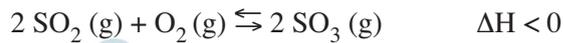
senta pontes de hidrogênio através de 3 grupos hidroxilas.

O 1,3-propanodiol  $\begin{array}{c} \text{OH} \quad \text{H}_2 \quad \text{OH} \\ | \quad | \quad | \\ \text{H}_2\text{C} - \text{C} - \text{CH}_2 \\ | \quad | \\ \text{OH} \quad \text{OH} \end{array}$

lar, pois apresenta pontes de hidrogênio em apenas 2 grupos hidroxilas. Entre as moléculas de glicerol há maior número de ligações de hidrogênio. Quanto maior a força intermolecular, mais elevado será o ponto de ebulição.

## Q.05

A oxidação de  $\text{SO}_2$  a  $\text{SO}_3$  é uma das etapas da produção de ácido sulfúrico.



Em uma indústria, diversas condições para essa oxidação foram testadas. A tabela a seguir reúne dados de diferentes testes:

Número do teste	Reagentes	Pressão (atm)	Temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )
1	$\text{SO}_2(\text{g})$ + excesso de $\text{O}_2 (\text{g})$	500	400
2	excesso de $\text{SO}_2 (\text{g})$ + $\text{O}_2 (\text{g})$	500	1000
3	excesso de $\text{SO}_2 (\text{g})$ + ar	1	1000
4	$\text{SO}_2 (\text{g})$ + excesso de ar	1	400

- a) Em qual dos quatro testes houve maior rendimento na produção de  $\text{SO}_3$ ? Explique.
- b) Em um dado instante  $t_1$ , foram medidas as concentrações de  $\text{SO}_2$ ,  $\text{O}_2$  e  $\text{SO}_3$  em um reator fechado, a  $1000^{\circ}\text{C}$ , obtendo-se os valores:  $[\text{SO}_2] = 1,0 \text{ mol/L}$ ;  $[\text{O}_2] = 1,6 \text{ mol/L}$ ;  $[\text{SO}_3] = 20 \text{ mol/L}$ . Considerando esses valores, como é possível saber se o sistema está ou não em equilíbrio? No gráfico da página de resposta, represente o comportamento das concentrações dessas substâncias no intervalo de tempo entre  $t_1$  e  $t_2$ , considerando que, em  $t_2$ , o sistema está em equilíbrio químico.

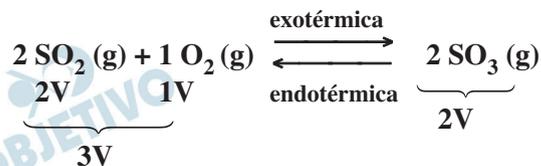
**Note e adote:**

Para a reação dada,  $K_c = 250$  a  $1000^{\circ}\text{C}$



### Resolução

- a) A oxidação de  $\text{SO}_2$  a  $\text{SO}_3$  é um processo exotérmico ( $\Delta H < 0$ ) que se processa com contração de volume.



Um aumento da pressão desloca o equilíbrio no sentido da contração de volume (para a direita), e um aumento da temperatura desloca o equilíbrio no sentido da reação endotérmica (para a esquerda).

Quanto maior a pressão (500 atm) e menor a temperatura ( $400^\circ\text{C}$ ), mais deslocado para a direita estará o equilíbrio e, portanto, maior o rendimento de produção de  $\text{SO}_3$ .

Obs.: o aumento da concentração de reagentes (excesso de  $\text{O}_2$  ou  $\text{SO}_2$ ) também desloca o equilíbrio para a direita.

O teste de maior rendimento de  $\text{SO}_3$  é o de número 1.

- b) Para descobrir se o sistema está em equilíbrio, devemos determinar o quociente reacional ( $Q_C$ ) e verificar se é igual à constante de equilíbrio ( $K_C$ ). O quociente reacional é dado pela expressão:

$$Q_C = \frac{[\text{SO}_3]^2}{[\text{SO}_2]^2 \cdot [\text{O}_2]}$$

Para as condições dadas:

$$[\text{SO}_3] = 20 \text{ mol/L}$$

$$[\text{SO}_2] = 1,0 \text{ mol/L}$$

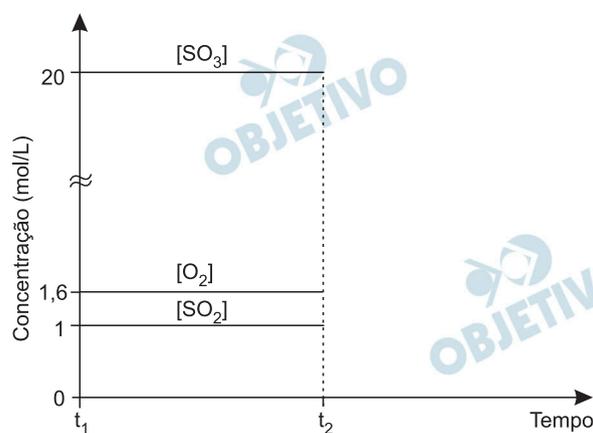
$$[\text{O}_2] = 1,6 \text{ mol/L}$$

$$Q_C = \frac{(20)^2}{(1)^2 \cdot 1,6} = 250$$

Como esse valor coincide com a constante de equilíbrio, podemos afirmar que o sistema se encontra em equilíbrio.

Como, tanto no instante  $t_1$  como no instante  $t_2$ , o sistema se encontra em equilíbrio, as concentrações de cada reagente e produto permanecem constantes.

Admitindo a temperatura constante e igual a  $1000^\circ\text{C}$ , temos:



## Q.06

A gelatina é uma mistura de polipeptídeos que, em temperaturas não muito elevadas, apresenta a propriedade de reter moléculas de água, formando, assim, um gel. Esse processo é chamado de gelatinização. Porém, se os polipeptídeos forem hidrolisados, a mistura resultante não mais apresentará a propriedade de gelatinizar. A hidrólise pode ser catalisada por enzimas, como a bromelina, presente no abacaxi.

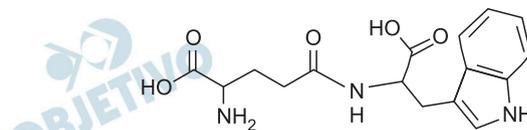
Em uma série de experimentos, todos à mesma temperatura, amostras de gelatina foram misturadas com água ou com extratos aquosos de abacaxi. Na tabela a seguir, foram descritos os resultados dos diferentes experimentos.

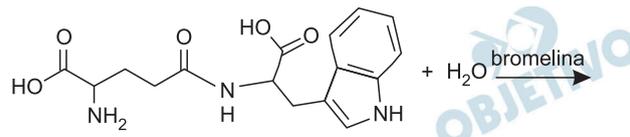
Experimento	Substrato	Reagente	Resultado observado
1	gelatina	água	gelatinização
2	gelatina	extrato de abacaxi	não ocorre gelatinização
3	gelatina	extrato de abacaxi previamente fervido	gelatinização

- a) Explique o que ocorreu no experimento 3 que permitiu a gelatinização, mesmo em presença do extrato de abacaxi.

Na hidrólise de peptídeos, ocorre a ruptura das ligações peptídicas. No caso de um dipeptídeo, sua hidrólise resulta em dois aminoácidos.

- b) Complete o esquema da página de resposta, escrevendo as fórmulas estruturais planas dos dois produtos da hidrólise do peptídeo representado abaixo.

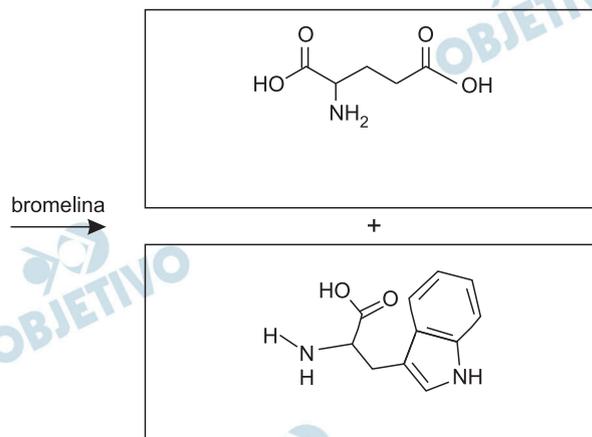
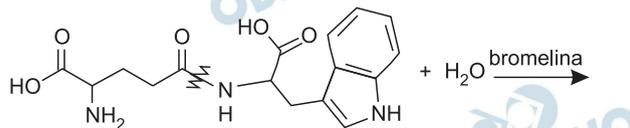
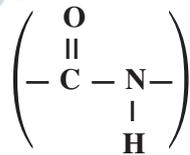




**Resolução**

a) No extrato de abacaxi, existe a enzima bromelina que catalisa a hidrólise dos polipeptídeos. Em função da fervura do extrato de abacaxi, houve desnaturação da enzima bromelina, que por isso perdeu a sua função bioquímica, permitindo a propriedade da gelatina de reter moléculas de água (gelatinização).

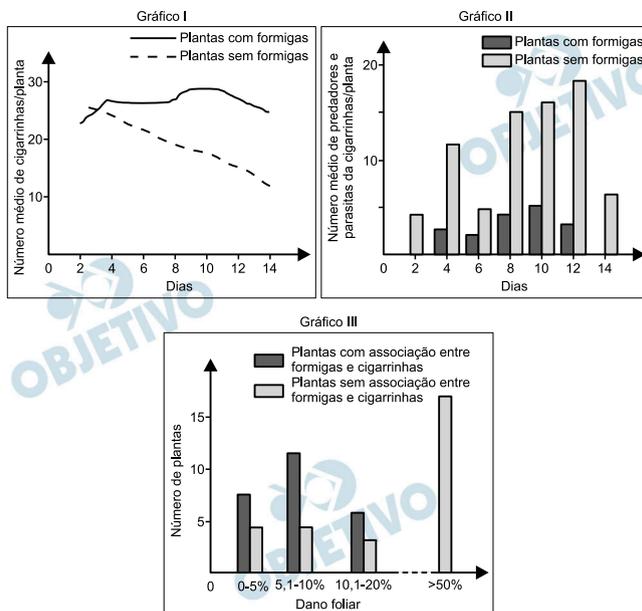
b) A hidrólise do peptídeo quebra a ligação peptídica



## B.01

Determinada planta do cerrado abriga formigas, cigarrinhas, predadores e parasitas de cigarrinhas e também herbívoros que causam dano foliar. Os gráficos abaixo mostram os resultados de estudo sobre relações entre os animais e entre eles e a planta.

- Gráfico I: Número médio de cigarrinhas, em plantas com e sem formigas, ao longo de duas semanas.
- Gráfico II: Número médio de predadores e parasitas das cigarrinhas, em plantas com e sem formigas, ao longo de duas semanas.
- Gráfico III: Porcentagem de dano foliar em plantas com e sem associação entre formigas e cigarrinhas.



K. Del-Claro & H. M. Torezan-Silingardi. **Ecologia das Interações Plantas-Animais**, 2012. Adaptado.

Com base nos resultados representados nos gráficos, responda:

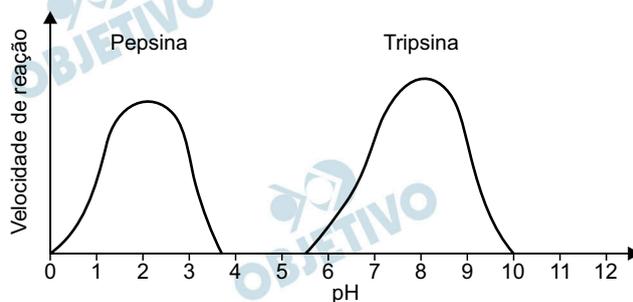
- A associação entre formigas e cigarrinhas é benéfica ou é prejudicial para alguma dessas populações de insetos? Cite o(s) gráfico(s) que permite(m) tal conclusão.
- A associação entre formigas e cigarrinhas é benéfica ou prejudicial para a planta? Justifique sua resposta.

### Resolução

- A associação entre formigas e cigarrinhas é benéfica para ambas populações desses insetos. Os gráficos I e II permitem essa conclusão.
- A associação entre formigas e cigarrinhas é benéfica para a planta porque, pelo gráfico III, é possível concluir que o número de plantas com danos foliares é maior na ausência da associação com as formigas.

## B.02

A atividade das enzimas é influenciada pelo pH do meio. O gráfico abaixo mostra a velocidade de reação de duas enzimas que atuam na digestão humana, pepsina e tripsina.



S. S. Mader. **Biology**, 2010. Adaptado.

Para identificar se um frasco rotulado “Enzima” contém pepsina ou tripsina, foi planejado um experimento com quatro tubos de ensaio: dois tubos teste e dois tubos controle.

a) Complete o quadro da página de resposta, indicando como deve ser montado cada um dos quatro tubos de ensaio do experimento. Para cada tubo, devem ser indicadas três condições:

- adição de enzima ou água esterilizada;
- tipo de substrato (proteína, amido ou gordura);
- valor de pH.

	Tubo 1	Tubo 2	Tubo 3	Tubo 4
Enzima ou água				
Substrato				
Valor de pH				

b) Qual é o resultado esperado em cada tubo de ensaio, caso o frasco contenha apenas pepsina?

c) Em que órgão(s) do sistema digestório humano atuam a pepsina e a tripsina?

### Resolução

a)

	Tubo 1	Tubo 2	Tubo 3	Tubo 4
Enzima ou água	<b>Enzima</b>	<b>Água</b>	<b>Enzima</b>	<b>Água</b>
Substrato	<b>Proteína</b>	<b>Proteína</b>	<b>Proteína</b>	<b>Proteína</b>
Valor de pH	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>8</b>	<b>8</b>

- b) No tubo 1 ocorrerá digestão porque a pepsina digere proteína em meio ácido. No tubo 2 não ocorrerá digestão devido à ausência da enzima. Nos tubos 3 e 4 não ocorrerá digestão porque a pepsina não atua em meio alcalino.
- c) A pepsina atua no estômago e a tripsina no duodeno, intestino delgado.

## B.03

Considere as informações abaixo, relativas a mulheres e homens saudáveis.

- Tempo de viabilidade do óvulo, após sua liberação pelo ovário: 24 horas.
- Tempo de viabilidade do espermatozoide no corpo de uma mulher, após a ejaculação: 72 horas.
- Período fértil: período do ciclo sexual mensal feminino em que a mulher apresenta maiores chances de engravidar.

Com base nessas informações,

- a) no calendário da página de resposta, assinale com X os dias que correspondem ao período fértil de uma mulher que tenha ovulado no dia 15 do mês;

Dias do mês																														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	

↑  
Ovulação

- b) considerando as taxas dos hormônios luteinizante (LH), folículo-estimulante (FSH) e progesterona no sangue, indique aquele(s) hormônio(s) que atinge(m) seu nível mais alto no período fértil da mulher.

### Resolução

a)

Dias do mês																														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	

↑  
Ovulação

- b) No período de maior fertilidade, o hormônio luteinizante (LH) atinge o valor máximo de concentração na corrente sanguínea e a mulher ovula.

## B.04

A hemoglobina, proteína responsável pelo transporte de oxigênio dos pulmões para os tecidos do corpo, é produzida nas células precursoras das hemácias. A anemia falciforme é uma doença genética causada por alteração da hemoglobina. É determinada por mutação no gene *HBB*, que leva à substituição de um aminoácido: no lugar de um ácido glutâmico, a proteína tem uma valina.

De células da mucosa bucal de uma pessoa com anemia falciforme, foram obtidos:

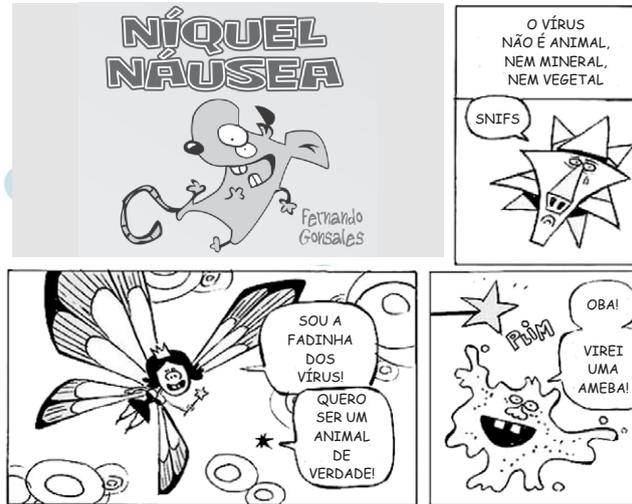
- DNA do genoma total (DNA genômico) e
  - RNA mensageiro, que serviu de molde para a síntese do DNA complementar, pelo processo de transcrição reversa (RNA  $\rightarrow$  DNA).
- a) A base nitrogenada trocada, que levou à substituição do aminoácido na hemoglobina, pode ser detectada no DNA complementar obtido a partir das células da mucosa bucal? Justifique sua resposta.
- b) Essa troca de bases pode ser detectada no DNA genômico obtido a partir das células da mucosa bucal? Justifique sua resposta.

### Resolução

- a) **Não. Porque o RNA mensageiro das células da mucosa bucal não apresenta a mutação do gene da hemoglobina que está inativado.**
- b) **Sim. O genoma é o mesmo em todas as células do organismo.**

## B.05

Analise a tirinha.



A Fadinha não concretizou o desejo do personagem Vírus, pois, de acordo com a classificação biológica, as amebas não estão incluídas no reino animal.

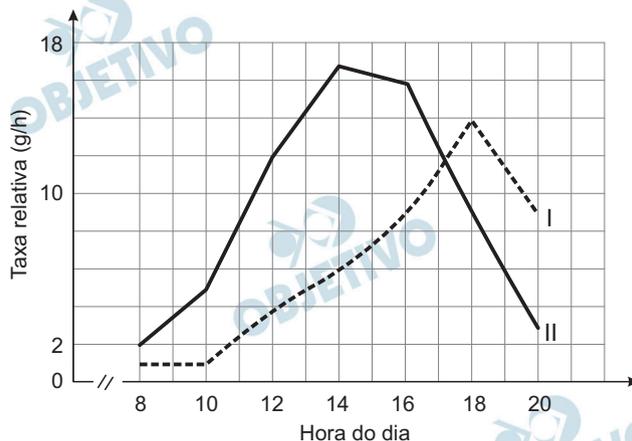
- Que característica das amebas as inclui em um reino diferente daquele dos animais?
- Nos vírus, o material genético encontra-se no interior de uma cápsula proteica. Onde está localizado o material genético das amebas?
- Os vírus apresentam hábito parasita obrigatório. Como são as amebas, quanto a seu hábito?
- Amebas conseguem sobreviver em meio hipotônico em relação ao seu citoplasma? Justifique sua resposta.

### Resolução

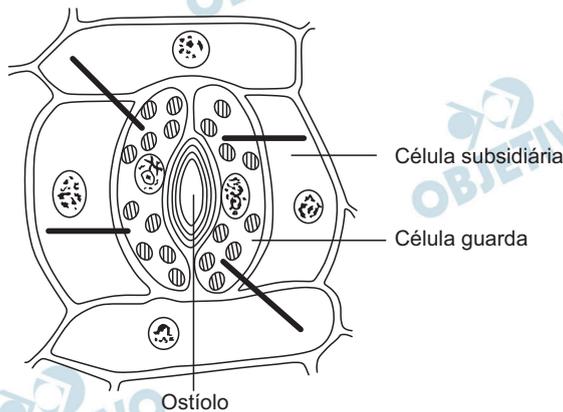
- As amebas são protistas. Possuem uma única célula. Os animais são pluricelulares.
- O DNA da ameba encontra-se, principalmente, no interior do núcleo. Ela é eucarionte.
- Algumas espécies de amebas possuem vida livre. Outras espécies são de hábito parasitário, como por exemplo, a *Entamoeba histolytica*.
- As amebas de água doce podem sobreviver em meio hipotônico porque eliminam o excesso de água, que penetrou por osmose, por meio dos vacúolos pulsáteis ou contráteis.

## B.06

No gráfico abaixo, uma das curvas representa a entrada e outra, a saída de água em uma árvore da mata atlântica, ao longo de 12 horas, num dia ensolarado.



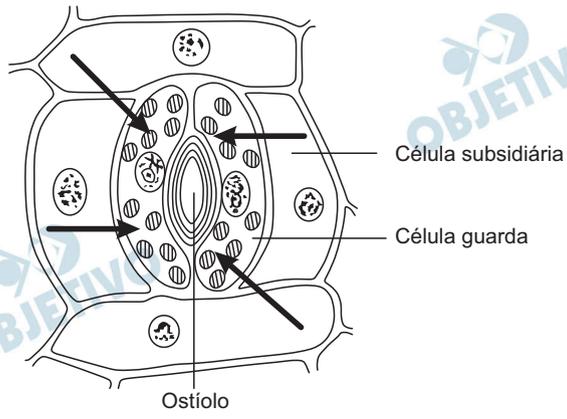
- Considerando que, em uma planta terrestre, a transpiração é realizada majoritariamente pelos estômatos, identifique a curva que representa a transpiração e a que representa a absorção de água.
- Explique como os processos da transpiração e da absorção de água nas plantas se relacionam fisiologicamente.
- Na página de resposta, há o esquema de um estômato aberto. Nas quatro barras pretas, coloque setas indicando a direção do fluxo da água entre as células estomáticas, para manter o estômato aberto.



### Resolução

- Curva II - transpiração**  
**Curva I - absorção de água**
- De um modo geral, quanto maior a perda de água por transpiração, tanto maior será a absorção de água do substrato.**

c)



# H.01

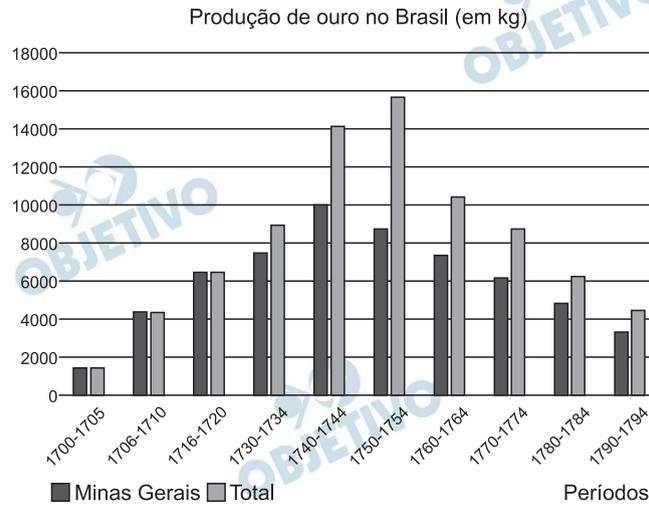
PRODUÇÃO DE OURO NO BRASIL – 1700-1799 (EM QUILOGRAMAS)				
Períodos	Minas Gerais	Goiás	Mato Grosso	Total
1700-1705	1.470	-	-	1.470
1706-1710	4.410	-	-	4.410
1711-1715	6.500	-	-	6.500
1716-1720	6.500	-	-	6.500
1721-1725	7.000	-	600	7.600
1726-1729	7.500	-	1.000	8.500
1730-1734	7.500	1.000	500	9.000
1735-1739	10.637	2.000	1.500	14.137
1740-1744	10.047	3.000	1.100	14.147
1745-1749	9.712	4.000	1.100	14.812
1750-1754	8.780	5.880	1.100	15.760
1755-1759	8.016	3.500	1.100	12.616
1760-1764	7.399	2.500	600	10.499
1765-1769	6.659	2.500	600	9.759
1770-1774	6.179	2.000	600	8.779
1775-1779	5.518	2.000	600	8.118
1780-1784	4.884	1.000	400	6.284
1785-1789	3.511	1.000	400	4.911
1790-1794	3.360	750	400	4.510
1795-1799	3.249	750	400	4.399

Virgílio Noya Pinto, **O ouro brasileiro e o comércio anglo-português**. Adaptado.

- Utilize a coluna “Períodos” e outras duas à sua escolha, e elabore um gráfico representando, de modo aproximado e simultâneo, os dados da tabela.
- Relacione os números apresentados nas duas colunas escolhidas com outros aspectos da economia colonial do Brasil no século XVIII.

## Resolução

a)



- b) A partir dos números apresentados na primeira metade do século XVIII, observa-se o aumento gradual da produção aurífera, sendo Minas Gerais o principal fornecedor, mas contando também com a participação crescente de Goiás e de Mato Grosso em quantidades estáveis. Esse crescimento está relacionado com a intensificação da vinda de imigrantes, que se concentraram principalmente em Minas Gerais, causando interiorização e urbanização. Essa concentração populacional e de riquezas modificou o eixo econômico colonial e tornou a região um polo de atração comercial, com construção de novas relações internas e circuitos mercantis. Na segunda metade do século XVIII, a queda demonstrada pelos números da tabela é acompanhada pelo fiscalismo metropolitano e pelo estímulo à diversificação da produção (Renascimento Agrícola).

## H.02

*O papel da imprensa, como agente histórico, foi decisivo para a independência na medida em que significou e ampliou espaços de liberdade de expressão e de debate político, que formaram e interferiram no quadro da separação de Portugal e de início da edificação da ordem nacional. A palavra impressa no próprio território do Brasil era então uma novidade que circulava e ajudava a delinear identidades culturais e políticas e constituiu-se em significativo mecanismo de interferência, com suas singularidades e interligada a outras dimensões daquela sociedade que aliava permanências e mutações.*

Marco Morel, **Independência no papel: a imprensa periódica**. I. Jancsó (org).

**Independência: história e historiografia**. Adaptado.

- a) Explique por que a imprensa pode ser considerada “uma novidade” no Brasil à época da independência.
- b) O texto se refere a “outras dimensões daquela sociedade que aliava permanências e mutações”. Dê dois exemplos dessas dimensões, relacionando-as com o “início da edificação da ordem nacional” no Brasil da época da independência.

### **Resolução**

- a) **Porque a imprensa somente foi introduzida no Brasil com a vinda da Família Real, quando o príncipe D. João criou a Imprensa Régia e fundou a *Gazeta do Rio de Janeiro*, primeiro jornal a circular no País. À época da Independência, a existência de periódicos contribuiu para dinamizar o debate político que levaria à emancipação do Brasil.**
- b) **Dimensões relacionadas com permanências à época da Independência: manutenção do escravismo; preservação da economia agroexportadora; e continuidade do predomínio político, econômico e social da aristocracia fundiária.**  
**Dimensões relacionadas com mutações à época da Independência: Abertura dos Portos, inserindo a economia brasileira na órbita do capitalismo britânico; criação do Reino Unido de Portugal, Brasil e Algarves, pondo fim ao estatuto colonial brasileiro; e resistência à pressão recolonizadora das Cortes de Lisboa. Esse conjunto de permanências e mutações resultaria na consolidação da ordem nacional monárquico-aristocrático-latifundiário-escravista que caracterizaria a identidade do Brasil ao longo da maior parte do século XIX.**

## H.03

*Como proteção contra a fantasia e a demência financeiras, a memória é muito melhor do que a lei. Quando a lembrança do desastre de 1929 se perdeu no esquecimento, a lei e a regulação não foram suficientes. A história é extremamente útil para proteger as pessoas da avareza dos outros e delas mesmas.*

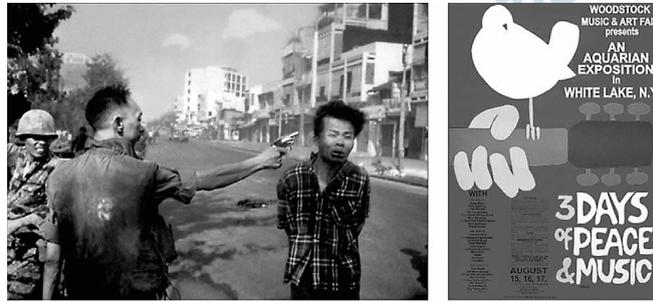
John Kenneth Galbraith, **O grande crash, 1929.**

- a) Indique duas das características principais do que o autor chama de “desastre de 1929”.
- b) Identifique algum fenômeno posterior, comparável ao “desastre de 1929”, estabelecendo semelhanças e diferenças entre ambos.

### **Resolução**

- a) **Desequilíbrio entre produção e consumo, gerando superprodução, sobretudo na indústria; especulação com ações, em descompasso com a real situação das empresas; inúmeras falências, incluindo centenas de bancos; desemprego em massa, com graves consequências sociais; e alastramento da depressão a todo o mundo capitalista.**
- b) **Comparando a Crise de 1929 com a de 2008, é possível estabelecer, entre elas, as seguintes semelhanças e diferenças:**  
**Semelhanças: ambas ocorreram em um contexto de prática do liberalismo econômico e tiveram dimensão mundial.**  
**Diferenças: a Crise de 1929 decorreu principalmente de um desequilíbrio entre produção e consumo, ao passo que a Crise de 2008 surgiu da especulação imobiliária; além disso, a Crise de 1929 foi combatida pelo governo Roosevelt por medidas econômicas e sociais abrangentes (*New Deal*), ao passo que os governos Bush e Obama priorizaram os aportes financeiros às empresas com risco de quebrar.**

## H.04



Com bases nessas imagens,

- identifique as situações históricas específicas às quais elas se referem;
- descreva dois elementos internos a cada uma que permitam estabelecer uma relação entre elas.

### Resolução

- A foto identifica um episódio da Guerra do Vietnã, a qual contou com destacada participação dos Estados Unidos. O cartaz identifica o Festival de Woodstock, manifestação emblemática da “contracultura”; esta, por sua vez, está relacionada com o movimento de rebeldia da juventude ocidental, iniciado em Paris no ano anterior.
- Elementos internos da foto: referência à Guerra do Vietnã, na qual os Estados Unidos estavam envolvidos, e a violência implícita de uma execução sumária realizada por um militar.  
Elementos internos do cartaz: referências à juventude e à paz, simbolizada respectivamente pela guitarra e pela pomba.  
Relação entre as duas ilustrações: oposição à Guerra do Vietnã, devido ao pacifismo inerente à contracultura e também por causa do recrutamento de jovens pelo exército dos Estados Unidos, para combater no Sudeste Asiático.

## H.05

*No século XII, padres e guerreiros esperavam da dama que, depois de ter sido filha dócil, esposa clemente, mãe fecunda, ela fornecesse em sua velhice, pelo fervor de sua piedade e pelo rigor de suas renúncias, algum bafio de santidade à casa que a acolhera. Ela, por certo, era dominada. Entretanto, era dotada de um singular poder por esses homens que a temiam, que se tranquilizavam clamando bem alto sua superioridade nativa, que a julgavam contudo capaz de curar os corpos, de salvar as almas, e que se entregavam nas mãos das mulheres para que seus despojos carnis depois de seu último suspiro fossem convenientemente preparados e sua memória fielmente conservada pelos séculos dos séculos.*

Georges Duby, **Damas do século XII**. Adaptado.

A partir do texto,

- a) identifique dois papéis sociais exercidos pelas mulheres da Idade Média.
- b) associe as relações entre homens e mulheres à estrutura social na Idade Média.

### **Resolução**

- a) **Papéis sociais exercidos pelas mulheres na Idade Média: submissão à autoridade do homem (pai ou marido, conforme o caso) e continuidade da linhagem familiar por meio da procriação.**
- b) **Sendo a sociedade medieval eminentemente patriarcal, a mulher ocupava uma posição secundária em todos os segmentos sociais da época. Nesse contexto, cabia-lhe realizar a contento as tarefas familiares e outras ligadas ao ambiente doméstico e se prestar a arranjos matrimoniais entre famílias.**

## H.06

*A destruição de Canudos se deveu menos ao antirrepublicanismo do Conselheiro do que a fatores como a atuação da Igreja contra o catolicismo pouco ortodoxo dos beatos e as pressões dos proprietários de terras contra Canudos, cujo expansão trazia escassez de mão de obra e rompia o equilíbrio político da região.*

Roberto Ventura, **Euclides da Cunha**. **Esboço biográfico**. Adaptado.

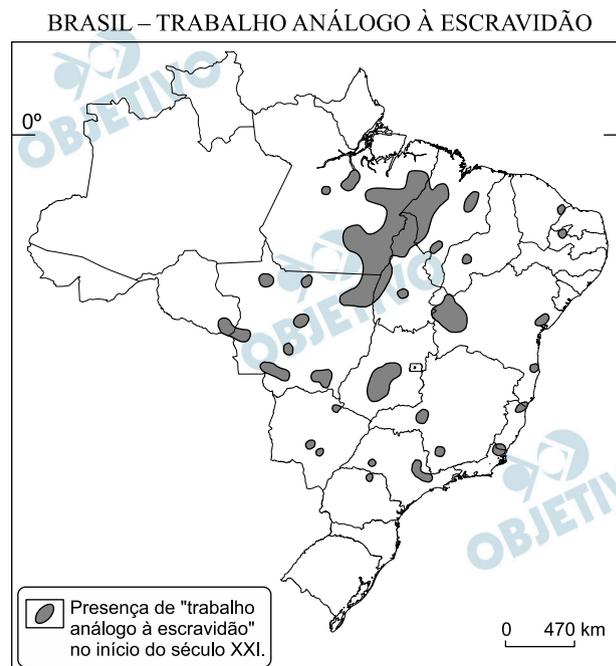
- a) Identifique e explique os fatores que, segundo o texto, motivaram a campanha de Canudos, entre 1896 e 1897.
- b) Relacione o episódio de Canudos ao panorama político e social da Primeira República.

### **Resolução**

- a) **De acordo com o texto, três fatores contribuíram para o ataque das forças do governo contra Canudos:**
  - 1) **O arraial constituía um polo de atração para os camponeses da região, prejudicando a obtenção de mão de obra pelos fazendeiros locais.**
  - 2) **A liderança mística do “beato” Antônio Conselheiro, dispensando a intermediação do clero católico, diminuía a influência da Igreja sobre o campesinato.**
  - 3) **A oposição do Conselheiro ao casamento civil e aos impostos cobrados pelo recém-instalado governo da República, somada a um vago sebastianismo, fizeram com que as autoridades, distantes dos acontecimentos e pouco conhecedoras das peculiaridades do mundo sertanejo, acusassem Canudos de ser um perigoso foco de restauração monárquica.**
- b) **No plano político, o episódio de Canudos está relacionado com o “progressismo” do regime republicano, que tendia a encarar como retrógrados quaisquer aspectos do Brasil que não se coadunassem com a visão urbana e eurocêntrica dos grandes núcleos litorâneos. No plano social, a existência de Canudos ameaçava a tradicional submissão dos camponeses à opressão e à exploração praticadas pelos “coronéis”.**

# G.01

Observe o mapa a seguir.



Théry et al., *Atlas do Trabalho Escravo no Brasil*, 2009. Adaptado.

Considere o “trabalho análogo à escravidão” no meio rural brasileiro.

- Indique dois elementos que caracterizam essa condição de trabalho. Explique.
- Identifique as três Regiões Administrativas do país em que há maior área de concentração desse fenômeno e indique duas atividades significativas nas quais os trabalhadores, submetidos a essa condição, estão inseridos.
- Descreva uma das formas de arregimentação de pessoas para essa condição de trabalho.

## Resolução

- Caracterizam condições de trabalho análogo à escravidão o endividamento do trabalhador para com o próprio dono de terras que o empregou (prática chamada de “aviamento”), o que o impede de romper o compromisso assumido com o “agenciador” que o arregimentou; condições muito precárias de trabalho e baixa qualidade de vida em função das baixíssimas remunerações; ausência de garantias ou direitos trabalhistas. Tais condições disseminam-se devido à ineficiente fiscalização.**
- São as Regiões Norte, Nordeste e Centro-Oeste, e as atividades são o extrativismo mineral (como o garimpo) e vegetal (como a carvoaria), além de atividades em frentes pioneiras.**

- c) A arregimentação é feita nas periferias das cidades de pequeno e médio porte, entre a população pouco qualificada, por um “agenciador” (também conhecido como empreiteiro ou “gato”) que propõe contratos informais de colonização, mediante promessas de melhores ganhos.

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

## G.02

*Se não conseguirmos uma distribuição justa dos refugiados, muitos vão questionar Schengen e isso é algo que não queremos.* [Declaração da chanceler alemã, Angela Merkel].

O Estado de S. Paulo, 01/09/2015.

*A Europa vive uma das mais graves crises migratórias de suas história recente. Segundo a Agência das Nações Unidas para Refugiados (Acnur), são esperados ao menos 1,4 milhão de refugiados entre 2015 e 2016.*

O Estado de S. Paulo, 19/10/2015.

Considerando o contexto da União Europeia (UE), as informações acima e as respectivas datas de publicação, responda:

- O que é o Espaço Schengen?
- O que é a Zona do Euro? Cite um país da UE que não faz parte dessa Zona.
- Explique qual foi o posicionamento da UE e o papel da Alemanha frente à intensificação desse fluxo migratório.

### **Resolução**

- Trata-se de um espaço, constituído por diversos países europeus, onde os cidadãos têm direito à livre circulação. Não há necessidade da utilização de passaporte entre os países signatários, cuja maioria se encontra dentro da União Europeia. Há países do “Espaço Schengen” que não participam da União Europeia.**
- A “Zona do Euro” é o conjunto de países que utilizam a moeda comum, o euro, prescindindo da necessidade de câmbio. Não fazem parte da “Zona do Euro” alguns países importantes da União Europeia, como Reino Unido, Dinamarca e Suécia.**
- A União Europeia (U.E.) se coloca favorável ao recebimento dos refugiados, tentando estabelecer uma política para absorção desses numerosos grupos. A Alemanha aparece como o principal destino almejado pelos refugiados por se constituir no país mais rico e onde há melhores perspectivas de oportunidades.**

## G.03

Observe o gráfico a seguir.



Ministério do Desenvolvimento, Indústria e Comércio Exterior.  
www.mdic.gov.br. Acessado em agosto de 2015.

- a) Analise o comportamento da pauta de exportações brasileiras no período de 1964 e 2013, interpretando as principais alterações verificadas.
- b) A China, na atualidade, é o país que mais compra produtos brasileiros. Indique dois dos principais produtos brasileiros exportados para esse país e explique dois motivos para essa importação.

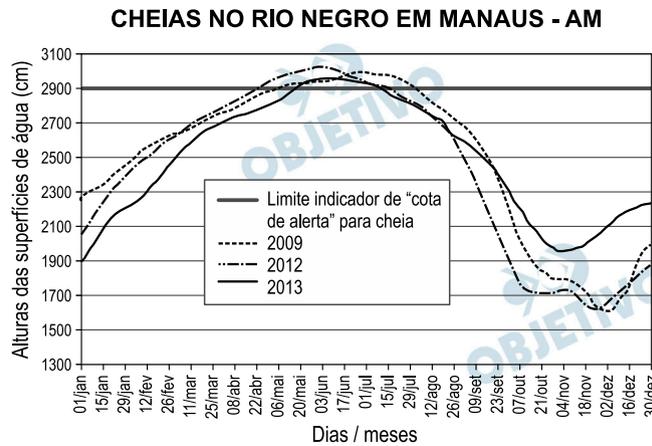
### Resolução

- a) **O comportamento da pauta de exportações apresentou forte oscilação, permitindo estabelecer três períodos: o primeiro, com início em 1964 (período militar), com grande investimento em infraestruturas e evolução crescente das exportações, corroborado pelo lema "exportar é o que importa", com a respectiva ampliação do setor industrial observado no gráfico e o decorrente incremento da exportação de manufaturados ou, mais propriamente, industrializados. O período seguinte, a partir de 1978, estendendo-se até a década de 1990, apresentou inversão da estrutura de exportações, com predomínio de manufaturados em detrimento de produtos básicos, com desaceleração da economia brasileira. Após esse período, entre 1999 e 2013, houve uma expressiva queda na exportação de manufaturados, em decorrência especialmente da abertura econômica e da forte concorrência com os mercados asiáticos, notadamente a China, enquanto a exportação de semimanufaturados manteve-se constante e a de produtos básicos, em ascensão, o que deixa evidente o caráter agroexportador da economia brasileira, com predomínio de produtos de baixo valor agregado.**

- b) Os principais produtos são minério de ferro e soja. Quanto ao consumo destes produtos, temos como justificativa:
- minério de ferro: a grande importação dessa *commodity* por parte do país asiático se deve a sua elevada produção industrial, que requer grande consumo de aço.
  - soja: produto agrícola altamente consumido pela numerosa população chinesa e com utilização para alimentação animal.

## G.04

A exemplo de anos anteriores, 2015 foi marcado por cheias do rio Negro, ocorrendo inundações em municípios do estado do Amazonas. Observe, no gráfico abaixo, dados de três cheias ocorridas no Porto de Manaus, em anos recentes. Observe também o mapa da bacia hidrográfica amazônica.



Boletim nº 5. Serviço Geológico do Brasil (CPRM/ANA), 2014.

Adaptado.

- Com base nos dados acima e em seus conhecimentos, explique qual é a possível relação das cheias do rio Negro com seu regime de alimentação e sua proximidade com o equador.
- Considerando a localização de Manaus na bacia hidrográfica amazônica, explique por que essa cidade sofre periodicamente débitos fluviais excessivos.

### Resolução

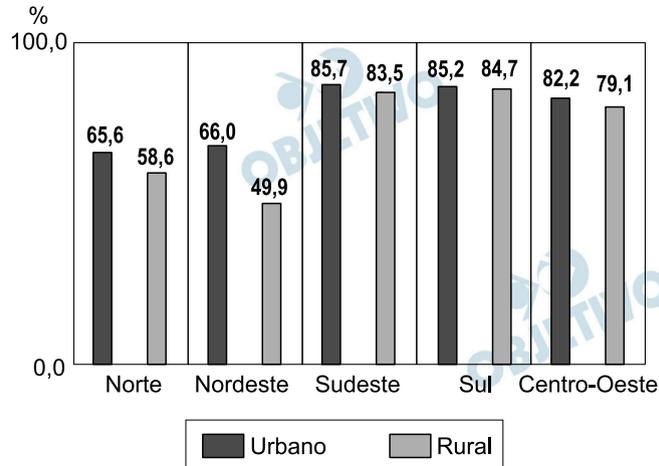
- O Rio Negro apresenta grande volume de águas em meados do ano, com cheias nos meses de maio, junho e julho. Esse fato se deve à localização de sua cabeceira e de alguns de seus principais tributários, no Hemisfério Norte, apesar de o rio percorrer boa parte de seu curso junto à linha do Equador, onde as chuvas ocorrem ao longo de todo o ano.

- b) Manaus se localiza na desembocadura do Rio Negro, local onde ele apresenta seu máximo volume, denotando sua enorme dimensão e a colaboração dos inúmeros tributários de grande porte que ele tem por afluentes. Além disso, Manaus se encontra próxima à linha do Equador, onde as chuvas são normalmente bastante volumosas, contribuindo também esse fator para aumentar o volume das águas.

## G.05

De acordo com o IBGE, domicílio com Segurança Alimentar é aquele em que seus moradores relatam, principalmente, não ter havido falta de alimentos em quantidade e qualidade suficientes nos três meses anteriores à coleta de dados.

### BRASIL - SEGURANÇA ALIMENTAR, SEGUNDO A SITUAÇÃO DO DOMICÍLIO (2013)



IBGE, PNAD, 2013

- Como se deu, em 2013, a distribuição regional da Segurança Alimentar no país? Considere, em sua análise, a situação do domicílio (urbano e rural).
- Indique as regiões com a maior e com a menor Segurança Alimentar na zona rural, em 2013. Explique as razões que justificam essa diferença na condição de Segurança Alimentar, tendo em vista a estrutura e ocupação agrária de cada uma delas.

#### Resolução

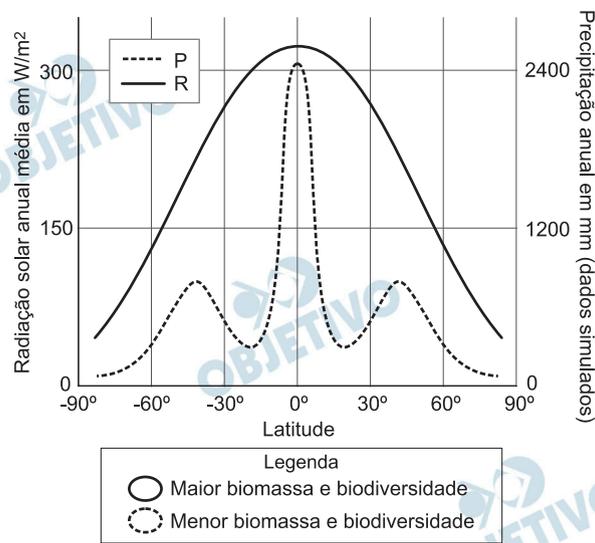
- De um modo geral, a condição de Segurança Alimentar distribui-se de forma desigual pelo território. A Segurança Alimentar é maior nas regiões economicamente mais desenvolvidas da porção centro-sul do País, a qual compreende as Regiões Administrativas Sul, Sudeste e Centro-Oeste, e menor, ou seja, situação de maior precariedade ou insegurança alimentar nas Regiões Norte e Nordeste, de padrão socioeconômico menor.
- Na zona rural, a maior e menor condição de Segurança Alimentar encontram-se respectivamente nas Regiões Sul e Nordeste. A maior condição de Segurança Alimentar na Região Sul deve-se ao menor percentual de população rural, além de uma estrutura fundiária mais equilibrada, com grande parcela de pequenas e médias propriedades, que convivem com relativa harmonia apresentando propriedades com produção para atender mercados extrarregionais.

Na Região Nordeste, os fatores que explicam a menor condição de segurança alimentar são: o maior percentual de população rural nessa Região, na qual persistem formas arcaicas de ocupação agrária, grande concentração fundiária, coexistindo com grande número de camponeses sem acesso à terra, baixa produtividade e considerável parcela da produção alheia às demandas regionais, e em menor percentual a precariedade da infraestrutura, a qual praticamente impossibilita essas populações de assimilarem adversidades de ordem climática, como as pronunciadas estiagens.

## G.06

O estrato entre a crosta e a atmosfera, onde ocorre vida no planeta Terra, caracteriza-se por apresentar trocas de matéria e energia, o que influi na distribuição de biomassa e biodiversidade no planeta. Os fenômenos de radiação solar (R) e de precipitação (P) estão diretamente correlacionados com a distribuição da biomassa e da biodiversidade e variam, em grande medida, latitudinalmente. De modo geral, quanto mais quente e mais úmida for uma região, maiores serão a biomassa e a biodiversidade das espécies; por outro lado, quanto mais fria e mais seca for a região, menores serão tanto a biomassa quanto a biodiversidade das espécies.

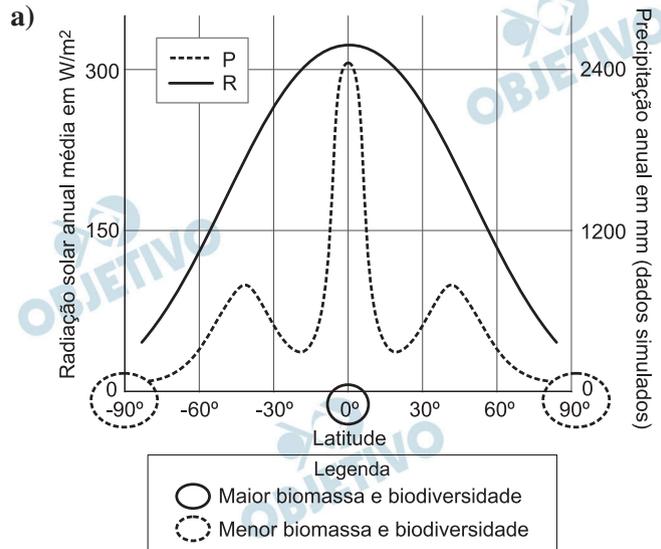
- a) Com base nas informações fornecidas e em seus conhecimentos, represente no gráfico da página de resposta a localização do extremo com maior biomassa e biodiversidade e os dois extremos com menor biomassa e biodiversidade. Para a representação, utilize a legenda indicada.



D. L. Hartmann, **Global Physical Climatology**, 1994 e NOAA, 2011. Adaptado.

- b) Indique outro fator, além da radiação solar e da precipitação, que pode afetar a distribuição de biomassa e de biodiversidade no planeta. Explique, apontando dois exemplos.

## Resolução



Na resposta na representação gráfica, o candidato deverá indicar como área de maior biomassa e biodiversidade a área de latitude  $0^\circ$ , ou seja, as proximidades da Linha do Equador. Para identificar as áreas de menor biomassa e biodiversidade, devem ser indicadas as áreas próximas aos polos terrestres, ou seja, a área indicada com latitude  $90^\circ$ , tanto no Hemisfério Norte quanto no Hemisfério Sul.

b) Além da radiação solar e da precipitação, outros fatores que podem influenciar na distribuição da biomassa e da biodiversidade no planeta são:

- nas áreas continentais:
  - a drenagem, escoamento das águas superficiais. Exemplo: nas áreas mais próximas aos rios, há, em geral, maior densidade vegetal.
  - a morfologia, o modelado ou relevo da superfície terrestre. Exemplo: o modelado pode determinar maior ou menor índice de umidade do solo. Nas áreas mais elevadas e nas áreas íngremes, o coeficiente de umidade é menor, enquanto nos fundos de vale e nas áreas de piemonte, o coeficiente de umidade é maior, possibilitando – nas áreas tropicais, por exemplo –, maior exuberância da vegetação.
  - o solo, a composição química e índice de perenidade ou permeabilidade. Exemplo: devido aos aspectos físico-químicos dos solos, pode haver maior ou menor quantidade de nutrientes. Solos ácidos permitem menor desenvolvimento de vegetação; ao contrário, solos orgânicos determinam um desenvolvimento maior.
- nas áreas oceânicas:
  - a temperatura das águas. Quanto maior a profundidade das águas oceânicas, menor é a temperatura e menor o gradiente de luminosidade, o que permite diferenciação de espécies vivendo em condições distintas.

- a profundidade das águas oceânicas, diretamente relacionada com as condições de pressão. Quanto maior a profundidade, maior a pressão, o que constitui um ambiente bastante hostil.
- a salinidade e a própria circulação das águas, ou seja, a circulação termo-halina estabelece ambiente propício à diversificação das espécies.