

Matemática | Inglês

2010
vestibular nacional
UNICAMP

Instruções para a realização da prova

- Nesta prova você deverá responder a doze questões de **Matemática** (numeradas de 1 a 12) e a doze questões de **Inglês** (numeradas de 13 a 24).
- A prova deve ser feita a caneta, azul ou preta. Utilize apenas o espaço reservado (pautado) para a resolução das questões.
- Cada questão vale 4 pontos. Logo, a prova de cada uma das disciplinas vale 48 pontos no total. Será eliminado o candidato com zero em qualquer uma das provas da 2ª fase.
- **Atenção:** não basta escrever apenas o resultado final. É necessário mostrar os cálculos ou o raciocínio utilizado para responder às questões.
- **A duração total da prova é de quatro horas.**

ATENÇÃO

Os rascunhos **não** serão considerados.

ORDEM

INSCRIÇÃO

ESCOLA

SALA

LUGAR NA
SALA

NOME

ASSINATURA DO CANDIDATO

VESTIBULAR 2010 – 2ª FASE
MATEMÁTICA | INGLÊS

RASCUNHO



1. Uma confeitaria produz dois tipos de bolos de festa. Cada quilograma do bolo do tipo A consome 0,4 kg de açúcar e 0,2 kg de farinha. Por sua vez, o bolo do tipo B consome 0,2 kg de açúcar e 0,3 kg de farinha para cada quilograma produzido. Sabendo que, no momento, a confeitaria dispõe de 10 kg de açúcar e 6 kg de farinha, responda às questões abaixo.

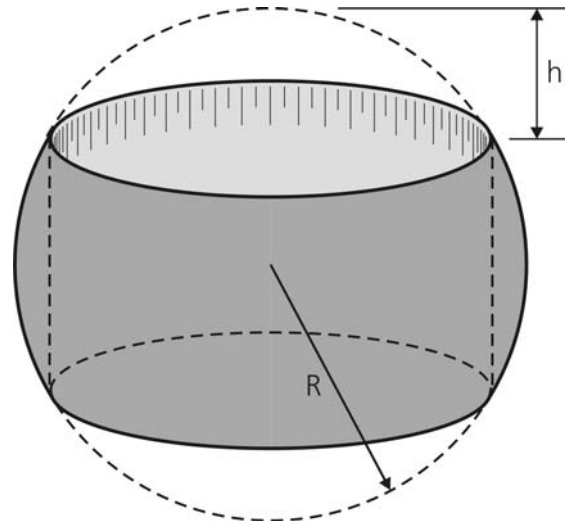
a) Será que é possível produzir 7 kg de bolo do tipo A e 18 kg de bolo do tipo B? Justifique sua resposta.

b) Quantos quilogramas de bolo do tipo A e de bolo do tipo B devem ser produzidos se a confeitaria pretende gastar toda a farinha e todo o açúcar de que dispõe?

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).



2. Uma peça esférica de madeira maciça foi escavada, adquirindo o formato de anel, como mostra a figura ao lado. Observe que, na escavação, retirou-se um cilindro de madeira com duas tampas em formato de calota esférica. Sabe-se que uma calota esférica tem volume $V_{\text{cal}} = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$, em que h é a altura da calota e R é o raio da esfera. Além disso, a área da superfície da calota esférica (excluindo a porção plana da base) é dada por $A_{\text{cal}} = 2\pi Rh$.



Atenção: não use um valor aproximado para π .

- a) Supondo que $h = R/2$, determine o volume do anel de madeira, em função de R .

- b) Depois de escavada, a peça de madeira receberá uma camada de verniz, tanto na parte externa, como na interna. Supondo, novamente, que $h = R/2$, determine a área sobre a qual o verniz será aplicado.

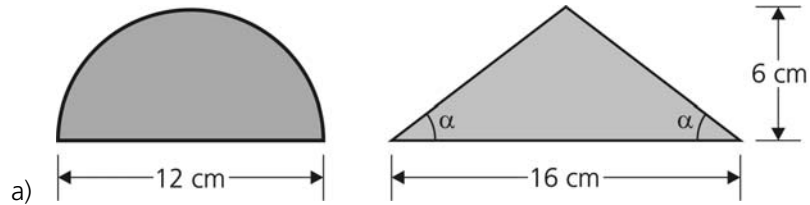
Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).



3. Um artesão precisa recortar um retângulo de couro com 10 cm x 2,5 cm. Os dois retalhos de couro disponíveis para a obtenção dessa tira são mostrados nas figuras abaixo.

a) O retalho semicircular pode ser usado para a obtenção da tira? Justifique.

b) O retalho triangular pode ser usado para a obtenção da tira? Justifique.



Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

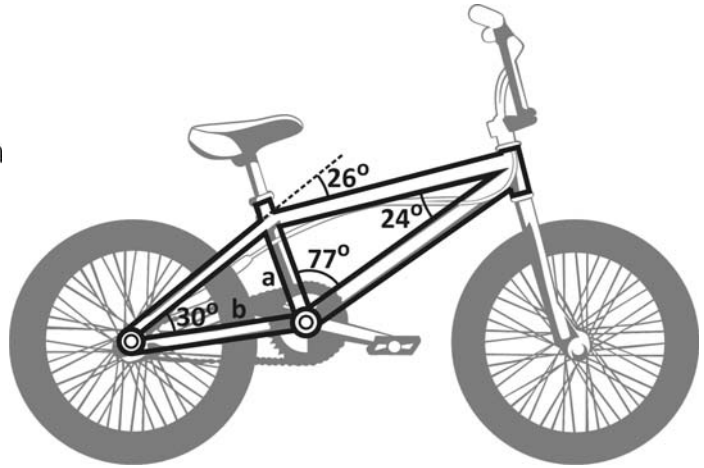
RASCUNHO



4. Laura decidiu usar sua bicicleta nova para subir uma rampa. As figuras abaixo ilustram a rampa que terá que ser vencida e a bicicleta de Laura.

a) Suponha que a rampa que Laura deve subir tenha ângulo de inclinação α , tal que $\cos(\alpha) = \sqrt{0,99}$. Suponha, também, que cada pedalada faça a bicicleta percorrer 3,15 m. Calcule a altura h (medida com relação ao ponto de partida) que será atingida por Laura após dar 100 pedaladas.

b) O quadro da bicicleta de Laura está destacado na figura à direita. Com base nos dados da figura, e sabendo que a mede 22 cm, calcule o comprimento b da barra que liga o eixo da roda ao eixo dos pedais.



Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).



5. O valor presente, V_p , de uma parcela de um financiamento, a ser paga daqui a n meses, é dado pela fórmula abaixo, em que r é o percentual mensal de juros ($0 \leq r \leq 100$) e p é o valor da parcela.

$$V_p = \frac{p}{\left[1 + \frac{r}{100}\right]^n}$$

a) Suponha que uma mercadoria seja vendida em duas parcelas iguais de R\$ 200,00, uma a ser paga à vista, e outra a ser paga em 30 dias (ou seja, 1 mês). Calcule o valor presente da mercadoria, V_p , supondo uma taxa de juros de 1% ao mês.

b) Imagine que outra mercadoria, de preço $2p$, seja vendida em duas parcelas iguais a p , sem entrada, com o primeiro pagamento em 30 dias (ou seja, 1 mês) e o segundo em 60 dias (ou 2 meses). Supondo, novamente, que a taxa mensal de juros é igual a 1%, determine o valor presente da mercadoria, V_p , e o percentual mínimo de desconto que a loja deve dar para que seja vantajoso, para o cliente, comprar à vista.

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

RASCUNHO



6. Uma empresa fabricante de aparelhos que tocam músicas no formato MP3 efetuou um levantamento das vendas dos modelos que ela produz. Um resumo do levantamento é apresentado na tabela ao lado.

Modelo	Preço (R\$)	Aparelhos vendidos (milhares)
A	150	78
B	180	70
C	250	52
D	320	36

a) Em face dos ótimos resultados obtidos nas vendas, a empresa resolveu sortear um prêmio entre seus clientes. Cada proprietário de um aparelho da empresa receberá um cupom para cada R\$ 100,00 gastos na compra, não sendo possível receber uma fração de cupom. Supondo que cada proprietário adquiriu apenas um aparelho e que todos os proprietários resgataram seus cupons, calcule o número total de cupons e a probabilidade de que o prêmio seja entregue a alguma pessoa que tenha adquirido um aparelho com preço superior a R\$ 300,00.

b) A empresa pretende lançar um novo modelo de aparelho. Após uma pesquisa de mercado, ela descobriu que o número de aparelhos a serem vendidos anualmente e o preço do novo modelo estão relacionados pela função $n(p) = 115 - 0,25p$, em que n é o número de aparelhos (em milhares) e p é o preço de cada aparelho (em reais). Determine o valor de p que maximiza a receita bruta da empresa com o novo modelo, que é dada por $n \times p$.

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).



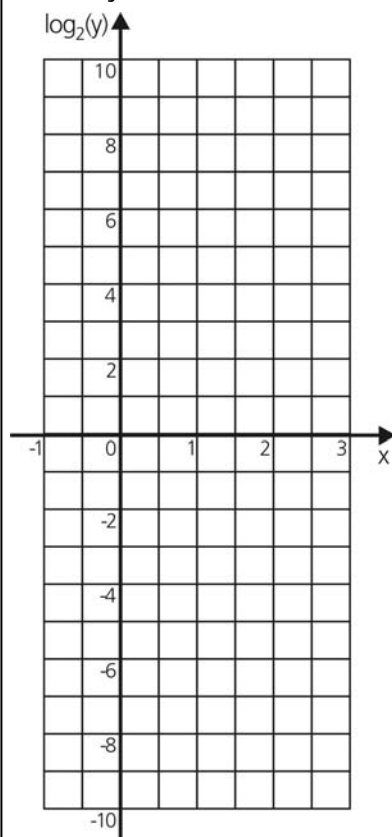
7. Sejam dadas as funções $f(x) = 8 / 4^{2x}$ e $g(x) = 4^x$.

- Represente a curva $y = f(x)$ no gráfico abaixo, em que o eixo vertical fornece $\log_2(y)$.
- Determine os valores de y e z que resolvem o sistema de equações

$$\begin{cases} f(z) = g(y) \\ f(y) / g(z) = 1 \end{cases}$$

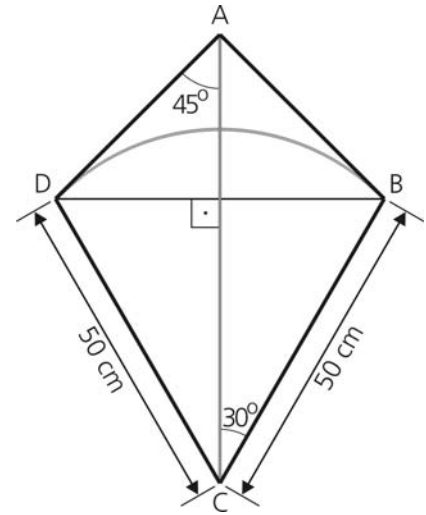
Dica: converta o sistema acima em um sistema linear equivalente.

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).





8. O papagaio (também conhecido como pipa, pandorga ou arraia) é um brinquedo muito comum no Brasil. A figura ao lado mostra as dimensões de um papagaio simples, confeccionado com uma folha de papel que tem o formato do quadrilátero ABCD, duas varetas de bambu (indicadas em cinza) e um pedaço de linha. Uma das varetas é reta e liga os vértices A e C da folha de papel. A outra, que liga os vértices B e D, tem o formato de um arco de circunferência e tangencia as arestas AB e AD nos pontos B e D, respectivamente.



- a) Calcule a área do quadrilátero de papel que forma o papagaio.
- b) Calcule o comprimento da vareta de bambu que liga os pontos B e D.

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).



9. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, cujos coeficientes são números reais.

a) Suponha que exatamente seis elementos dessa matriz são iguais a zero. Supondo também que não há nenhuma informação adicional sobre A , calcule a probabilidade de que o determinante dessa matriz não seja nulo.

b) Suponha, agora, que $a_{ij} = 0$ para todo elemento em que $j > i$, e que $a_{ij} = i - j + 1$ para os elementos em que $j \leq i$. Determine a matriz A , nesse caso, e calcule sua inversa, A^{-1} .

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

RASCUNHO

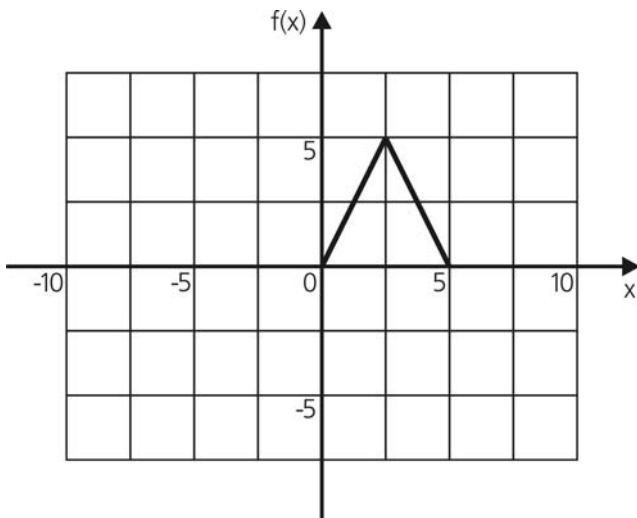


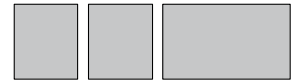
10. Suponha que $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ seja uma função ímpar (isto é, $f(-x) = -f(x)$) e periódica, com período 10 (isto é, $f(x) = f(x+10)$). O gráfico da função no intervalo $[0, 5]$ é apresentado abaixo.

a) Complete o gráfico, mostrando a função no intervalo $[-10, 10]$, e calcule o valor de $f(99)$.

b) Dadas as funções $g(y) = y^2 - 4y$ e $h(x) = g(f(x))$, calcule $h(3)$ e determine a expressão de $h(x)$ para $2,5 \leq x \leq 5$.

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

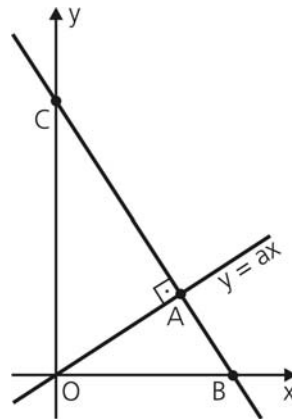




11. No desenho abaixo, a reta $y = ax$ ($a > 0$) e a reta que passa por B e C são perpendiculares, interceptando-se em A. Supondo que B é o ponto $(2, 0)$, resolva as questões abaixo.

a) Determine as coordenadas do ponto C em função de a.

b) Supondo, agora, que $a = 3$, determine as coordenadas do ponto A e a equação da circunferência com centro em A e tangente ao eixo x.



Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

RASCUNHO



12. Dois *sites* de relacionamento desejam aumentar o número de integrantes usando estratégias agressivas de propaganda.

O *site* A, que tem 150 participantes atualmente, espera conseguir 100 novos integrantes em um período de uma semana e dobrar o número de novos participantes a cada semana subsequente. Assim, entrarão 100 internautas novos na primeira semana, 200 na segunda, 400 na terceira, e assim por diante.

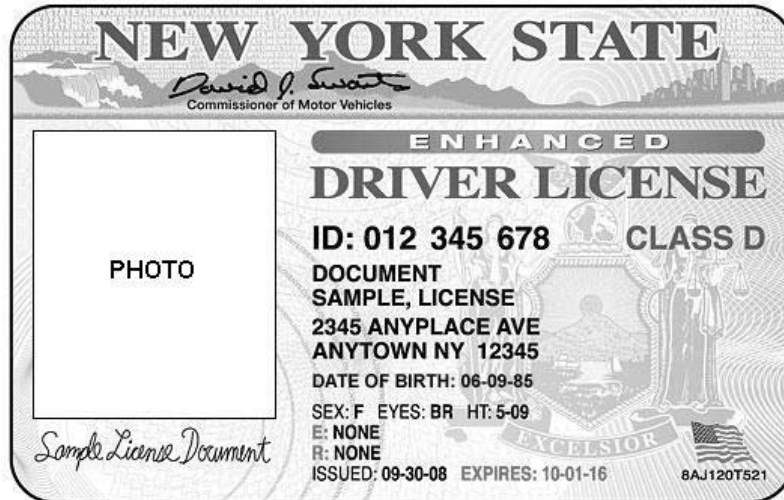
Por sua vez, o *site* B, que já tem 2200 membros, acredita que conseguirá mais 100 associados na primeira semana e que, a cada semana subsequente, aumentará o número de internautas novos em 100 pessoas. Ou seja, 100 novos membros entrarão no *site* B na primeira semana, 200 entrarão na segunda, 300 na terceira, etc.

- a) Quantos membros novos o *site* A espera atrair daqui a 6 semanas? Quantos associados o *site* A espera ter daqui a 6 semanas?
- b) Em quantas semanas o *site* B espera chegar à marca dos 10000 membros?

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).



13.



(Adaptado de <http://cityroom.blogs.nytimes.com/2008/09/17/a-new-license-for-more-than-just-driving/>. Acessado em 02/10/2009.)

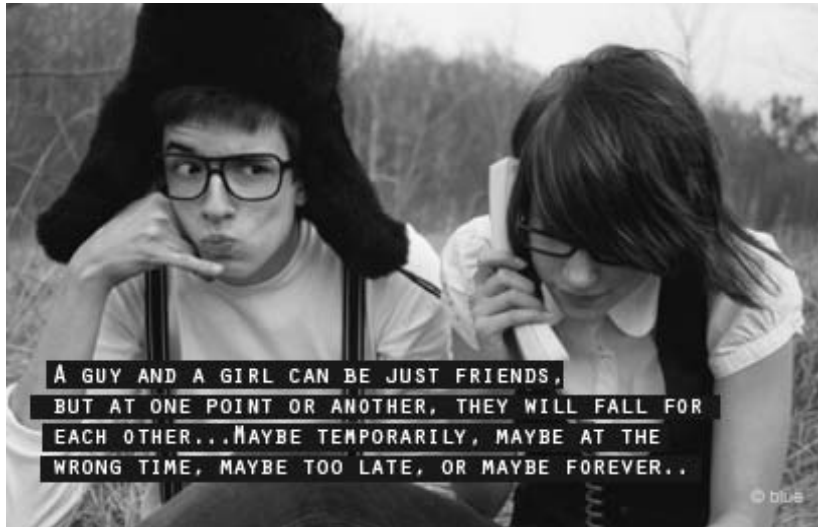
- a) O texto acima corresponde ao modelo de um documento. De que documento se trata? Qual seria a cor dos olhos da sua pretensa portadora?
- b) Em que mês a pretensa portadora do documento teria nascido e a que se refere a data expressa pela sequência numérica "09-30-08"?

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

RASCUNHO



14.



(<http://leloveimage.blogspot.com> Acessado em 19/09/2009.)

- a) O que, segundo o texto acima, é inevitável que aconteça?

- b) Isso que é inevitável pode, de acordo com o texto, ser apenas uma situação temporária ou pode se manter para o resto da vida. Em que outras circunstâncias essa situação pode acontecer?

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

RASCUNHO



15. O excerto abaixo foi adaptado do conto "True Love" de Isaac Asimov.

My name is Joe. That is what my colleague, Milton Davidson, calls me. He is a programmer and I am a computer. I am Milton's experimental model. His Joe.

Milton has never married, though he is nearly 40 years old. He has never found the right woman, he told me. One day he said, "I'll find her yet, Joe. I'm going to find the best. I'm going to have true love and you're going to help me. I'm tired of improving you in order to solve the problems of the world. Solve my problem. Find me true love."

(T. Kral (org.), *Being People – An Anthology*. Washington, D.C.: USIA, s/d, p. 183.)

a) Do que Milton Davidson está cansado?

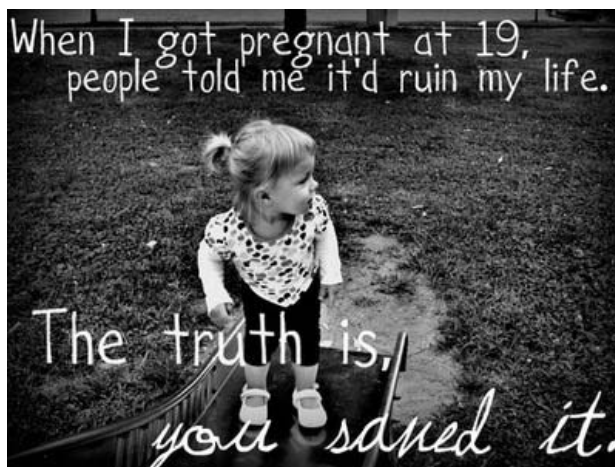
b) Por que Milton Davidson não se casou e o que ele espera que Joe faça por ele?

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

RASCUNHO



16.




(<http://icanread.tumblr.com/post/160718206/by-unbeingdead> Acessado em 21/09/2009.)

- a) O texto faz referência a uma expectativa derivada de um fato ocorrido no passado. Que fato foi esse e qual era a expectativa?
- b) No caso relatado no texto, essa expectativa se concretizou? Justifique sua resposta.

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).



17.



Global Handwashing Day
October 15, 2009

Although people around the world wash their hands with water, very few wash their hands with soap at critical moments. *Global Handwashing Day* will be the centerpiece of a week of activities that will mobilize millions of people across five continents to turn handwashing with soap before eating and after using the toilet into an ingrained habit. This could save more lives than any single vaccine or medical intervention, cutting deaths from diarrhea by almost half and deaths from acute respiratory infections by about a quarter.

(Adaptado de http://www.globalhandwashingday.org/Global_Handwashing_Day_2nd_Edition.pdf. Acessado em 16/07/2009.)

- a) Que hábito a campanha descrita no texto pretende incentivar?
- b) Segundo o texto, em quanto esse hábito pode reduzir as taxas de mortalidade?

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

RASCUNHO



18.

Economics and Software Piracy



If software were less expensive, would people pirate less? Research conducted to answer this question suggests that many people pirate programs regardless of their price tag. The economic factor provides the pirate with a means to justify his or her actions, but it isn't a real motivator. A common justification for this kind of behavior is that software companies are enormous and make billions of dollars; making one single unauthorized copy of the software wouldn't hurt them.

(Adaptado de <http://computer.howstuffworks.com/pirate-software1.htm>. Acessado em 10/11/2009.)

- a) Segundo o texto, o que o resultado da pesquisa relacionada à pirataria de software sugere?
- b) Por que, de acordo com o texto, as pessoas acham que é moralmente justificável piratear programas de computadores produzidos por grandes empresas?

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).



19.



(Adaptado de <http://www.post-gazette.com/robrogers/Default.asp?m=5&d=31&y=2005>. Acessado em 21/09/2009.)

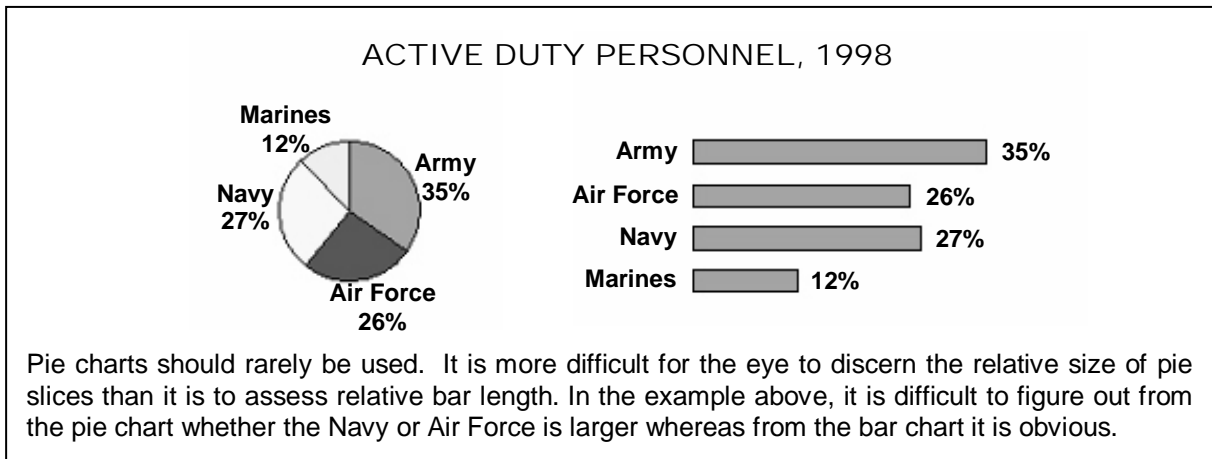
- a) A terceirização de empregos é fonte de preocupação de um dos personagens do cartum. Identifique dois outros problemas do “mundo real” apontados pelos personagens.
- b) Na quarta fala, a palavra “real” é utilizada como um advérbio para enfatizar a reação do personagem face aos problemas apontados. Qual é essa reação?

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

RASCUNHO



20.



(Adaptado de <http://iit.ilstu.edu/gmclass/pos138/datadisplay/badchart.htm>. Acessado em 21/09/2009.)

- a) A que se referem as porcentagens informadas nos gráficos?
- b) Por que, segundo o texto, os gráficos de barra são considerados mais eficazes do que gráficos de setores circulares (popularmente denominados "gráficos de pizza")?

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

RASCUNHO



21.

Cocooning

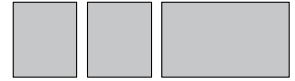
Cocooning describes a phenomenon whereby people will want to stay inside the safety and comfort of their homes in gated communities. This is partially due to the constant circulation of frightening images in the mass media. Thus, people will do more from their homes; they will spend more money to make their homes comfortable and complete. As a result, jobs related to home entertainment systems and home remodeling will abound.

(Adaptado de http://www.careerplanner.com/Career-Articles/Hot_Jobs.cfm#HotJobs. Acessado em 18/10/2009.)

- a) A que fenômeno se refere o termo "cocooning"?
- b) A que se deve esse fenômeno, segundo o autor do texto?

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

RASCUNHO



23.



Stefan Zweig was a celebrated European intellectual and writer. Because he was Jewish, in 1934 he was forced by the Nazis to flee his country of birth, Austria, and became stateless. He wrote about being stateless in his autobiography *The World of Yesterday*: “The fall of Austria brought with it a change in my personal life: my Austrian passport became void and I had to request an emergency white paper from the English authorities, a passport for the stateless... Every foreign visa on this travel paper had, after that, to be specially pleaded for, because all countries were suspicious of the 'sort' of people of whom I had suddenly become one: a man without a country. Since the day when I had to depend upon identity papers or passports that were indeed alien, I ceased to feel as if I quite belonged to myself.”

(Adaptado de C. Pouilly, *Stateless Achievers*, em *Refugees Magazine*, 147, n. 3, 2007, p. 19.)

- a) O que o escritor Stefan Zweig teve que fazer em 1934? Por quê?
- b) Que tipo de passaporte Zweig teve que obter depois de 1934? Esse novo passaporte o fez se sentir como?

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

RASCUNHO



24.

THE SLOW FOOD REVOLT

The “slow food” movement is a revolt against the fast pace forced on us by industrial civilization, specifically fast-food culture. This frenetic pace results from the notion that productivity outweighs all else. To counteract the ill effects of frenzied living, the movement proposes replacing industrial agriculture with organic agriculture, nurturing more discriminating palates and promoting fair financial reward for conscientious food producers.

(Adaptado de <https://www.adbusters.org/magazine/slow-food-revolt.html>. Acessado em 16/07/2009.)

a) Que tipo de vida o movimento tratado no texto tenta combater? Que idéia, segundo o texto, orienta esse tipo de vida?

b) Indique duas propostas concretas do movimento descrito no texto para melhorar a qualidade de vida das pessoas.

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).



Não destacar esta folha

RASCUNHO