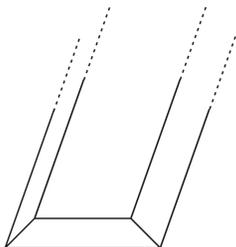


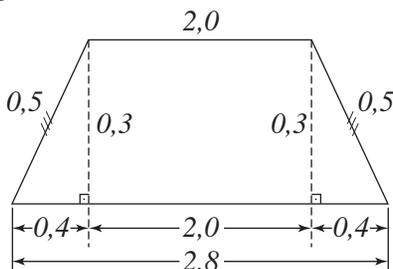
1

Em uma estrada de ferro, os dormentes e os trilhos são assentados sobre uma base composta basicamente por brita. Essa base (ou lastro) tem uma seção trapezoidal, conforme representado na figura abaixo. A base menor do trapézio, que é isósceles, tem 2 m, a base maior tem 2,8 m e as arestas laterais têm 50 cm de comprimento. Supondo que um trecho de 10 km de estrada deva ser construído, responda às seguintes questões.



- Que volume de brita será gasto com o lastro nesse trecho de ferrovia?
- Se a parte interna da caçamba de um caminhão basculante tem 6 m de comprimento, 2,5 m de largura e 0,6 m de altura, quantas viagens de caminhão serão necessárias para transportar toda a brita?

Resolução



- A área da seção trapezoidal do lastro, em metros quadrados, é igual a:

$$\frac{(2,8 + 2,0) \cdot 0,3}{2} = 0,72$$

Assim, o volume de brita gasto com o lastro nesse trecho de 10 km = 10 000 m de ferrovia, em metros cúbicos, é igual a:
 $0,72 \cdot 10\,000 = 7\,200$

- O volume, em metros cúbicos, da parte interna da caçamba do caminhão basculante é igual a:

$$6 \cdot 2,5 \cdot 0,6 = 9$$

Assim, o número de viagens desse caminhão, necessárias para transportar toda a brita, é igual a:

$$\frac{7\,200}{9} = 800$$

- Respostas:** a) $7\,200\text{m}^3$
 b) 800 viagens

2

Uma passagem de ônibus de Campinas a São Paulo custa R\$17,50. O preço da passagem é composto por R\$ 12,57 de tarifa, R\$ 0,94 de pedágio, R\$ 3,30 de taxa de embarque e R\$ 0,69 de seguro. Uma empresa realiza viagens a cada 15 minutos, sendo que o primeiro ônibus sai às 5 horas da manhã e o último, à meia-noite. No período entre o meio-dia e as duas horas da tarde, o intervalo entre viagens sucessivas é de 30 minutos.

- Suponha que a empresa realiza todas as viagens previstas no enunciado e que os ônibus transportam, em média, 36 passageiros por viagem. Qual o valor arrecadado pela empresa, por dia, nas viagens entre Campinas e São Paulo, desconsiderando as viagens de volta?
- Se a taxa de embarque aumentar 33,33% e esse aumento for integralmente repassado ao preço da passagem, qual será o aumento percentual total do preço da passagem?

Resolução

- 1) O número de viagens realizadas pela empresa é:

$$7 \cdot 4 + 2 \cdot 2 + 10 \cdot 4 + 1 = 73$$

- 2) A arrecadação da empresa, por dia, em reais, é:

$$73 \cdot 36 \cdot 17,50 = 45\,990$$

- 1) Se a taxa de embarque aumentar, em reais:

$$3,3 \cdot 0,3333 = 1,09989 \approx 1,10$$

- 2) O novo preço da passagem passará a ser, em reais:

$$17,50 + 1,10 = 18,60$$

- 3) Esse novo preço será 106,28% do preço anterior, pois:

$$18,60 : 17,50 \approx 1,0628 = 106,28\%$$

- 4) O aumento percentual total do preço da passagem será, pois, 6,28%.

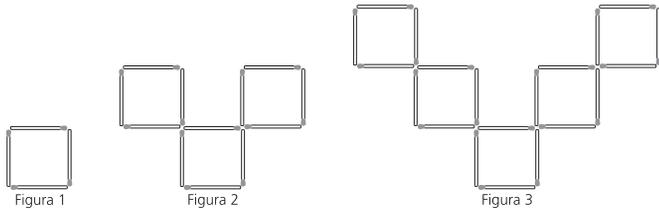
Respostas: a) R\$ 45 990,00

b) 6,28%

Obs.: A arrecadação da empresa, por dia, em reais, descontando o pedágio, a taxa de embarque e o seguro é: $73 \cdot 36 \cdot 12,57 = 33\,033,96$

3

Considere a sucessão de figuras apresentada a seguir. Observe que cada figura é formada por um conjunto de palitos de fósforo.



- a) Suponha que essas figuras representam os três primeiros termos de uma sucessão de figuras que seguem a mesma lei de formação. Suponha também que F_1 , F_2 e F_3 indiquem, respectivamente, o número de palitos usados para produzir as figuras 1, 2 e 3, e que o número de fósforos utilizados para formar a figura n seja F_n . Calcule F_{10} e escreva a expressão geral de F_n .
- b) Determine o número de fósforos necessários para que seja possível exibir concomitantemente todas as primeiras 50 figuras.

Resolução

O número de quadrados de cada figura são, respectivamente, os termos da progressão aritmética $(A_n) = (1; 3; 5; \dots)$, e o número de palitos de fósforo de cada figura são, respectivamente, os termos da progressão aritmética $(F_n) = (4; 12; 20; \dots)$. Dessa forma:

$$a) F_n = 4 + (n - 1) \cdot 8 \Leftrightarrow F_n = 8n - 4$$

$$F_{10} = 8 \cdot 10 - 4 = 76$$

$$b) F_{50} = 8 \cdot 50 - 4 = 396$$

$$S_{50} = \frac{(F_1 + F_{50}) \cdot 50}{2} = \frac{(4 + 396) \cdot 50}{2} = 10000$$

Respostas: a) $F_{10} = 76$ e $F_n = 8n - 4$

b) $S_{50} = 10000$

4

Dois atletas largaram lado a lado em uma corrida disputada em uma pista de atletismo com 400 m de comprimento. Os dois atletas correram a velocidades constantes, porém diferentes. O atleta mais rápido completou cada volta em exatos 66 segundos. Depois de correr 17 voltas e meia, o atleta mais rápido ultrapassou o atleta mais lento pela primeira vez. Com base nesses dados, pergunta-se:

- a) Quanto tempo gastou o atleta mais lento para percorrer cada volta?
- b) Em quanto tempo o atleta mais rápido completou a prova, que era de 10.000 metros? No momento em que o atleta mais rápido cruzou a linha de chegada, que distância o atleta mais lento havia percorrido?

Resolução

a) Se o atleta mais rápido ultrapassou o mais lento pela primeira vez após 17,5 voltas, o mais lento deu, nesse período, 16,5 voltas. Desta forma, o atleta mais lento percorreu uma volta completa em $\frac{17,5 \cdot 66}{16,5} = 70s$.

b) O atleta mais rápido completou a prova em $\frac{10000}{400} \cdot 66 = 1650s$.

O atleta mais lento percorreu $\frac{400}{70}$ m/s. Em 1650s,

ele percorreu $\frac{400}{70} \cdot 1650 \cong 9428,57m$.

Respostas: a) 70s

b) O mais rápido completou a prova em 1650s. Nesse período, o mais lento percorreu aproximadamente 9428,57 m.

5

Durante um torneio paraolímpico de arremesso de peso, um atleta teve seu arremesso filmado. Com base na gravação, descobriu-se a altura (y) do peso em função de sua distância horizontal (x), medida em relação ao ponto de lançamento. Alguns valores da distância e da altura são fornecidos na tabela abaixo. Seja $y(x) = ax^2 + bx + c$ a função que descreve a trajetória (parabólica) do peso.

Distância (m)	Altura (m)
1	2,0
2	2,7
3	3,2

a) Determine os valores de a , b e c .

b) Calcule a distância total alcançada pelo peso nesse arremesso.

Resolução

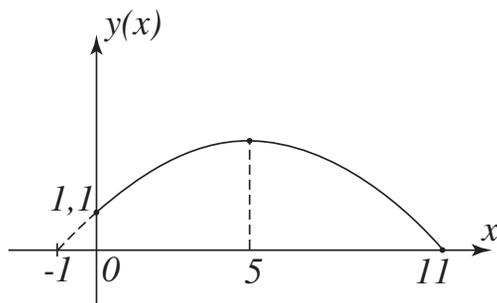
a) Sendo $y(x) = ax^2 + bx + c$, de acordo com a tabela, temos:

$$\begin{cases} y(1) = 2 \\ y(2) = 2,7 \\ y(3) = 3,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 2 \\ 4a + 2b + c = 2,7 \\ 9a + 3b + c = 3,2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 2 \\ 3a + b = 0,7 \\ 8a + 2b = 1,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 2 \\ 3a + b = 0,7 \\ 2a = -0,2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -0,1 \\ b = 1 \\ c = 1,1 \end{cases}$$

- b) Para os valores de a , b e c obtidos, resulta $y(x) = -0,1x^2 + x + 1,1$, cujo gráfico é do tipo:



Assim, a distância total alcançada pelo peso foi de 11 metros.

- Respostas:** a) $a = -0,1$; $b = 1$ e $c = 1,1$
b) 11 metros

6

Seja C o conjunto dos números (no sistema decimal) formados usando-se apenas o algarismo 1, ou seja $C = \{1, 11, 111, 1111, 11111, 111111, \dots\}$.

- a) Verifique se o conjunto C contém números que são divisíveis por 9 e se contém números divisíveis por 6. Exiba o menor número divisível por 9, se houver. Repita o procedimento em relação ao 6.
b) Escolhendo ao acaso um número m de C , e sabendo que esse número tem, no máximo, 1000 algarismos, qual a probabilidade de m ser divisível por 9?

Resolução

- a) Para ser divisível por 9, a soma dos algarismos é divisível por 9, ou seja, todos os números do conjunto C com 9, 18, 27, ... algarismos serão divisíveis por 9. O menor número divisível por 9 é o 111111111. Para ser divisível por 6, o número deve ser divisível por 2 e por 3. Como nenhum número do conjunto C é par, não existem números divisíveis por 6.
b) Como o número tem no máximo 1000 algarismos, temos que o número com 999 = 9.111 algarismos é o maior número do conjunto C que é divisível por 9. A probabilidade será dada por $\frac{111}{1000} = 11,1\%$, pois existem 111 números divisíveis por 9 em 1000 números possíveis.

Respostas:

- a) São divisíveis por 9 todos os elementos de C que possuem 9, 18, 27, ... algarismos. O menor é 111111111. Não existem em C números divisíveis por 6.
b) 11,1%

7

A escala de um aparelho de medir ruídos é definida como $R_{\beta} = 12 + \log_{10} I$, em que R_{β} é a medida do ruído, em bels, e I é a intensidade sonora, em W/m^2 . No Brasil, a unidade mais usada para medir ruídos é o decibel, que equivale a um décimo do bel. O ruído dos motores de um avião a jato equivale a 160 decibéis, enquanto o tráfego em uma esquina movimentada de uma grande cidade atinge 80 decibéis, que é o limite a partir do qual o ruído passa a ser nocivo ao ouvido humano.

- a) Escreva uma fórmula que relacione a medida do ruído R_{dB} , em decibéis, com a intensidade sonora I , em W/m^2 .
Empregue essa fórmula para determinar a intensidade sonora máxima que o ouvido humano suporta sem sofrer qualquer dano.
b) Usando a fórmula dada no enunciado ou aquela que você obteve no item (a), calcule a razão entre as intensidades sonoras do motor de um avião a jato e do tráfego em uma esquina movimentada de uma grande cidade.

Resolução

- a) $R_{\beta} = 12 + \log_{10} I \Leftrightarrow 10 \cdot R_{\beta} = 120 + 10 \cdot \log_{10} I$
A medida do ruído R_{dB} , em decibéis, é dada por:

$$R_{dB} = 120 + 10 \cdot \log_{10} I$$

A intensidade sonora máxima suportada pelo ouvido humano é a que corresponde a um ruído de 80 decibéis. Assim:

$$120 + 10 \cdot \log_{10} I = 80 \Leftrightarrow 10 \log_{10} I = -40 \Leftrightarrow \Leftrightarrow \log_{10} I = -4 \Leftrightarrow I = 10^{-4}$$

- b) Sendo I_A e I_T as intensidades sonoras do motor de avião a jato e do tráfego, respectivamente, temos:

$$\begin{cases} 160 = 120 + 10 \cdot \log_{10} I_A \\ 80 = 120 + 10 \cdot \log_{10} I_T \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_{10} I_A = 4 \\ \log_{10} I_T = -4 \end{cases} \Rightarrow \log_{10} I_A - \log_{10} I_T = 8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{10} \left(\frac{I_A}{I_T} \right) = 8 \Leftrightarrow \frac{I_A}{I_T} = 10^8$$

- Respostas:** a) $R_{dB} = 120 + 10 \cdot \log_{10} I$; $10^{-4} W/m^2$
b) 10^8

8

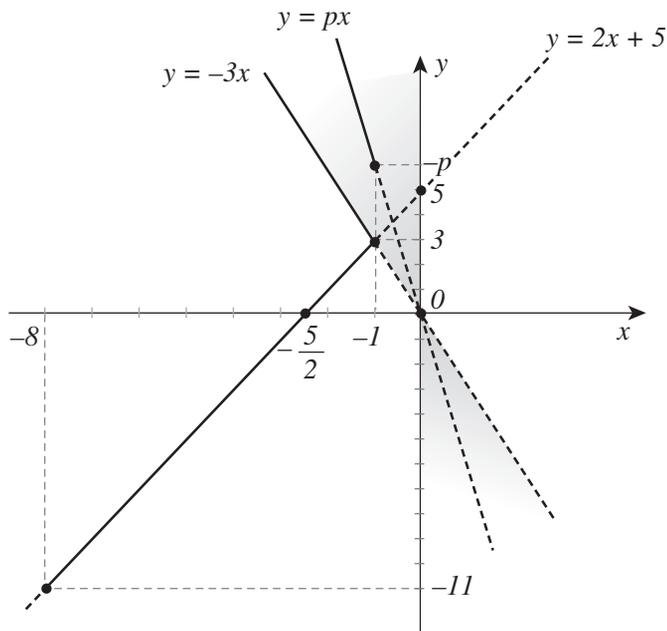
Sejam dadas as funções $f(x) = px$ e $g(x) = 2x + 5$, em que p é um parâmetro real.

- a) Supondo que $p = -5$, determine para quais valores reais de x tem-se $f(x) \cdot g(x) < 0$.
- b) Determine para quais valores de p temos $g(x) \leq f(x)$ para todo $x \in [-8, -1]$.

Resolução

$$a) \left. \begin{array}{l} p = -5 \Rightarrow f(x) = -5x \\ g(x) = 2x + 5 \\ f(x) \cdot g(x) < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} -5x(2x + 5) < 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x < -\frac{5}{2} \text{ ou } x > 0 \end{array}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} f(x) = px \\ g(x) = 2x + 5 \end{array} \right\}$$



$$g(x) \leq f(x), \forall x \in [-8, -1] \Rightarrow -p \geq 3 \Leftrightarrow p \leq -3$$

Respostas: a) $x < -\frac{5}{2}$ ou $x > 0$
b) $p \leq -3$

9

Uma matriz real quadrada P é dita ortogonal se $P^T = P^{-1}$, ou seja, se sua transposta é igual a sua inversa.

- a) Considere a matriz P abaixo. Determine os valores de a e b para que P seja ortogonal. Dica: você pode usar o fato de que $P^{-1}P = I$, em que I é a matriz identidade.

$$P = \begin{bmatrix} -1/3 & -2/3 & -2/3 \\ -2/3 & a & -1/3 \\ -2/3 & b & 2/3 \end{bmatrix}$$

- b) Uma certa matriz A pode ser escrita na forma $A = QR$, sendo Q e R as matrizes abaixo. Sabendo que Q é ortogonal, determine a solução do sistema $Ax = b$, para o vetor b dado, sem obter **explicitamente** a matriz A . Dica: lembre-se de que $x = A^{-1}b$.

$$Q = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 & -\sqrt{2}/2 \\ 2/3 & -1/2 & \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$R = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolução

$$a) P^T = P^{-1} \Leftrightarrow P \cdot P^T = P \cdot P^{-1} \Leftrightarrow P \cdot P^T = I$$

Assim:

$$\begin{bmatrix} 1/3 & -2/3 & -2/3 \\ -2/3 & a & -1/3 \\ -2/3 & b & 2/3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/3 & -2/3 & -2/3 \\ -2/3 & a & b \\ -2/3 & -1/3 & 2/3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & \frac{4}{9} - \frac{2a}{3} & -\frac{2}{9} - \frac{2b}{3} \\ \frac{4}{9} - \frac{2a}{3} & \frac{5}{9} + a^2 & \frac{2}{9} + ab \\ \frac{6}{9} - \frac{2b}{3} & \frac{2}{9} + ab & \frac{8}{9} + b^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{9} - \frac{2a}{3} = 0 \\ -\frac{2}{9} - \frac{2b}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$b) Ax = b \Rightarrow Q \cdot R \cdot x = b \Rightarrow Q^{-1} \cdot Q \cdot R \cdot x = Q^{-1} \cdot b \Rightarrow I \cdot R \cdot x = Q^{-1} \cdot b \Rightarrow R \cdot x = Q^{-1} \cdot b$$

Como Q é ortogonal, temos $Q^{-1} = Q^T$ e, portanto,
 $R \cdot x = Q^T \cdot b$

Seja $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$, temos:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & \sqrt{2}/2 \\ -1/2 & -1/2 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2x_1 \\ -2x_2 \\ \sqrt{2}x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -4\sqrt{2} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = -4 \end{cases}$$

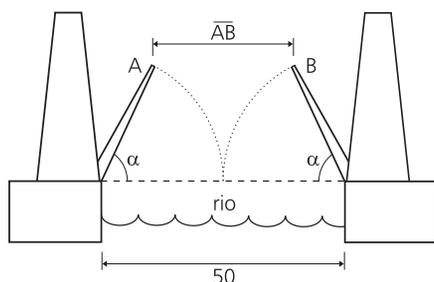
Logo, $x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}$

Respostas: a) $a = \frac{2}{3}$ e $b = \frac{-1}{3}$

b) $x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}$

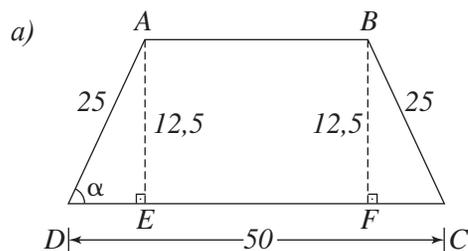
10

Uma ponte levadiça, com 50 metros de comprimento, estende-se sobre um rio. Para dar passagem a algumas embarcações, pode-se abrir a ponte a partir de seu centro, criando um vão \overline{AB} , conforme mostra a figura abaixo. Considerando que os pontos A e B têm alturas iguais, não importando a posição da ponte, responda às questões abaixo.



- a) Se o tempo gasto para girar a ponte em 1° equivale a 30 segundos, qual será o tempo necessário para elevar os pontos A e B a uma altura de 12,5 m, com relação à posição destes quando a ponte está abaixada?
- b) Se $\alpha = 75^\circ$, quanto mede \overline{AB} ?

Resolução



Como a ponte se abre a partir do centro, tem-se:

$$AD = BC = 25 \text{ cm}$$

Para que $AE = 12,5$ m, deve-se ter:

$$\text{sen } \alpha = \frac{12,5}{25} = \frac{1}{2}$$

Como α é um ângulo agudo, conclui-se que

$$\alpha = 30^\circ$$

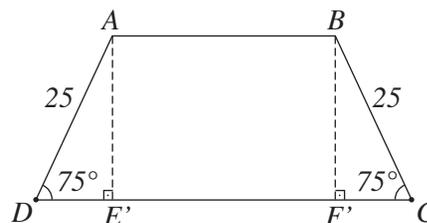
Assim, o tempo gasto para girar a ponte de 30° é de $30 \cdot 30 \text{ segundos} = 900 \text{ segundos} = 15 \text{ minutos}$.

- b) Se $\alpha = 75^\circ$, então $\cos \alpha = \cos(45^\circ + 30^\circ)$

$$\text{Assim: } \cos \alpha = \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \text{sen } 45^\circ \cdot \text{sen } 30^\circ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$



Nessas condições, pode-se afirmar que:

$$DE' = CF' = AD \cdot \cos \alpha$$

Assim:

$$DE' = CF' = \frac{25(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{4} \text{ m}$$

Por outro lado, tem-se:

$$AB = E'F' \text{ e } DE' + E'F' + CF' = DC \Leftrightarrow$$

$$AB = DC - 2 \cdot DE'$$

Assim:

$$AB = 50 \text{ m} - 2 \cdot \frac{25(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{4} \text{ m} \Leftrightarrow$$

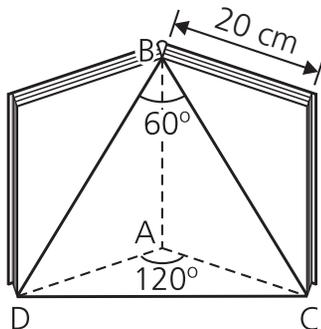
$$\Leftrightarrow AB = \frac{25(4 + \sqrt{2} - \sqrt{6})}{2} \text{ m}$$

Respostas: a) 15 minutos

$$b) AB = \frac{25(4 + \sqrt{2} - \sqrt{6})}{2} \text{ metros}$$

11

Suponha que um livro de 20 cm de largura esteja aberto conforme a figura abaixo, sendo $\widehat{DAC} = 120^\circ$ e $\widehat{DBC} = 60^\circ$.



- Calcule a altura \overline{AB} do livro.
- Calcule o volume do tetraedro de vértices A, B, C e D.

Resolução

- Seja ℓ a medida do lado do triângulo equilátero BCD.
- No triângulo isósceles CAD, temos $AC = AD = 20$ cm. Portanto, a medida ℓ do lado CD, em centímetros, é dada por:

$$\ell^2 = 20^2 + 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 20 \cdot \cos 120^\circ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ell^2 = 400 + 400 - 800 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ell^2 = 1200 \Rightarrow \ell = 20\sqrt{3}$$

- No triângulo retângulo ABC, temos:

$$(AB)^2 + (AC)^2 = (BC)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (AB)^2 + (20 \text{ cm})^2 = (20\sqrt{3} \text{ cm})^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (AB)^2 = 800 \text{ cm}^2 \Leftrightarrow AB = 20\sqrt{2} \text{ cm}$$

- Seja S a área do triângulo CAD, em centímetros quadrados, temos:

$$S = \frac{20 \cdot 20 \cdot \sin 120^\circ}{2} \Leftrightarrow S = 100\sqrt{3}$$

- O volume V do tetraedro de vértices A, B, C e D, em centímetros cúbicos, é:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot (AB) = \frac{1}{3} \cdot 100\sqrt{3} \cdot 20\sqrt{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{2000\sqrt{6}}{3}$$

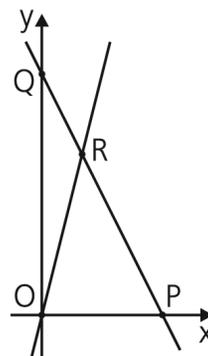
Respostas: a) $20\sqrt{2}$ cm

b) $\frac{2000\sqrt{6}}{3}$ cm³

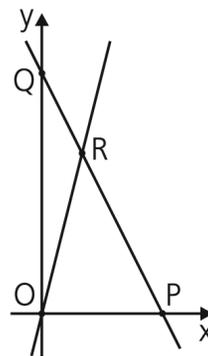
12

As retas de equações $y = a \cdot x + b$ e $y = c \cdot x$ são ilustradas na figura abaixo. Sabendo que o coeficiente b é igual à média aritmética dos coeficientes a e c ,

- expresse as coordenadas dos pontos P, Q e R em termos dos coeficientes a e b ;
- determine a , b e c sabendo que a área do triângulo OPR é o dobro da área do triângulo ORQ e que o triângulo OPQ tem área 1.



Resolução



- Como a reta OR passa pela origem, sua equação é $y = c \cdot x$
- Dessa forma, a reta PQ tem equação $y = a \cdot x + b$, com $P(-\frac{b}{a}; 0)$ e $Q(0, b)$.
- O ponto R é a intersecção das retas PQ e OR, assim:

$$\begin{cases} y = c \cdot x \\ y = a \cdot x + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{b}{c-a} \\ y = \frac{b \cdot c}{c-a} \end{cases}$$

Sabendo que $b = \frac{a+c}{2} \Leftrightarrow c = 2b - a$, temos:

$$x = \frac{b}{2b-a-a} = \frac{b}{2b-2a} \text{ e}$$

$$y = \frac{b \cdot (2b - a)}{2b - a - a} = \frac{2b^2 - ab}{2b - 2a}$$

Dessa forma, o ponto R tem coordenadas:

$$\left(\frac{b}{2b - 2a}, \frac{2b^2 - ab}{2b - 2a} \right)$$

b) Sabendo que a área do triângulo OPR é o dobro da área do triângulo ORQ e que o triângulo OPQ tem área 1, então:

$$A_{\Delta OPR} = \frac{2}{3} \text{ e } A_{\Delta ORQ} = \frac{1}{3}$$

Portanto:

$$I) A_{\Delta OPQ} = 1 \Rightarrow \frac{\left(-\frac{b}{a}\right) \cdot b}{2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = -2a$$

$$II) A_{\Delta ORQ} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{b \cdot \left(\frac{b}{2b - 2a}\right)}{2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{b^2}{b - a} = \frac{4}{3}$$

De I e II, resulta: $a = -8$ e $b = 4$

e finalmente $c = 2 \cdot 4 - (-8) \Leftrightarrow c = 16$

Respostas:

a) $P\left(-\frac{b}{a}; 0\right); Q(0; b);$

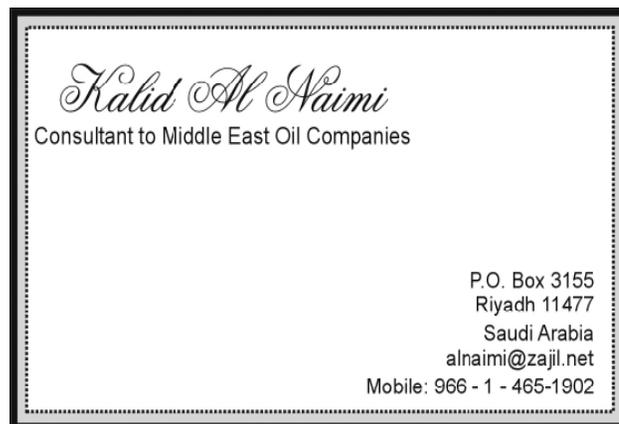
$$R\left(\frac{b}{2b - 2a}; \frac{2b^2 - ab}{2b - 2a}\right)$$

b) $a = -8; b = 4; c = 16$

Inglês

13

Leia os cartões abaixo e responda à questão 13.



- a) Qual é a profissão de Peter O'Connor e em que país ele trabalha?
 b) Que tipo de atividade profissional exerce Kalid Al Naimi e em que região do mundo ele atua?

Resolução

- a) Peter O'Connor é redator do jornal Irish Daily News e trabalha na Irlanda.
 b) Kalid Al Naimi é consultor para empresas petrolíferas do Oriente Médio.

Escrito por D.H. Lawrence, o poema abaixo foi publicado, em 1929, no livro *Pansies: Poems* (Londres: Martin Secker). Leia-o e responda à questão 14.

Relativity

I like relativity and quantum theories
 because I don't understand them
 and they make me feel as if space shifted
 about like a swan that can't settle,
 refusing to sit still and be measured;
 and as if the atom were an impulsive thing
 always changing its mind.

14

- a) Que teorias Lawrence menciona em seu poema?
 b) De que modo, a partir das teorias mencionadas, o poeta imagina o átomo?

Resolução

- a) Lawrence menciona em seu poema a teoria da relatividade e a teoria quântica.
 b) O poeta imagina o átomo como algo difícil de se entender, algo impulsivo, sempre em movimento.

O texto abaixo foi adaptado a partir de uma passagem do artigo “Billie Holiday”, de Charles E. Smith. Leia-o e responda às questões 15 e 16.

Billie Holiday (Eleanora Fagan Gough) was born in Baltimore, April 7, 1915, of teen-age parents who married three years later. When she says she was a woman at six she may have been thinking of other things than physical development. Her father, Clarence Holiday, was a musician who played the guitar with the McKinney’s Cotton Pickers group (he’d formerly played trumpet) and who was almost always on the road. He and Billie’s mother had separated when Billie was little more than a baby, so that she was, in effect, a fatherless child. And even her mother left her with relatives, to go up North in search of work. It wasn’t merely that Billie had traumatic experiences – life slaps all of us around – but it slapped her viciously, when she was very young and didn’t know what it was all about.

(Shapiro, N. e Hentoff, N. (orgs.), *The Jazz Makers*. New York: Grove, 1956.)

- Qual era a faixa etária dos pais de Billie Holiday quando ela nasceu? Em que ano eles se casaram?
- Qual era a profissão do pai de Billie Holiday? Nessa profissão, qual foi sua primeira atividade?

Resolução

- Os pais de Billie Holiday eram adolescentes quando ela nasceu e se casaram em 1918.*
- O pai de Billie Holiday era músico e sua primeira atividade foi como trompetista.*

- O que a mãe de Billie Holiday foi fazer no norte do país? Nessa ocasião, o que ela fez com a filha?
- Segundo o autor, a vida é cruel com todos nós, mas ela foi particularmente cruel com Billie Holiday. Por quê?

Resolução

- A mãe de Billie Holiday foi para o norte do país em busca de trabalho, deixando a filha com parentes.*
- A vida foi particularmente cruel com Billie Holiday, pois ela passou por experiências traumáticas numa idade muito tenra, numa fase em que nem mesmo entendia o que se passava.*

Leia o texto abaixo e responda às questões 17, 18 e 19.

Fingerprint Evidence

Emily Sohn



Police officers often use fingerprints successfully to arrest criminals. However, according to a recent study by criminologist Simon Cole of the University of California, Irvine, authorities may make as many as 1,000 incorrect fingerprint matches each year in the United States.

That is the reason why a number of researchers around the world are trying to develop improved computer systems for making accurate fingerprint matches. The work is important because fingerprints have a role not just in crime solving but also in everyday life. A fingerprint scan may someday be your ticket to logging on to a computer or withdrawing money from an Automatic Teller Machine (ATM).

In the early days, police officers coated a person’s fingers with ink. Using gentle pressure, they then rolled the inked fingers on a paper card and organized the prints on the basis of patterns of lines, called ridges. They stored the cards in filing cabinets. Today, computers play an important role in storing fingerprint records. Many people getting fingerprinted simply press their fingers on electronic sensors that scan their fingertips and create digital images, which are stored in a database. The Federal Bureau of Investigation (FBI) now holds about 600 million images. The records include the fingerprint of anyone who works for the government, or gets arrested.

Despite these advances, fingerprinting is not an exact science. Prints left at a crime scene are often smeared. And our fingerprints are always changing in slight ways.

(Adaptado de <http://www.sciencenewsforkids.org/articles/20060503/Feature1.asp,21/09/2007>.)

- Qual foi a conclusão da pesquisa conduzida por Simon Cole?
- Segundo o texto, as impressões digitais de uma pessoa poderão, no futuro, ser utilizadas para fins outros que não apenas o de auxiliar na resolução de crimes. Que fins são esses?

Resolução

- a) *A pesquisa conduzida por Simon Cole concluiu que as autoridades norte-americanas podem cometer aproximadamente 1.000 combinações de impressões digitais incorretas, anualmente.*
- b) *As impressões digitais de uma pessoa poderão, no futuro, ser utilizadas para acessar um computador ou retirar dinheiro de um caixa eletrônico.*

18

- a) De quem o FBI mantém impressões digitais em seus arquivos?
- b) De acordo com o texto, as impressões digitais encontradas na cena de um crime não são sempre confiáveis. Por quê?

Resolução

- a) *O FBI mantém em seus arquivos impressões digitais de qualquer pessoa que trabalhe para o governo ou que seja presa.*
- b) *As impressões digitais encontradas na cena de um crime não são sempre confiáveis, pois estão freqüentemente borradas, além do fato de que nossas digitais estão sempre mudando sutilmente.*

19

- a) Antigamente, para se tirar a impressão digital de uma pessoa, passava-se tinta em seus dedos e pressionavam-se os mesmos em um cartão. De que outra forma, segundo o texto, isso está sendo feito hoje?
- b) O que acontece com as impressões digitais tiradas dessa outra forma?

Resolução

- a) *Atualmente, para se tirar a impressão digital de uma pessoa, seus dedos são pressionados sobre sensores eletrônicos, que escaneiam suas impressões.*
- b) *As impressões digitais são transformadas em imagens digitais e armazenadas em um banco de dados.*

20

Leia o texto abaixo e responda às questões 20 e 21.

“We suffer increasingly from a process of historical amnesia in which we think that just because we are thinking about an idea it has only started” says Stuart Hall in reference to the current excitement about processes of globalization. It may be true that the first documented use of the term “globalization” in the dictionary dates to 1961. But the phenomenon is by no means new. It could be argued that globalization started when the first ships from Europe arrived in my part of the world (i.e. South Asia) in the 15th century. Some may go even further to see – in the development of maps and maritime travel, the collapse of Christendom and the rise of the nation-state – certain forms of translocal connection developing between communities.

(Adaptado de CANAGARAJAH, A. S. *Reclaiming the Local in Language Policy and Practice*. New Jersey: Lawrence Erlbaum, 2005.)

- a) O autor do texto concorda, ou não, com o que afirma Stuart Hall a respeito do fenômeno da globalização? Por quê?
- b) Por que o ano de 1961 é mencionado no texto?

Resolução

- a) *O autor do texto concorda com o que afirma Stuart Hall a respeito do fenômeno da globalização porque, embora o termo “globalização” seja relativamente recente, o fenômeno já ocorre há muito tempo.*
- b) *O ano de 1961 é mencionado por ter sido o ano em que o termo “globalização” apareceu, pela primeira vez, documentado em um dicionário de língua inglesa.*

21

- a) De onde é o autor?
- b) O autor do texto cita alguns fatos históricos que podem ter dado origem ao fenômeno da globalização. Indique dois desses fatos.

Resolução

- a) *O autor é do sul da Ásia.*
- b) *O candidato poderia ter mencionado dois dos seguintes fatos:*
- 1- a ida dos primeiros navios oriundos da Europa para o sul da Ásia, no século XV;*
 - 2- a elaboração de mapas e o desenvolvimento de viagens marítimas;*
 - 3- o colapso do Cristianismo e o surgimento das nações-Estado.*

Leia o texto abaixo e responda às questões 22 e 23.

Coping with water scarcity

Global water use has been growing at more than twice the rate of population growth in the last century. Water scarcity already affects every continent and more than 40 percent of the people on our planet. By 2025, 1.8 billion people will be living in countries or regions with absolute water scarcity, and two-thirds of the world's population could be living under water stressed conditions.

In order to really understand how serious the problem is we must take stock of the immense impact water has on our daily lives. Lack of access to adequate, safe water limits our ability to produce enough food to eat or earn enough income. It limits our ability to operate industries and provide energy. Without access to water for drinking and proper hygiene it is more difficult to reduce the spread and impact of life-threatening diseases like HIV/AIDS. Every day, 3,800 children die from diseases associated with a lack of safe drinking water and proper sanitation.

(Adaptado de <http://www.fao.org/newsroom/en/focus/2007/1000521/index.html>, 14/06/2007.)

- Qual é a relação estabelecida no texto entre o índice de utilização de água no planeta e o crescimento populacional?
- Que previsão é feita no texto para o ano 2025?

Resolução

- O texto menciona que o índice de utilização de água no planeta está crescendo mais do que duas vezes a taxa de crescimento populacional.
- Por volta de 2025, 1.800.000.000 pessoas estarão vivendo em países ou regiões com absoluta escassez de água e 2/3 da população mundial poderia viver em condições precárias de água.

- O que, segundo o autor do texto, é necessário para que entendamos a gravidade do problema nele apontado?
- A que se refere a cifra “3.800” mencionada no texto?

Resolução

- Para que entendamos a gravidade do problema mencionado no texto, é necessário refletirmos com atenção sobre o imenso impacto que a água tem em nosso cotidiano.
- A cifra (ou, em linguagem mais apropriado, o valor) “3.800” mencionada no texto refere-se ao número de crianças que morrem de doenças relacionadas à falta de água potável e de saneamento adequado.

O primeiro cartum abaixo foi escrito por Don Wright e publicado, em 04 de maio de 2006, no jornal *The Palm Beach Post*. O segundo, também publicado em um jornal norte-americano (*Orlando Sentinel*, 27/03/2007), é de autoria de Dana Summers. Leia-os e responda à questão 24.

(1)



(2)



- O que o personagem do cartum (1) quer fazer no que se refere aos imigrantes e por que ele acha impossível fazê-lo?
- No cartum (2), o personagem argumenta a favor de uma política contrária à entrada de imigrantes ilegais nos Estados Unidos. Qual seria, segundo o cartunista, a consequência dessa política?

Resolução

- A personagem do cartum (1) (ou melhor, desenho 1) quer dizer para os imigrantes voltarem para seus países de origem, mas ela acha impossível fazê-lo, pois os imigrantes não entendem a sua língua (inglês).
- A consequência de uma política contrária à entrada de imigrantes ilegais nos Estados Unidos, segundo o desenhista, acarretaria a escassez de mão-de-obra em certos setores da economia norte-americana (empregados domésticos, cortadores de grama, operários da construção civil, trabalhadores agrícolas).