

# FÍSICA

Quando precisar use os seguintes valores para as constantes: Aceleração da gravidade:  $10 \text{ m/s}^2$ .  $1,0 \text{ cal} = 4,2 \text{ J} = 4,2 \times 10^7 \text{ erg}$ . Calor específico da água:  $1,0 \text{ cal/g.K}$ . Massa específica da água:  $1,0 \text{ g/cm}^3$ . Massa específica do ar:  $1,2 \text{ kg/m}^3$ . Velocidade do som no ar:  $340 \text{ m/s}$ .

## 1

Considere um corpo esférico de raio  $r$  totalmente envolvido por um fluido de viscosidade  $\eta$  com velocidade média  $v$ . De acordo com a lei de Stokes, para baixas velocidades, esse corpo sofrerá a ação de uma força de arrasto viscoso dada por  $F = -6\pi r\eta v$ . A dimensão de  $\eta$  é dada por

- a)  $\text{m.s}^{-1}$                       b)  $\text{m.s}^{-2}$                       c)  $\text{kg.m.s}^{-2}$   
d)  $\text{kg.m.s}^{-3}$                       e)  $\text{kg.m}^{-1}\text{s}^{-1}$

### Resolução

$$F = -6\pi\eta r v$$

$$[F] = [\eta] [r] [v]$$

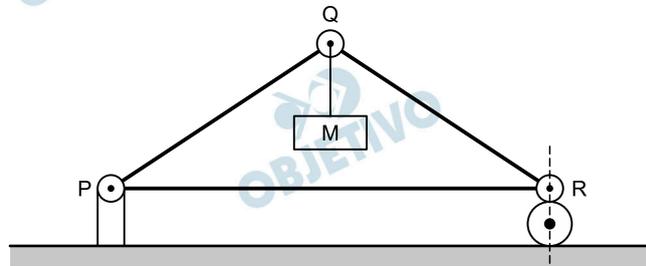
$$\text{MLT}^{-2} = [\eta] \text{L L T}^{-1}$$

$$[\eta] = \text{M L}^{-1} \text{T}^{-1}$$

$$\mu[\eta] = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1}\text{s}^{-1}$$

Resposta:  E

Três barras de peso desprezível, articuladas nos pinos P, Q e R, constituem uma estrutura vertical em forma de triângulo isósceles com 6,0 m de base e 4,0 m de altura, que sustenta uma massa M suspensa em Q em equilíbrio estático. O pino P também é articulado no seu apoio fixo, e o pino R apoia-se verticalmente sobre o rolete livre.

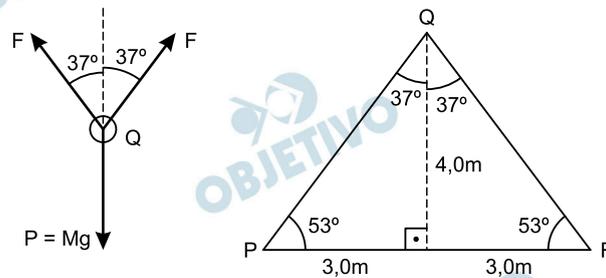


Sendo de  $1,5 \times 10^4$  N e  $5,0 \times 10^3$  N os respectivos valores máximos das forças de tração e compressão suportáveis por qualquer das barras, o máximo valor possível para M é de

- a)  $3,0 \times 10^2$  kg.    b)  $4,0 \times 10^2$  kg.    c)  $8,0 \times 10^2$  kg.  
d)  $2,4 \times 10^3$  kg.    e)  $4,0 \times 10^3$  kg.

### Resolução

#### 1) Forças atuantes em Q:

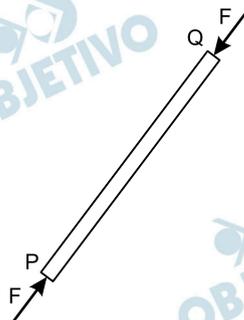


Para o equilíbrio do ponto Q:

$$2F \cos 37^\circ = P$$

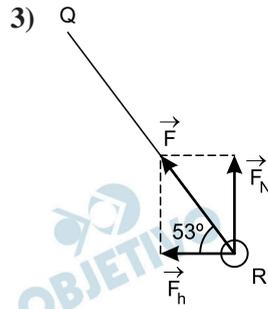
$$2F \cdot 0,80 = M \cdot 10 \Rightarrow F = \frac{10M}{1,6} \text{ (SI)}$$

#### 2) A barra PQ está sendo comprimida pela força de intensidade F:



$$F_{\text{máx}} = \frac{10M_1}{1,6} = 5,0 \cdot 10^3$$

$$M_1 = 8,0 \cdot 10^2 \text{ kg}$$



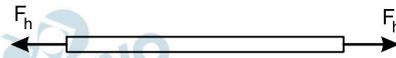
A força resultante entre a força normal  $\vec{F}_N$  e a força  $\vec{F}_h$  aplicada haste PR deve ser igual à força de compressão  $F$  aplicada na haste RQ.

$$F_h = F \cos 53^\circ$$

$$F_h = \frac{10M}{1,6} \quad 0,60 \text{ (SI)}$$

$$F_h = \frac{6,0M}{1,6} \text{ (SI)}$$

A haste PR estará sendo tracionada pela força de intensidade  $F_h$ :



$$F_{\text{máx}} = \frac{6,0M_2}{1,6} = 1,5 \cdot 10^4 \text{ (SI)}$$

$$M_2 = 4,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

Para que nenhuma das barras se rompa, devemos usar o menor valor entre  $M_1$  e  $M_2$ :

$$M_{\text{máx}} = 8,0 \cdot 10^2 \text{ kg}$$

Resposta: C

No sistema de sinalização de trânsito urbano chamado de “onda verde”, há semáforos com dispositivos eletrônicos que indicam a velocidade a ser mantida pelo motorista para alcançar o próximo sinal ainda aberto. Considere que de início o painel indique uma velocidade de 45 km/h. Alguns segundos depois ela passa para 50 km/h e, finalmente, para 60 km/h. Sabendo que a indicação de 50 km/h no painel demora 8,0 s antes de mudar para 60 km/h, então a distância entre os semáforos é de

- a)  $1,0 \times 10^{-1}$  km.      b)  $2,0 \times 10^{-1}$  km.  
c)  $4,0 \times 10^{-1}$  km.      d) 1,0 km.  
e) 1,2 km.

### Resolução

Consideremos dois semáforos,  $S_1$  e  $S_2$ , separados por uma distância  $D$ .



Um primeiro carro, A, passa por  $S_1$  e deverá manter uma velocidade escalar de 45 km/h para pegar  $S_2$  aberto, gastando um tempo  $T_1$ .

Um segundo carro, B, passa por  $S_1$  e deverá manter uma velocidade escalar de 50 km/h para pegar  $S_2$  aberto, gastando um tempo  $T_2$ .

Portanto:  $T_1 - T_2 = 8,0$ s.

$$\Delta s = Vt \text{ (MU)}$$

$$D = \frac{45}{3,6} \cdot T_1 = \frac{50}{3,6} T_2$$

$$T_1 = \frac{3,6D}{45} \text{ e } T_2 = \frac{3,6D}{50}$$

$$\frac{3,6D}{45} - \frac{3,6D}{50} = 8,0 \text{ (SI)}$$

$$\frac{3,6(20D - 18D)}{900} = 8,0$$

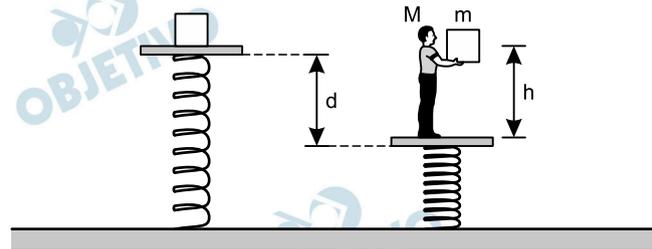
$$2D = \frac{7200}{3,6}$$

$$D = 1000\text{m}$$

$$D = 1,0\text{km}$$

Resposta: **D**

Um bloco de massa  $m$  encontra-se inicialmente em repouso sobre uma plataforma apoiada por uma mola, como visto na figura.



Em seguida, uma pessoa de massa  $M$  sobe na plataforma e ergue o bloco até uma altura  $h$  da plataforma, sendo que esta se desloca para baixo até uma distância  $d$ . Quando o bloco é solto das mãos, o sistema (plataforma+pessoa+mola) começa a oscilar e, ao fim da primeira oscilação completa, o bloco colide com a superfície da plataforma num choque totalmente inelástico. A razão entre a amplitude da primeira oscilação e a da que se segue após o choque é igual a

- a)  $\sqrt{(m+M)/\sqrt{2\pi M}}$       b)  $\sqrt{(M-m)h/\sqrt{2dM}}$   
 c)  $\sqrt{(M+m)h/\sqrt{2dM}}$       d)  $\sqrt{(M-m)d/\sqrt{2hM}}$   
 e)  $\sqrt{(M+m)d/\sqrt{hM}}$

### Resolução

- 1) O acréscimo de deformação da mola é provocado pelo peso da pessoa:

$$Mg = k d \Rightarrow k = \frac{Mg}{d}$$

- 2) Na posição de equilíbrio:

$$F_e = (M + m) g$$

Quando  $m$  é abandonada, a aceleração adquirida pela pessoa é dada por:

$$F_e - Mg = M a$$

$$(M + m) g - Mg = M a$$

$$a = \frac{m g}{M}$$

Esta aceleração é a aceleração máxima do MHS e é dada por:

$$a = a_{\text{máx}} = \frac{m g}{M} = \omega^2 A_1 \quad (1)$$

Por outro lado:  $k = M \omega^2 \Rightarrow \frac{Mg}{d} = M \omega^2$

$$\omega^2 = \frac{g}{d} \quad (2)$$

Substituindo-se (2) em (1), vem:

$$\frac{m g}{M} = \frac{g}{d} \cdot A_1 \Rightarrow A_1 = \frac{m d}{M}$$

- 3) A velocidade do bloco m no instante da colisão é dada por:

$$V_1^2 = 0 + 2 g h \Rightarrow V_1 = \sqrt{2 g h}$$

- 4) No instante da colisão, a plataforma completou sua oscilação e voltou ao repouso.

Usando a conservação da quantidade de movimento:

$$Q_f = Q_i$$

$$(M + m) V_2 = m V_1$$

$$(M + m) V_2 = m \sqrt{2 g h}$$

$$V_2 = \frac{m}{M + m} \sqrt{2 g h}$$

- 5) A nova posição de equilíbrio corresponde à posição da plataforma no instante em que o bloco m foi abandonado e portanto  $V_2$  será a velocidade máxima do novo MHS.

- 6) A nova pulsação será dada por:

$$k = (M + m) \omega_1^2$$

$$\omega_1^2 = \frac{k}{M + m} \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{M + m}}$$

- 7) A nova amplitude de oscilação  $A_2$  é dada por:

$$V_2 = \omega_1 A_2$$

$$\frac{m}{M + m} \sqrt{2 g h} = \sqrt{\frac{k}{M + m}} A_2$$

$$A_2 = \frac{m \sqrt{2 g h}}{M + m} \sqrt{\frac{M + m}{k}}$$

$$A_2 = \frac{m}{M + m} \sqrt{\frac{2 g h (M + m)}{k}}$$

$$A_2 = \frac{m}{M + m} \sqrt{\frac{2 g h (M + m)}{\frac{M g}{d}}}$$

$$A_2 = \frac{m}{M + m} \sqrt{\frac{2 d h (M + m)}{M}}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{m d}{M} \cdot \frac{M + m}{m} \sqrt{\frac{M}{2 d h (M + m)}}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{(M + m) d}{M} \sqrt{\frac{M}{2 d h (M + m)}}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \sqrt{\frac{(M + m) d}{M} \frac{d}{2 h}}$$

Resposta: **SEM RESPOSTA**

A partir do repouso, um foguete de brinquedo é lançado verticalmente do chão, mantendo uma aceleração constante de  $5,00\text{m/s}^2$  durante os  $10,0$  primeiros segundos. Desprezando a resistência do ar, a altura máxima atingida pelo foguete e o tempo total de sua permanência no ar são, respectivamente, de

- a)  $375\text{m}$  e  $23,7\text{s}$ .      b)  $375\text{m}$  e  $30,0\text{s}$ .  
 c)  $375\text{m}$  e  $34,1\text{s}$ .      d)  $500\text{m}$  e  $23,7\text{s}$ .  
 e)  $500\text{m}$  e  $34,1\text{s}$ .

### Resolução

- 1) Cálculo da altura após  $10,0\text{s}$ :

$$H = H_0 + V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$$

$$H = 0 + 0 + \frac{5,00}{2} \cdot 100 \text{ (m)} \Rightarrow H_1 = 250\text{m}$$

- 2) Cálculo da velocidade escalar após  $10,0\text{s}$ :

$$V = V_0 + \gamma t$$

$$H = 0 + 5,0 \cdot 10,0 \text{ (m/s)} \Rightarrow V_1 = 50,0\text{m/s}$$

- 3) Cálculo da altura máxima atingida:

$$V^2 = V_1^2 + 2\gamma \Delta H$$

$$0 = 2500 + 2(-10,0)(H_{\text{máx}} - 250)$$

$$20,0 (H_{\text{máx}} - 250) = 2500$$

$$H_{\text{máx}} = 125 + 250 \text{ (m)}$$

$$H_{\text{máx}} = 375\text{m}$$

- 4) Cálculo do tempo sob ação da gravidade:

$$h = H_1 + V_1 t + \frac{\gamma}{2} t^2$$

$$0 = 250 + 50,0 T_1 - 5,0 T_1^2$$

$$5,0 T_1^2 - 50,0 T_1 - 250 = 0$$

$$T_1^2 - 10,0 T_1 - 50,0 = 0$$

$$T_1 = \frac{10,0 \pm \sqrt{100 + 200}}{2} \text{ (s)}$$

$$T_1 \cong 13,7\text{s}$$

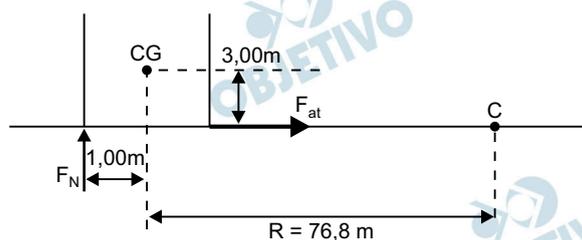
- 5) O tempo total:  $T = T_1 + 10,0\text{s} \Rightarrow T = 23,7\text{s}$

Resposta: **A**

Um caminhão baú de 2,00m de largura e centro de gravidade a 3,00m de chão percorre um trecho de estrada em curva com 76,8m de raio. Para manter a estabilidade do veículo neste trecho, sem derrapar, sua velocidade não deve exceder a

- a) 5,06m/s.    b) 11,3m/s.    c) 16,0m/s.  
d) 19,6m/s.    e) 22,3m/s.

### Resolução



- 1) Na iminência de tombamento, o somatório dos torques em relação ao CG é nulo:

$$F_{at} \cdot 3,00 = F_N \cdot 1,00$$

$$F_{at} \cdot 3,00 = m \cdot 10$$

$$F_{at} = \frac{10m}{3,00}$$

- 2) A força de atrito faz o papel de resultante centrípeta:

$$F_{at} = \frac{m V^2}{R}$$

$$\frac{10m}{3,00} = \frac{m V^2}{76,8}$$

$$V^2 = 256 \text{ (SI)} \Rightarrow V = 16,0\text{m/s}$$

Resposta: C

Considere duas estrelas de um sistema binário em que cada qual descreve uma órbita circular em torno do centro de massa comum. Sobre tal sistema são feitas as seguintes afirmações:

- I. O período de revolução é o mesmo para as duas estrelas.
- II. Esse período é função apenas da constante gravitacional, da massa total do sistema e da distância entre ambas as estrelas.
- III. Sendo  $R_1$  e  $R_2$  os vetores posição que unem o centro de massa do sistema aos respectivos centros de massa das estrelas, tanto  $R_1$  como  $R_2$  varrem áreas de mesma magnitude num mesmo intervalo de tempo.

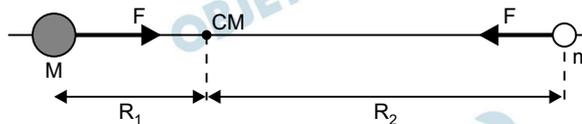
Assinale a alternativa correta.

- a) Apenas a afirmação I é verdadeira.
- b) Apenas a afirmação II é verdadeira.
- c) Apenas a afirmação III é verdadeira.
- d) Apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
- e) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.

#### Resolução

I) (V) As estrelas estão sempre alinhadas com o centro de massa e portanto terão a mesma velocidade angular e o mesmo período de translação.

II) (V)



$$d = R_1 + R_2$$

1) Posição do centro de massa:

$$R_1 = \frac{M \cdot 0 + m \cdot (R_1 + R_2)}{M + m}$$

$$R_1 = \frac{m d}{M + m}$$

2)  $F = F_{cp}$

$$\frac{G M m}{d^2} = M \cdot \omega^2 \cdot \frac{m d}{M + m}$$

$$\frac{G (M + m)}{d^2} = \omega^2 d$$

$$\omega^2 = \frac{G (M + m)}{d^3} = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{G(M+m)}{d^3}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 d^3}{G(M+m)} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{d^3}{G(M+m)}}$$

T só depende de G, de (M + m) e de d.

III) (F)

Para o mesmo intervalo de tempo, o vetor posição de módulo maior varre área maior.

Resposta: **D**

**8**

Um cubo de peso  $P_1$ , construído com um material cuja densidade é  $\rho_1$ , dispõe de uma região vazia em seu interior e, quando inteiramente imerso em um líquido de densidade  $\rho_2$ , seu peso reduz-se a  $P_2$ . Assinale a expressão com o volume da região vazia deste cubo.

- a)  $\frac{P_1 - P_2}{g\rho_2} - \frac{P_1}{g\rho_1}$       b)  $\frac{P_1 - P_2}{g\rho_1} - \frac{P_1}{g\rho_2}$   
 c)  $\frac{P_1 - P_2}{g\rho_2} - \frac{P_2}{g\rho_2}$       d)  $\frac{P_2 - P_1}{g\rho_1} - \frac{P_2}{g\rho_1}$   
 e)  $\frac{P_2 - P_1}{g\rho_1} - \frac{P_2}{g\rho_2}$

**Resolução**

1) Cálculo de volume total V:

$$P_2 = P_1 - E$$

$$P_2 = P_1 - \rho_2 V g$$

$$\rho_2 V g = P_1 - P_2$$

$$V = \frac{P_1 - P_2}{\rho_2 g}$$

2) Volume do material:

$$P_1 = \rho_1 V_1 g$$

$$V_1 = \frac{P_1}{\rho_1 g}$$

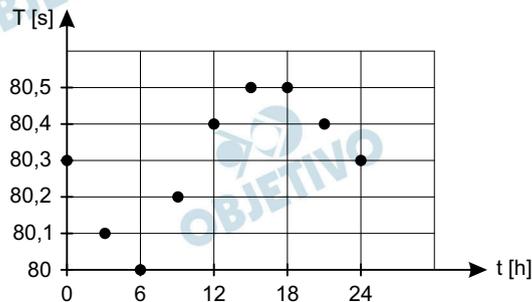
3) Cálculo do volume da parte vazia:

$$V_0 = V - V_1$$

$$V_0 = \frac{P_1 - P_2}{\rho_2 g} - \frac{P_1}{\rho_1 g}$$

Resposta: **A**

Um pêndulo simples é composto por uma massa presa a um fio metálico de peso desprezível. A figura registra medidas do tempo  $T$  em segundos, para 10 oscilações completas e seguidas do pêndulo ocorridas ao longo das horas do dia,  $t$ .



Considerando que neste dia houve uma variação térmica total de  $20^\circ\text{C}$ , assinale o valor do coeficiente de dilatação térmica do fio deste pêndulo.

- a)  $2 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$                       b)  $4 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$   
 c)  $6 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$                       d)  $8 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$   
 e)  $10 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

### Resolução

Vamos considerar na resolução que o trecho do enunciado que diz “considerando que neste dia houve uma variação térmica total de  $20^\circ\text{C}$ ” refira-se à máxima diferença de temperaturas verificada nesse dia, o que ocorreu entre 6h e 18h, segue-se que:

$$(I) \quad 10 T_2 - 10 T_1 = 80,5 - 80,0$$

$$T_2 - T_1 = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ s} \quad (1)$$

$$(II) \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L_2}{g}} \Rightarrow T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1(1 + \alpha \Delta\theta)}{g}}$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}}$$

$$\text{Logo: } \frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{L_1(1 + \alpha \Delta\theta)}{g}}}{2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}}}$$

Com  $\Delta\theta = 20^\circ\text{C}$ , vem:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{1 + \alpha 20} \Rightarrow T_2 = \sqrt{1 + \alpha 20} \cdot T_1 \quad (2)$$

(III) (2) em (1) e lembrando-se de que

$$T_1 = \frac{80}{10} \text{ s} = 8,0\text{s, vem:}$$

$$\sqrt{1 + \alpha \cdot 20} \cdot T_1 - T_1 = 5,0 \cdot 10^{-2}$$

$$T_1 (\sqrt{1 + \alpha \cdot 20} - 1) = 5,0 \cdot 10^{-2}$$

$$8,0 (\sqrt{1 + \alpha \cdot 20} - 1) = 5,0 \cdot 10^{-2}$$

$$\sqrt{1 + \alpha \cdot 20} = 1,00625$$

Da qual:

$$\alpha \cong 6 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

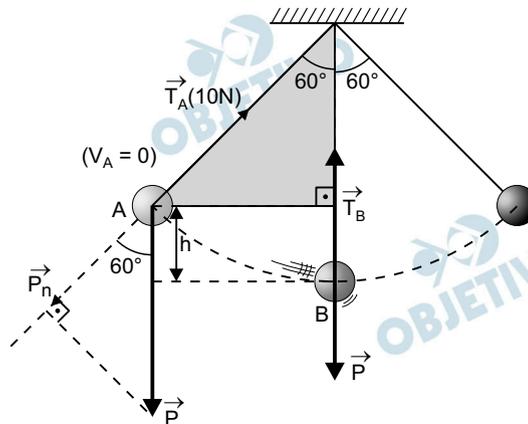
Resposta:  C

Um pêndulo simples oscila com uma amplitude máxima de  $60^\circ$  em relação à vertical, momento em que a tensão no cabo é de 10 N. Assinale a opção com o valor da tensão no ponto em que ele atinge sua velocidade máxima.

- a) 10 N      b) 20 N      c) 30 N  
d) 40 N      e) 50 N

### Resolução

I)



$$\cos 60^\circ = \frac{L - h}{L}$$

$$\frac{L}{2} = L - h$$

Da qual:  $h = \frac{L}{2}$

II) A resultante centrípeta no ponto A é nula, já que a velocidade nesse ponto é nula.

Logo:

$$P_n = T_A \Rightarrow P \cos 60^\circ = T_A \Rightarrow P \cdot \frac{1}{2} = 10$$

$$P = 20 \text{ N}$$

III) Conservação de energia mecânica:

$$E_{m_B} = E_{m_A} \text{ (referencial em B)}$$

$$\frac{mV_B^2}{2} = mgh \Rightarrow mV_B^2 = 2P \frac{L}{2}$$

$$mV_B^2 = 2 \cdot 20 \frac{L}{2} \Rightarrow mV_B^2 = 20L$$

IV) O ponto B é o local da trajetória em que a velocidade tem intensidade máxima.

Em B:

$$T_B - P = F_{cpB}$$

$$T_B - P = \frac{mV_B^2}{L} \Rightarrow T - 20 = \frac{20 L}{L}$$

$$T - 20 = 20 \Rightarrow T = 40 \text{ N}$$

Resposta: **D**

Um líquido condutor (metal fundido) flui no interior de duas chapas metálicas paralelas, interdistantes de 2,0 cm, formando um capacitor plano, conforme a figura. Toda essa região interna está submetida a um campo homogêneo de indução magnética de 0,01 T, paralelo aos planos das chapas, atuando perpendicularmente à direção da velocidade do escoamento.

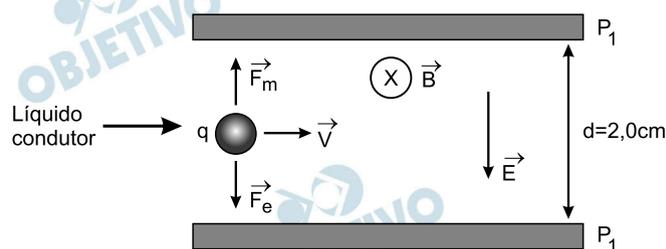


Assinale a opção com o módulo dessa velocidade quando a diferença de potencial medida entre as placas for de 0,40 m V.

- a) 2 cm/s                      b) 3 cm/s                      c) 1 m/s  
d) 2 m/s                        e) 5 m/s

### Resolução

Vamos supor que o líquido condutor contenha partículas eletrizadas que estejam deslocando-se com a mesma velocidade de escoamento do fluido.



O movimento das partículas é retilíneo e uniforme. Assim, a força magnética e a força elétrica se equilibram.

1. Cálculo do módulo do campo elétrico entre as placas  $P_1$  e  $P_2$ :

$$E \cdot d = U$$

$$E = \frac{U}{d} = \frac{4,0 \cdot 10^{-4} \text{V}}{2,0 \cdot 10^{-2} \text{m}} \Rightarrow E = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{V/m}$$

2. Cálculo do módulo da velocidade:

$$|\vec{F}_m| = |\vec{F}_e|$$

$$|q| \cdot v \cdot B = |q| \cdot E$$

$$v = \frac{E}{B} \Rightarrow v = \frac{2,0 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^{-2}} \text{ (m/s)}$$

$$v = 2,0 \text{ m/s}$$

Resposta: **D**



Balão com gás Hélio inicialmente a  $27^{\circ}\text{C}$  de temperatura e pressão de  $1,0\text{ atm}$ , as mesmas do ar externo, sobe até o topo de uma montanha, quando o gás se resfria a  $-23^{\circ}\text{C}$  e sua pressão reduz-se a  $0,33$  de  $\text{atm}$ , também as mesmas do ar externo. Considerando invariável a aceleração da gravidade na subida, a razão entre as forças de empuxo que atuam no balão nestas duas posições é

- a)  $0,33$ .                      b)  $0,40$ .                      c)  $1,0$ .  
d)  $2,5$ .                        e)  $3,0$ .

#### Resolução

Da Equação de Clapeyron, obtemos a densidade  $\mu$  do ar no alto da montanha.

$$pV = n R T$$

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad (M = \text{massa molar média do ar})$$

$$pV = \frac{\mu V}{M} RT$$

$$\mu = \frac{M p}{RT}$$

De forma análoga, a densidade inicial  $\mu_0$  do ar é dada por:

$$\mu_0 = \frac{M p_0}{R T_0}$$

A intensidade  $E$  da força de empuxo sobre o balão é dada por:

$$E = \mu V g$$

$$E = \frac{M p}{R T} V g \quad (1)$$

$$E = \mu_0 V_0 g$$

$$E_0 = \frac{M p_0}{R T_0} V_0 g \quad (2)$$

Dividindo a equação (1) pela equação (2), temos:

$$\frac{E}{E_0} = \frac{\frac{M p V}{R T} g}{\frac{M p_0 V_0}{R T_0} g}$$

$$\frac{E}{E_0} = \frac{\frac{pV}{T}}{\frac{p_0V_0}{T_0}}$$

Da equação geral dos gases perfeitos, temos:

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0V_0}{T_0}$$

Portanto:

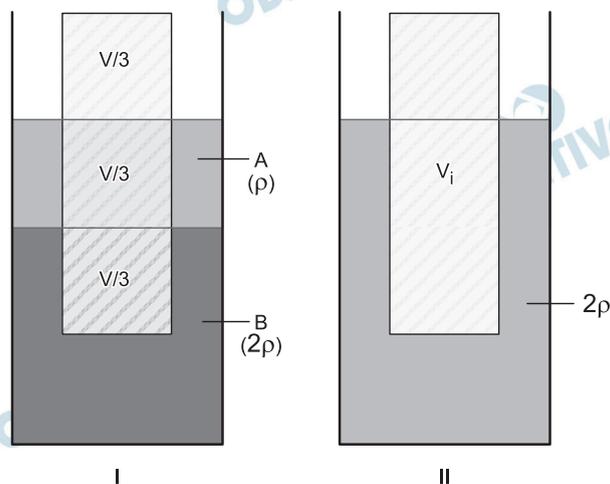
$$\frac{E}{E_0} = 1$$

Resposta: **C**

Um corpo flutua estavelmente em um tanque contendo dois líquidos imiscíveis, um com o dobro da densidade do outro, de tal forma que as interfaces líquido/líquido e líquido/ar dividem o volume do corpo exatamente em três partes iguais. Sendo completamente removido o líquido mais leve, qual proporção do volume do corpo permanece imerso no líquido restante?

- a) 1/2      b) 1/4      c) 3/4      d) 2/5      e) 3/5

### Resolução



Na situação I:  $E = P$

$$2\rho \frac{V}{3} g + \rho \frac{V}{3} g = P$$

$$\rho V g = P \quad (1)$$

Na situação II:  $E = P$

$$2\rho V_i g = P \quad (2)$$

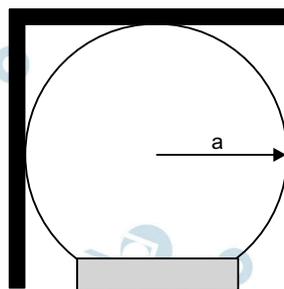
Comparando-se (1) e (2), vem:

$$\rho V g = 2\rho V_i g$$

$$V_i = \frac{V}{2}$$

Resposta: **A**

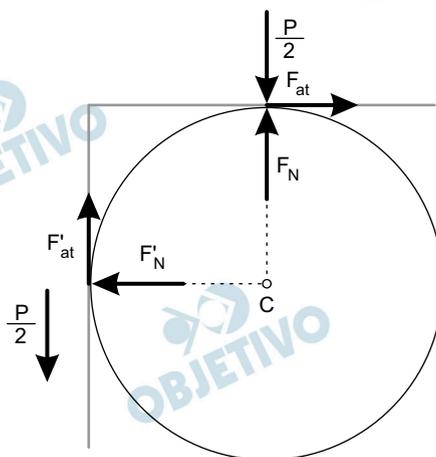
A figura mostra uma placa fina de peso  $P$  dobrada em ângulo reto e disposta sobre uma esfera fixa de raio  $a$ .



O coeficiente de atrito mínimo entre estes objetos para que a placa não escorregue é

- a) 1.                      b)  $1/2$ .                      c)  $\sqrt{2} - 1$ .  
 d)  $\sqrt{3} - 1$ .                      e)  $(\sqrt{5} - 1)/2$ .

### Resolução



Iminência de escorregar:

$$F_{at} = \mu F_N$$

$$F'_{at} = \mu F'_N$$

1) Condição de força resultante nula:

$$F_{at} = F'_N$$

$$\mu F_N = F'_N$$

$$F'_{at} + F_N = P$$

$$\mu F_{at} + \frac{F_{at}}{\mu} = P$$

$$F_{at} \left( \mu + \frac{1}{\mu} \right) = P \quad (1)$$

2) Condição de torque nulo em relação ao ponto C:

$$\frac{P}{2} \cdot R = F'_{at} \cdot R + F_{at} \cdot R$$

$$F_{at} + F_{at} = \frac{P}{2}$$

$$\mu F_{at} + F_{at} = \frac{P}{2}$$

$$F_{at}(\mu + 1) = \frac{P}{2} \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} : \frac{\mu + \frac{1}{\mu}}{\mu + 1} = 2 \Rightarrow \mu + \frac{1}{\mu} = 2\mu + 2$$

$$\mu^2 + 1 = 2\mu^2 + 2\mu \Rightarrow \mu^2 + 2\mu - 1 = 0$$

$$\mu = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2} \Rightarrow \mu = \frac{-2 + 2\sqrt{2}}{2}$$

$$\mu = (\sqrt{2} - 1)$$

Obs.: Admitindo-se que a barra foi dobrada ao meio.

Resposta: **C**

Uma corda de cobre, com seção de raio  $r_C$ , está submetida a uma tensão  $T$ . Uma corda de ferro, com seção de raio  $r_F$ , de mesmo comprimento e emitindo ondas de mesma frequência que a do cobre, está submetida a uma tensão  $T/3$ . Sendo de 1,15 a razão entre as densidades do cobre e do ferro, e sabendo que ambas oscilam no modo fundamental, a razão  $r_C/r_F$  é igual a

- a) 1,2.    b) 0,6.    c) 0,8.    d) 1,6.    e) 3,2.

### Resolução

(I) A frequência fundamental  $f$  de uma corda cilíndrica de comprimento  $L$  e raio  $r$ , submetida a uma força de tração  $T$ , é calculada pela Equação de Lagrange-Helmholtz.

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad \textcircled{1}$$

Em que  $\rho$  é a densidade linear da corda  $\left(\rho = \frac{m}{L}\right)$ .

(II) Sendo  $\mu$  a densidade volumétrica da corda, supostamente referida no enunciado, tem-se:

$$\mu = \frac{m}{\text{Vol}} = \frac{m}{\pi r^2 L} \Rightarrow \mu = \frac{\rho}{\pi r^2}$$

$$\text{Da qual: } \rho = \pi \mu r^2 \quad \textcircled{2}$$

(III)  $\textcircled{2}$  em  $\textcircled{1}$ :

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\pi \mu r^2}}$$

(IV) No caso,  $f_C = f_F$ , logo:

$$\frac{1}{2L_C} \sqrt{\frac{T_C}{\pi \mu_C r_C^2}} = \frac{1}{2L_F} \sqrt{\frac{T_F}{\pi \mu_F r_F^2}}$$

Sendo  $L_C = L_F$ ,  $T_C = T$ ,  $T_F = \frac{T}{3}$  e

$$\frac{\mu_C}{\mu_F} = 1,15 \text{ ou } \mu_C = 1,15 \mu_F, \text{ vem:}$$

$$\frac{T}{1,15 \mu_F r_C^2} = \frac{T}{3 \mu_F r_F^2} \Rightarrow \left(\frac{r_C}{r_F}\right)^2 = \frac{3}{1,15}$$

$$\text{Da qual: } \frac{r_C}{r_F} \cong 1,6$$

Resposta: **D**

Um tubo de fibra óptica é basicamente um cilindro longo e transparente, de diâmetro  $d$  e índice de refração  $n$ . Se o tubo é curvado, parte dos raios de luz pode escapar e não se refletir na superfície interna do tubo.

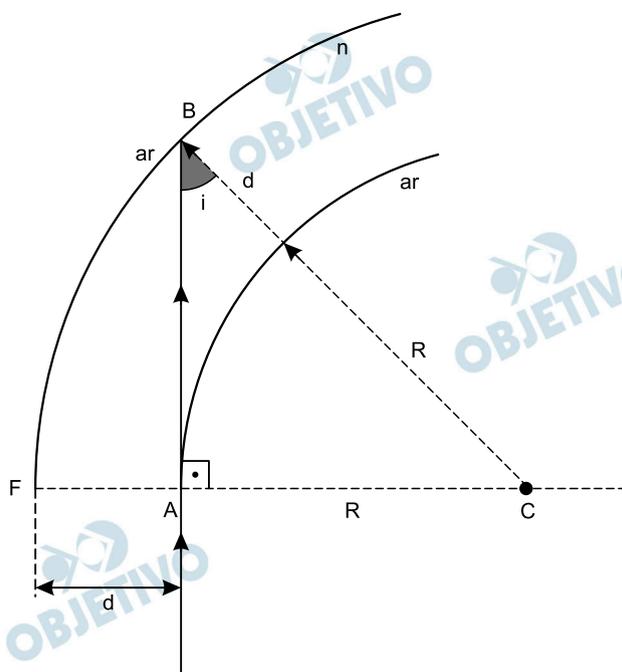


Para que haja reflexão total de um feixe de luz inicialmente paralelo ao eixo do tubo, o menor raio de curvatura interno  $R$  (ver figura) deve ser igual a

- a)  $nd$                       b)  $d/n$                       c)  $d/(n-1)$   
 d)  $nd/(n-1)$             e)  $\sqrt{nd}/(\sqrt{n}-1)$

#### Resolução

O esquema refere-se à situação de maior possibilidade de emergência do raio de luz da fibra óptica para o ar.



O seno do ângulo limite  $L$  para o dióptro fibra-ar é dado por:

$$\text{sen } L = \frac{n_{\text{ar}}}{n} = \frac{1}{n}$$

A menor incidência interna na face FB da fibra ocorre para o raio de luz que se propaga sobre a reta  $\overline{AB}$ . Do triângulo ABC, temos:

$$\text{sen } i = \frac{R}{(R + d)}$$

Para que ocorra reflexão total em B, a condição é  $i > L$ .

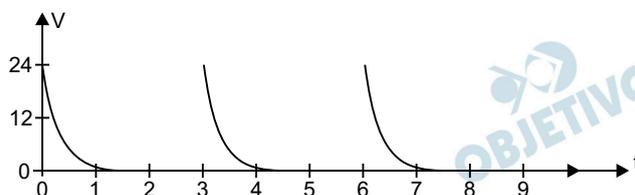
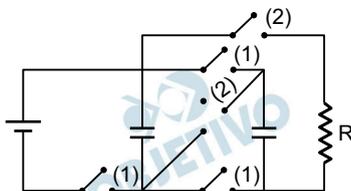
Portanto:  $\text{sen } i > \text{sen } L$

$$\frac{R}{(R + d)} > \frac{1}{n}$$

$$R > \frac{d}{(n - 1)}$$

Resposta: C

No circuito da figura há três capacitores iguais, com  $C = 1\,000\mu\text{F}$ , inicialmente descarregados. Com as chaves (2) abertas e as chaves (1) fechadas, os capacitores são carregados. Na sequência, com as chaves (1) abertas e as chaves (2) fechadas, os capacitores são novamente descarregados e o processo se repete.



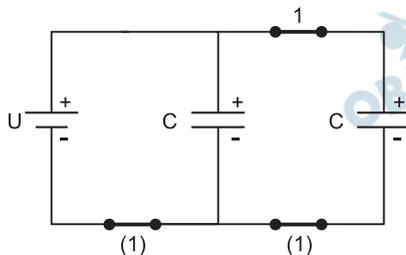
Com a tensão no resistor R variando segundo o gráfico da figura, a carga transferida pelos capacitores em cada descarga é igual a

- a)  $4,8 \times 10^{-2}\text{C}$                       b)  $2,4 \times 10^{-2}\text{C}$   
 c)  $1,2 \times 10^{-2}\text{C}$                       d)  $0,6 \times 10^{-2}\text{C}$   
 e)  $0,3 \times 10^{-2}\text{C}$

### Resolução

1. Com as duas chaves (1) fechadas e as chaves (2) abertas, os capacitores se carregam como mostra o circuito a seguir (fig 1).

Fig. (1)



2. Fechando-se as duas chaves (2) e abrindo-se as três chaves (1), os capacitores mantêm a sua carga elétrica e o novo circuito está mostrado na figura a seguir:

Fig. (2)

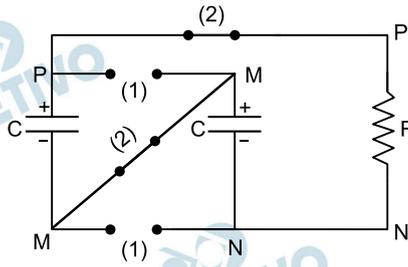
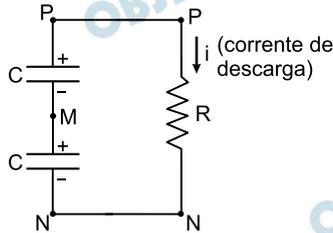


Fig. (3)



Os dois capacitores idênticos, de capacitância  $C$ , em série, têm uma capacitância equivalente igual a  $C/2$ . Sendo  $Q$  a carga de cada um deles, a associação tem uma carga total igual a  $Q$ . Portanto:

$$Q = \frac{C}{2} \cdot U$$

Do gráfico dado tiramos:

$$U = 24V$$

$$Q = \frac{1,0 \cdot 10^{-3} \cdot 24}{2}$$

$$Q = 1,2 \cdot 10^{-2} C$$

Observações:

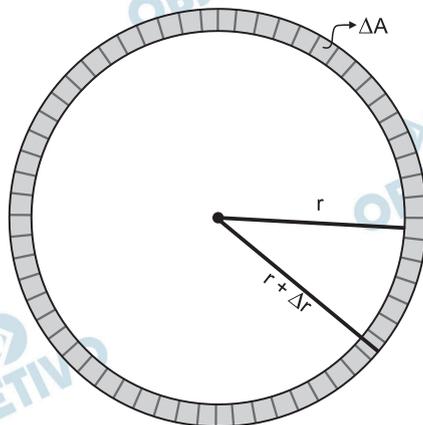
1. O enunciado mencionou três capacitores, quando na realidade são apenas dois.
2. Devemos entender também que a contagem de tempo tem sua origem ( $t = 0$ ) a partir do instante em que as chaves (2) foram fechadas e (1) abertas.

Resposta: **C**

Uma bobina metálica circular de raio  $r$ , com  $N$  espiras e resistência elétrica  $R$ , é atravessada por um campo de indução magnética de intensidade  $B$ . Se o raio da bobina é aumentado de uma fração  $\Delta r \ll r$ , num intervalo de tempo  $\Delta t$ , e desconsiderando as perdas, a máxima corrente induzida será de

- a)  $2\pi N B r \Delta r / (R\Delta t)$ .      b)  $2\pi N B r \Delta r^2 / (R\Delta t)$ .  
 c)  $2\pi N B r^2 \Delta r / (R\Delta t)$ .      d)  $2\pi N B r \Delta r / (R^2\Delta t)$ .  
 e)  $2\pi N B r \Delta r / (R\Delta t^2)$ .

### Resolução



A corrente elétrica irá surgir nessa bobina devido à variação da área  $\Delta A$  que é atravessada pelo campo magnético, assim:

1. Cálculo da variação da área  $\Delta A$ .

$$\Delta A = \pi(r + \Delta r)^2 - \pi r^2$$

$$\Delta A = \pi(r^2 + 2r\Delta r + \Delta r^2) - \pi r^2$$

$$\Delta A = \pi r^2 + \pi 2r\Delta r + \pi \Delta r^2 - \pi r^2$$

$$\Delta A = \pi 2r\Delta r, \text{ pois } \Delta r^2 \text{ pode ser desprezado.}$$

2. Na situação de máxima variação de fluxo ( $\Delta\phi$ ), temos:

$$\Delta\phi = NB\Delta A$$

$$\Delta\phi = NB(\pi 2r\Delta r)$$

3. O módulo da força eletromotriz induzida  $E$  será dado por:

$$|E| = \frac{|\Delta\phi|}{\Delta t}$$

$$E = \frac{2\pi N B r \Delta r}{\Delta t}$$

4. Finalmente:

$$i = \frac{E}{R}$$

$$i = \frac{2\pi N B r \Delta r}{R \Delta t}$$

Resposta: **A**

Enquanto em repouso relativo a uma estrela, um astronauta vê a luz dela como predominantemente vermelha, de comprimento de onda próximo a 600nm. Acelerando sua nave na direção da estrela, a luz será vista como predominantemente violeta, de comprimento de onda próximo a 400nm, ocasião em que a razão da velocidade da nave em relação à da luz será de

- a) 1/3.    b) 2/3.    c) 4/9.    d) 5/9.    e) 5/13.

### Resolução

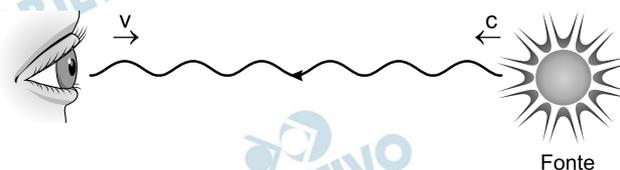
Para o Efeito Doppler relativístico, temos:

$$\frac{1}{\lambda_{\text{obs}}} = \sqrt{\frac{1 \pm \beta}{1 \mp \beta}} \cdot \frac{1}{\lambda_{\text{fonte}}}$$

na qual  $\beta$  é a razão entre o módulo da velocidade do observador ( $V$ ) e o módulo de velocidade da luz ( $c$ ):

$$\beta = \frac{V}{c}$$

No caso em que observador e fonte se aproximam, temos:



$$\frac{1}{\lambda_{\text{obs}}} = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \cdot \frac{1}{\lambda_{\text{fonte}}}$$

$$\frac{1}{400} = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \cdot \frac{1}{600}$$

$$\frac{3}{2} = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}$$

$$\frac{9}{4} = \frac{1 + \beta}{1 - \beta}$$

$$9 - 9\beta = 4 + 4\beta$$

$$13\beta = 5$$

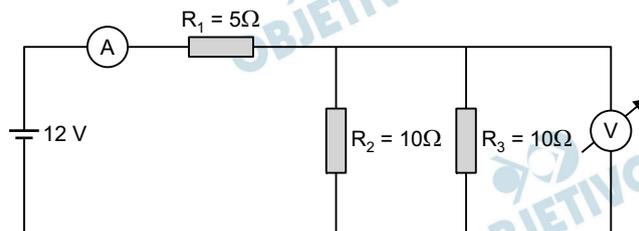
$$\beta = \frac{5}{13}$$

Resposta:  E

As questões dissertativas, numeradas de 21 a 30, devem ser desenvolvidas, justificadas e respondidas no caderno de soluções

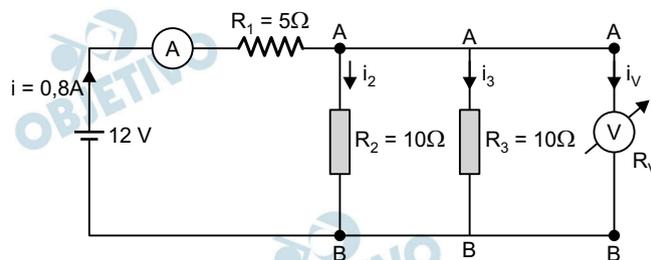
## 21

No circuito abaixo os medidores de corrente e tensão elétrica são reais, ou seja, possuem resistência interna. Sabendo-se que o voltímetro acusa 3,0 V e o amperímetro, 0,8 A, calcule o valor da resistência interna do voltímetro.



### Resolução

Esquematisando o circuito, temos:



Do anunciado:  $U_{AB} = 3,0V$

$$\text{Assim: } U_2 = R_2 i_2$$

$$3,0 = 10 i_2$$

$$i_2 = 0,3 \text{ A}$$

Mas  $i_2 = i_3$ , pois  $R_2$  e  $R_3$  têm valores iguais.

A intensidade total da corrente elétrica ( $i$ ) pode ser determinada por:

$$i = i_2 + i_3 + i_v$$

$$0,8 = 0,3 + 0,3 + i_v \Rightarrow i_v = 0,2A$$

Portanto:

$$U_v = R_v \cdot i_v$$

$$3,0 = R_v \cdot 0,2$$

$$R_v = 15\Omega$$

Resposta:  $15\Omega$

No tráfego, um veículo deve se manter a uma distância segura do que vai logo à frente. Há países que adotam a “regra dos três segundos”, vale dizer: ao observar que o veículo da frente passa por uma dada referência ao lado da pista, que se encontra a uma distância  $d$ , o motorista deverá passar por essa mesma referência somente após pelo menos três segundos, mantida constante sua velocidade  $v_0$ . Nessas condições,

1. supondo que o veículo da frente pare instantaneamente, estando o de trás a uma distância ainda segura de acordo com a “regra dos três segundos”, calcule o tempo  $T$  da frenagem deste para que ele possa percorrer essa distância  $d$ , mantida constante a aceleração.
2. para situações com diferentes valores da velocidade inicial  $v_0$ , esboce um gráfico do módulo da aceleração do veículo de trás em função dessa velocidade, com o veículo parando completamente no intervalo de tempo  $T$  determinado no item anterior.
3. considerando que a aceleração  $a$  depende principalmente do coeficiente de atrito  $\mu$  entre os pneus e o asfalto, explique como utilizar o gráfico para obter o valor máximo da velocidade  $v_M$  para o qual a “regra dos três segundos” permanece válida. Sendo  $\mu = 0,6$  obtenha este valor.

### Resolução

A distância  $d$  deve ser percorrida com velocidade de módulo  $V_0$  em 3s.

Portanto:  $d = 3 V_0$  (SI)

- 1) Usando a equação da velocidade escalar média:

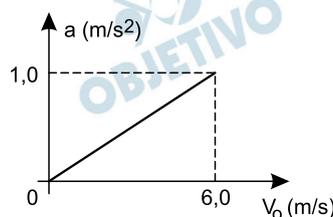
$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{V_0 + V_f}{2}$$

$$\frac{d}{T} = \frac{V_0 + 0}{2} \Rightarrow \frac{3 V_0}{T} = \frac{V_0}{2}$$

$$T = 6,0s$$

- 2)  $V = V_0 + \gamma t$

$$0 = V_0 - a \cdot 6,0 \Rightarrow a = \frac{V_0}{6,0} \text{ (SI)}$$



3) PFD:  $F_{at} = m a$

$$\mu mg = ma \Rightarrow a = \mu g = 6,0 \text{ m/s}^2$$

Sendo  $a = \frac{V_0}{6,0}$  vem:

$$6,0 = \frac{V_M}{6,0} \Rightarrow V_M = 36,0 \text{ m/s}$$

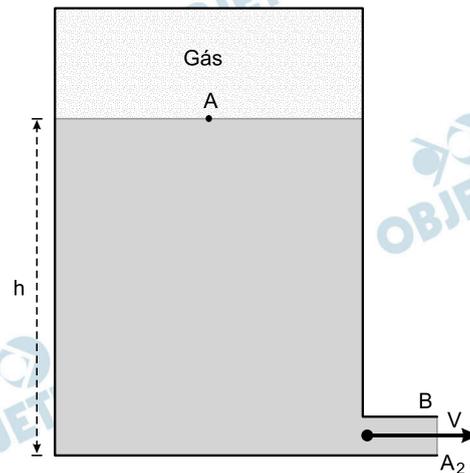
Respostas: 1)  $T = 6,0 \text{ s}$

2)  $a = \frac{V_0}{6,0}$  (SI)

3)  $V_M = 36,0 \text{ m/s}$

Um cilindro vertical de seção reta de área  $A_1$ , fechado, contendo gás e água é posto sobre um carrinho que pode se movimentar horizontalmente sem atrito. A uma profundidade  $h$  do cilindro, há um pequeno orifício de área  $A_2$  por onde escoa a água. Num certo instante a pressão do gás é  $p$ , a massa da água,  $M_a$  e a massa restante do sistema,  $M$ . Determine a aceleração do carrinho nesse instante mencionado em função dos parâmetros dados. Justifique as aproximações eventualmente realizadas.

### Resolução



- 1) Aplicando-se a Equação de Bernoulli entre A e B, vem:

$$p_A + \frac{\mu V_A^2}{2} + \mu g h = p_{\text{atm}} + \frac{\mu V^2}{2}$$

Nota: admitimos que o orifício será feito próximo ao fundo do recipiente e vamos considerar  $V_a \cong 0$ .

$$p + \mu g h = p_{\text{atm}} + \frac{\mu V^2}{2}$$

$$V^2 = \frac{2(p - p_{\text{atm}}) + 2gh}{\mu} \quad (1)$$

- 2) Teorema do impulso:

$$I = F \Delta t = (\Delta m) V$$

$$\Delta m = \mu A_2 \Delta x$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \mu A_2 \frac{\Delta x}{\Delta t}, \text{ em que } \frac{\Delta x}{\Delta t} = V$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \mu A_2 V$$

$$\text{Da qual: } F = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot V = \mu A_2 V \cdot V$$

$$F = \mu A_2 V^2$$

3) 2ª Lei de Newton:

$$F = (M_a + M) a$$

$$\mu A_2 V^2 = (M_a + M) a$$

$$a = \left( \frac{\mu A_2}{M_a + M} \right) V^2 \quad (2)$$

De (1) em (2), vem:

$$a = \left( \frac{\mu A_2}{M_a + M} \right) \left[ \frac{2(p - p_{\text{atm}}) + 2gh}{\mu} \right]$$

$$a = \frac{\mu A_2}{M_a + M} \frac{2(p - p_{\text{atm}} + \mu gh)}{\mu}$$

Resposta: 
$$a = \frac{2A_2 (p - p_{\text{atm}} + \mu gh)}{M_a + M}$$

*Observação:*

O enunciado não citou a pressão atmosférica ( $p_{\text{atm}}$ ), a densidade da água ( $\mu$ ) e o módulo  $g$  da aceleração da gravidade.

Aproximações feitas:

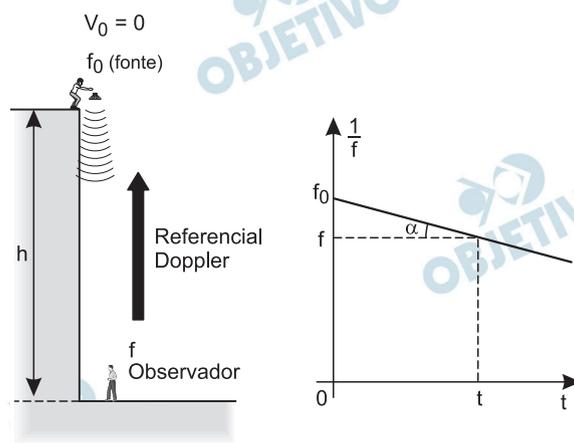
- 1) O nível da água mantém-se horizontal.
- 2) O orifício próximo ao fundo do recipiente.
- 3) Velocidade nula na superfície da água.

# 24

Um dado instrumento, emitindo um único som de frequência  $f_0$ , é solto no instante  $t = 0$  de uma altura  $h$  em relação ao chão onde você, imóvel, mede a frequência  $f$  que a cada instante chega aos seus ouvidos. O gráfico resultante de  $\frac{1}{f}$  x  $t$  mostra uma reta de coeficiente angular  $-3,00 \times 10^{-5}$ . Desprezando a resistência do ar, determine o valor da frequência  $f_0$ .

## Resolução

### Gráfico qualitativo do fenômeno



### Equação do Efeito Doppler sonoro:

$$\frac{f}{V_{\text{som}} + V_{\text{observador}}} = \frac{f_0}{V_{\text{som}} - V_{\text{fonte}}}$$

$$\frac{f}{340 + 0} = \frac{f_0}{340 - 10t}$$

$$f = \frac{340 f_0}{340 - 10t} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{f_0} - \frac{t}{34 f_0}$$

### Equação da reta: $y = b + ax$

O coeficiente angular ( $a$ ) da reta ( $\text{tg } \alpha$  no gráfico da figura) corresponde a:

$$a = \frac{1}{34 f_0} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{34 a}$$

Sendo  $a = 3,00 \cdot 10^{-5}$  (unidades SI), vem:

$$f_0 = \frac{1}{34 \cdot 3,00 \cdot 10^{-5}} \text{ (Hz)}$$

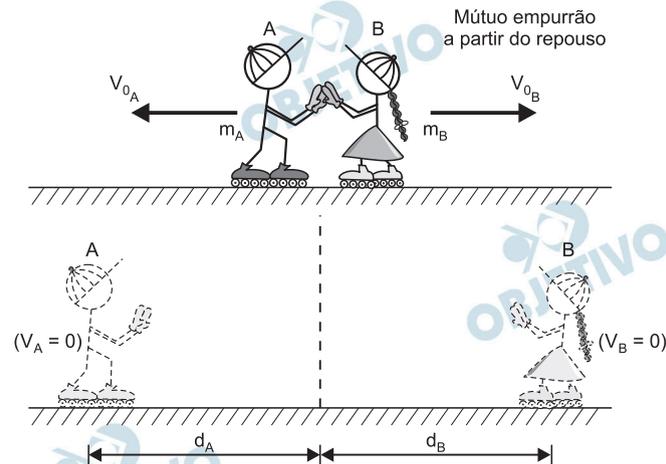
Da qual:  $f_0 \approx 980,4 \text{ Hz}$

Resposta: Aproximadamente 980,4 Hz

Dois garotos com patins de rodinhas idênticos encontram-se numa superfície horizontal com atrito  $e$ , graças a uma interação, conseguem obter a razão entre seus respectivos pesos valendo-se apenas de uma fita métrica. Como é resolvida essa questão e quais os conceitos físicos envolvidos?

### Resolução

Representação do contexto proposto:



(I) Teorema da energia cinética:

$$\tau = \frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} \Rightarrow -F_{\text{at}} d = -\frac{mV_0^2}{2}$$

$$\mu_C m g d = \frac{mV_0^2}{2} \Rightarrow \boxed{V_0 = \sqrt{2\mu_C g d}} \quad (1)$$

(II) Conservação da quantidade de movimento no ato do mútuo empurrão:

$$\vec{Q}_f = \vec{Q}_i \Rightarrow \vec{Q}_A + \vec{Q}_B = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_A = -\vec{Q}_B$$

$$\text{Em módulo: } Q_A = Q_B \Rightarrow m_A V_A = m_B V_B$$

$$m_A g V_A = m_B g V_B \Rightarrow P_A V_A = P_B V_B$$

$$\boxed{\frac{P_A}{P_B} = \frac{V_B}{V_A}} \quad (2)$$

(III) Substituindo-se (1) em (2):

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\sqrt{2\mu_C g d_B}}{\sqrt{2\mu_C g d_A}}$$

Da qual:

$$\frac{P_A}{P_B} = \sqrt{\frac{d_B}{d_A}}$$

Utilizando-se a fita métrica, medem-se as distâncias percorridas pelos garotos até sua imobilização e, por meio da expressão acima, determina-se a relação entre seus pesos.

Resposta: Foram utilizados o teorema da energia cinética (ou princípio de conservação da energia mecânica) e o princípio de conservação da quantidade de movimento.

Considere uma garrafa térmica fechada contendo uma certa quantidade de água inicialmente a  $20^\circ\text{C}$ . Elevando-se a garrafa a uma certa altura e baixando-a em seguida, suponha que toda a água sofra uma queda livre de 42 cm em seu interior. Este processo se repete 100 vezes por minuto. Supondo que toda a energia cinética se transforme em calor a cada movimento, determine o tempo necessário para ferver toda a água.

**Resolução**

Energia mecânica produzida por  $n$  quedas livres (100 vezes por minuto) de uma altura de 0,42m de uma massa  $m$  de água numa garrafa térmica

Calor para aquecer a massa  $m$  de água ( $4200\text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ) de  $20^\circ\text{C}$  a  $100^\circ\text{C}$

=

$$n E_{\text{pot}} = Q$$

$$n m g h = m c \Delta\theta$$

$$n = \frac{c \Delta\theta}{g h}$$

$$n = \frac{4200 \cdot (100 - 20)}{10 \cdot 0,42}$$

$$n = \frac{4200 \cdot 80}{4,2}$$

$$n = 80\,000 \text{ quedas}$$

Para calcular o tempo  $\Delta t$  para a fervura da água, vem:

$$100 \text{ quedas} \text{ ————— } 1,0 \text{ minuto}$$

$$80\,000 \text{ quedas} \text{ ————— } \Delta t$$

$$100 \Delta t = 800$$

$$\Delta t = 800 \text{ minutos}$$

Resposta: 800 minutos

Considere superpostas três barras idênticas de grafite com resistividade  $\rho = 1,0 \times 10^{-4} \Omega\text{m}$ , 15 cm de comprimento e seção quadrada com 2,0 cm de lado. Inicialmente as três barras têm as suas extremidades em contato com a chapa ligada ao contato A. Em seguida, a barra do meio desliza sem atrito com velocidade constante  $v = 1,0 \text{ cm/s}$ , movimentando igualmente o contato B, conforme a figura. Obtenha a expressão da resistência  $R$  medida entre A e B como função do tempo e esboce o seu gráfico.



### Resolução

Seja  $A$  a área da seção transversal:

$$A = (2,0 \text{ cm})^2 = (2,0 \cdot 10^{-2}\text{m})^2 = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

O comprimento  $L$  da barra é:

$$L = 15 \text{ cm} = 15 \cdot 10^{-2}\text{m}$$

Então a resistência  $R$  de cada barra é dada pela 2.<sup>a</sup>

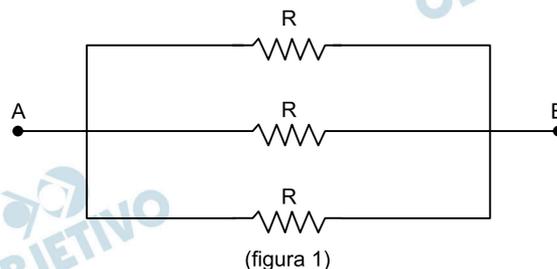
Lei de Ohm:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$R = 1,0 \cdot 10^{-4} \frac{15 \cdot 10^{-2}}{4,0 \cdot 10^{-4}} \text{ (unidades SI)}$$

$$R = 3,75 \cdot 10^{-2} \Omega$$

Para  $t = 0$ , as três barras superpostas são equivalentes a três resistores em paralelo (fig. 1)



$$R_0 = \frac{R}{3}$$

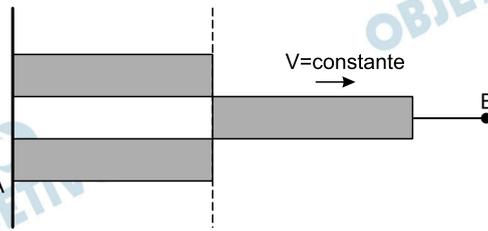
$$R_0 = \frac{3,75 \cdot 10^{-2}}{3} \Omega$$

$$R_0 = 1,25 \cdot 10^{-2} \Omega$$

A barra do meio desliza com velocidade constante  $V = 1,0 \text{ cm/s}$  e percorre os 15 cm de comprimento num

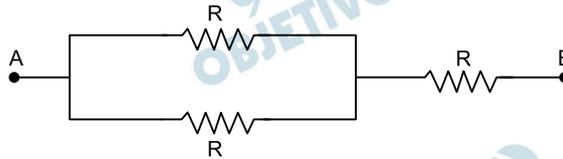
intervalo de tempo de 15 s.

Assim, para  $t = 15\text{s}$  teremos a situação da figura (2):



(figura 2)

Essa situação é equivalente a:

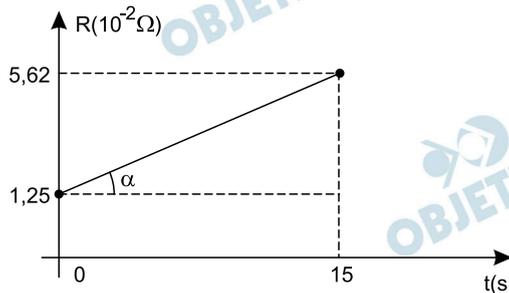


(figura 3)

$$R_f = \frac{R}{2} + R = \frac{3R}{2}$$

$$R_f = \frac{3 \times 3,75 \cdot 10^{-2}}{2} \text{ (}\Omega\text{)} \Rightarrow R_f \approx 5,62 \cdot 10^{-2} \Omega$$

Como a barra do meio foi deslizada com velocidade escalar constante, podemos concluir que a variação da resistência equivalente obedece a uma função de 1.º grau em  $t$ . Assim, temos o gráfico da figura 4.



(figura 4)

Do gráfico, obtemos o coeficiente angular da reta:

$$m = \text{tg } \alpha = \frac{(5,62 - 1,25) \cdot 10^{-2} \Omega}{15 \text{ s}}$$

$$m \approx 0,29 \cdot 10^{-2} \Omega/\text{s}$$

A equação dessa reta é a função procurada:

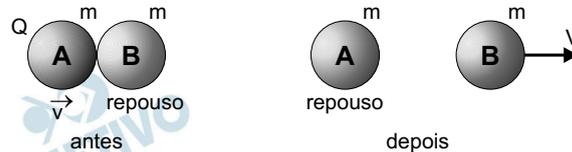
$$R = R_0 + m \cdot t$$

$$R = 1,25 \cdot 10^{-2} + 0,29 \cdot 10^{-2} t \text{ (unidades SI)}$$

Na ausência da gravidade e no vácuo, encontram-se três esferas condutoras alinhadas, A, B e C, de mesmo raio e de massas respectivamente iguais a  $m$ ,  $m$  e  $2m$ . Inicialmente B e C encontram-se descarregadas e em repouso, e a esfera A, com carga elétrica  $Q$ , é lançada contra a intermediária B com uma certa velocidade  $v$ . Supondo que todos movimentos ocorram ao longo de uma mesma reta, que as massas sejam grandes o suficiente para se desprezar as forças coulombianas e ainda que todas as colisões sejam elásticas, determine a carga elétrica de cada esfera após todas as colisões possíveis.

### Resolução

**Colisão entre A e B: há troca de velocidade (colisão frontal e perfeitamente elástica entre corpos de mesma massa).**

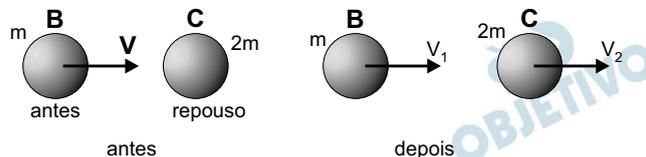


A carga  $Q$  de A se divide em  $Q/2$  para A e  $Q/2$  para B (eletrização por contato entre esferas iguais).

**Colisão entre B e C:**

A carga  $Q/2$  de B se divide em  $Q/4$  para B e  $Q/4$  para C.

**Cálculo das velocidades de B e C após a colisão:**



$$e = \frac{\text{vel. rel. depois}}{\text{vel. rel. antes}}$$

$$1 = \frac{v_2 - v_1}{v} \Rightarrow v_2 - v_1 = v \quad \textcircled{1}$$

$$Q_{\text{antes}} = Q_{\text{depois}}$$

$$mv = mv_1 + 2mv_2$$

$$v = v_1 + 2v_2 \quad \textcircled{2}$$

De  $\textcircled{1}$  e  $\textcircled{2}$ :

$$v_2 = \frac{2v}{3}$$

$$v_1 = -\frac{v}{3}$$

A esfera B volta após o choque com a esfera C e colide novamente com A. Entre A e B, ocorre eletrização por contato e suas cargas elétricas passam a ser:

$$\frac{\frac{Q}{2} + \frac{Q}{4}}{2} = \frac{3Q}{8}$$

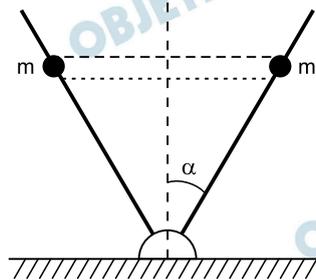
Assim, A e B ficam com cargas iguais a  $\frac{3Q}{8}$  e C fica com carga  $\frac{Q}{4}$ .

Pelo princípio de conservação das cargas elétricas, temos:

$$\frac{3Q}{8} + \frac{3Q}{8} + \frac{Q}{4} = Q$$

Resposta: a)  $\frac{3Q}{8}$       b)  $\frac{3Q}{8}$       c)  $\frac{Q}{4}$

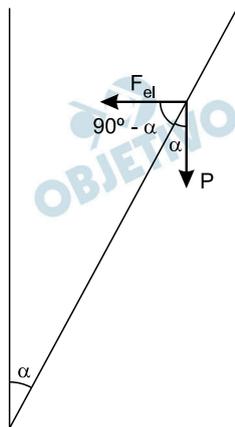
Um sistema mecânico é formado por duas partículas de massas  $m$  conectadas por uma mola, de constante elástica  $k$  e comprimento natural  $2\ell_0$ , e duas barras formando um ângulo fixo de  $2\alpha$ , conforme a figura. As partículas podem se mover em movimento oscilatório, sem atrito, ao longo das barras, com a mola subindo e descendo sempre na horizontal. Determine a frequência angular da oscilação e a variação  $\Delta\ell = \ell_0 - \ell_1$ , em que  $\ell_1$  é o comprimento da mola em sua posição de equilíbrio.



### Resolução

Cada partícula realiza um MHS na direção da barra.

Figura 1

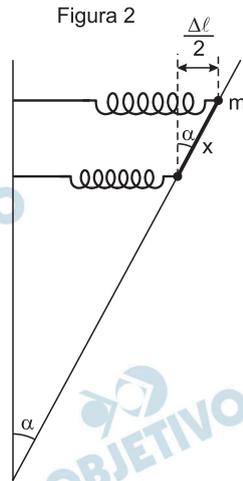


Aplicando o princípio fundamental da Dinâmica, temos:

$$F_{el} \cdot \sin \alpha + mg \cos \alpha = m \cdot a$$

$$k \cdot \Delta\ell \cdot \sin \alpha + mg \cos \alpha = ma \quad (1)$$

De acordo com a fig. 2, vem:



$$\text{sen } \alpha = \frac{\Delta \ell}{2x} \Rightarrow \Delta \ell = 2x \text{ sen } \alpha$$

Logo:  $k \cdot 2x \text{ sen } \alpha \cdot \text{sen } \alpha + mg \cos \alpha = ma$

$$a = \frac{2k \cdot \text{sen}^2 \alpha}{m} \cdot x + g \cos \alpha$$

$$a = A \cdot x + B,$$

com A e B constantes, e  $A = \omega^2$ .

A equação  $a = Ax + B$  é característica do MHS.

Portanto:

$$\omega^2 = \frac{2k \text{ sen}^2 \alpha}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2k \text{ sen}^2 \alpha}{m}}$$

$$\omega = \text{sen } \alpha \cdot \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

Na posição de equilíbrio, fazendo  $a = 0$  na equação (1), vem:

$$k \cdot \Delta \ell \text{ sen } \alpha = -mg \cos \alpha$$

$$|\Delta \ell| = \frac{mg \cotg \alpha}{k}$$

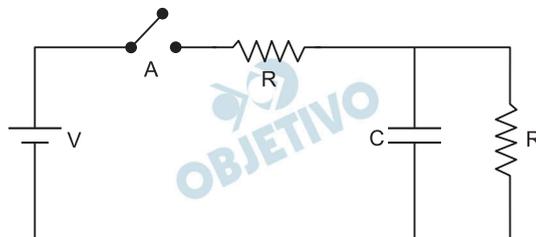
Respostas:  $\omega = \text{sen } \alpha \cdot \sqrt{\frac{2k}{m}}$

$$|\Delta \ell| = \frac{mg \cotg \alpha}{k}$$

Obs.: Consideramos o comprimento natural da mola igual a  $\ell_0$ .

No circuito da figura o capacitor encontra-se descarregado com a chave A aberta que, a seguir, é fechada no instante  $t_1$ , sendo que o capacitor estará totalmente carregado no instante  $t_2$ .

Desprezando a resistência da bateria V, determine a corrente no circuito nos instantes  $t_1$  e  $t_2$ .



### Resolução

No instante  $t_1$ , quando a chave é fechada, o capacitor entra em processo de carga. Nesse instante, atuará como um curto-circuito para o resistor que está associado em paralelo com ele, assim:

Instante  $t_1$ :

$$i_1 = \frac{V}{R}$$

No instante  $t_2$ , com o capacitor plenamente carregado, ele atua como circuito aberto, ou seja, não é percorrido por corrente elétrica, assim:

Instante  $t_2$ :

$$i_2 = \frac{V}{R_{eq}}$$

$$i_2 = \frac{V}{2R}$$

$$\text{Respostas: } i_1 = \frac{V}{R} ; i_2 = \frac{V}{2R}$$