

BIOLOGIA

1

Muitas gelatinas são extraídas de algas. Tais gelatinas são formadas a partir de polissacarídeos e processadas no complexo golgiense sendo, posteriormente, depositadas nas paredes celulares.

- Cite o processo e as organelas envolvidos na formação desses polissacarídeos.
- Considerando que a gelatina não é difundida através da membrana da célula, explique sucintamente como ela atinge a parede celular.

Resolução

- O cloroplasto sintetiza os açúcares durante o fenômeno da fotossíntese. Os carboidratos saem do cloroplasto e atingem o complexo golgiense através do retículo endoplasmático. No complexo golgiense são polimerizados até a formação dos polissacarídeos.*
- O sistema golgiense empacota os polissacarídeos e os elimina através de vesículas de secreção que percorrem o citoplasma até alcançar a parede celular.*

2

É consenso na Ciência que a vida surgiu e se diversificou na água e, somente depois, os organismos conquistaram o ambiente terrestre. Considere os seguintes grupos de animais: poríferos, moluscos, anelídeos, artrópodes e cordados. Considere os seguintes grupos de plantas: algas verdes, briófitas, pteridófitas, gimnospermas e angiospermas.

- Quais deles já existiam antes da conquista do ambiente terrestre?
- Cite duas adaptações que permitiram às plantas a conquista do ambiente terrestre.

Resolução

- Todos os grupos animais citados possuíam representantes no meio aquático antes da conquista do ambiente terrestre. Entre os vegetais, existiam apenas as algas verdes.*
- Entre as adaptações encontradas nas plantas para a conquista do meio terrestre, tem-se:*
 - desenvolvimento da cutícula e estômatos;
 - aparecimento do tecido vascular;
 - independência de água para a fecundação com o surgimento do tubo polínico.

3

Agentes de saúde pretendem fornecer um curso para moradores em áreas com alta ocorrência de tênias (*Taenia solium*) e esquistossomos (*Schistosoma mansoni*). A idéia é prevenir a população das doenças causadas por esses organismos.

- a) Em qual das duas situações é necessário alertar a população para o perigo do contágio direto, pessoa-a-pessoa? Justifique.
- b) Cite duas medidas – uma para cada doença – que dependem de infra-estrutura criada pelo poder público para preveni-las.

Resolução

- a) *É necessário alertar a população quanto à Taenia solium. O indivíduo com teníase, ao eliminar fezes, pode expelir ovos que, ingeridos por outra pessoa, levam à cisticercose.*
- b) *O saneamento básico pode prevenir as duas doenças. A fiscalização sanitária da carne previne a teníase.*

4

Parte da bile produzida pelo nosso organismo não é reabsorvida na digestão. Ela se liga às fibras vegetais ingeridas na alimentação e é eliminada pelas fezes. Recomenda-se uma dieta rica em fibras para pessoas com altos níveis de colesterol no sangue.

- a) Onde a bile é produzida e onde ela é reabsorvida em nosso organismo?
- b) Qual é a relação que existe entre a dieta rica em fibras e a diminuição dos níveis de colesterol no organismo? Justifique.

Resolução

- a) *A bile é produzida no fígado e reabsorvida no intestino delgado.*
- b) *A dieta rica em fibras reduz os níveis de colesterol no organismo, porque as fibras vegetais, não digeridas, carregam estes lipídios que são eliminados pelas fezes.*

Um exemplo clássico de alelos múltiplos é o sistema de grupos sanguíneos humano, em que o alelo I^A , que codifica para o antígeno A, é codominante sobre o alelo I^B , que codifica para o antígeno B. Ambos os alelos são dominantes sobre o alelo i , que não codifica para qualquer antígeno. Dois tipos de soros, anti-A e anti-B, são necessários para a identificação dos quatro grupos sanguíneos: A, B, AB e O.

- a) Copie a tabela no caderno de respostas e complete com os genótipos e as reações antigênicas (represente com os sinais + e -) dos grupos sanguíneos indicados.

Grupos sanguíneos fenótipos	Reação com		Genótipos
	Anti-A	Anti-B	
AB			
O			

- b) Embora 3 alelos distintos determinem os grupos sanguíneos ABO humanos, por que cada indivíduo é portador de somente dois alelos?

Resolução

a)

Grupos sanguíneos fenótipos	Reação com		Genótipos
	Anti-A	Anti-B	
AB	+	+	$I^A I^B$
O	-	-	ii

- b) Porque os genes alelos ocupam o mesmo locus em um par de cromossomos homólogos.

Uma fita de DNA tem a seguinte seqüência de bases 5'ATGCGT3'.

- a) Considerando que tenha ocorrido a ação da DNA-polimerase, qual será a seqüência de bases da fita complementar?
- b) Se a fita complementar for usada durante a transcrição, qual será a seqüência de bases do RNA resultante e que nome recebe esse RNA se ele traduzir para síntese de proteínas?

Resolução

- a) A enzima DNA polimerase realiza a catálise da seguinte cadeia complementar à seqüência molde: 3'TACGCA5'.
- b) O RNA mensageiro produzido pela cadeia de DNA complementar apresentará a seqüência 5'AUGCGU3'.

Leia os dois trechos de uma reportagem.

Trecho 1:

(...) a represa Guarapiranga está infestada por diferentes tipos de plantas. A mudança da paisagem é um sinal do desequilíbrio ecológico causado principalmente por esgotos não tratados que chegam ao local.

Trecho 2:

O gerente da qualidade de águas da Cetesb (...) esteve na represa ontem e mediu a concentração de oxigênio em 9,4 mm/l. O normal seria ter uma concentração entre 7mm/l e 7,5mm/l, e a máxima deveria ser de 8 mm/l. (Folha de S.Paulo, 05.08.2005.)

Explique:

- a) a associação que existe entre o aumento de plantas e o esgoto não tratado que chega ao local.
- b) o aumento da concentração de oxigênio na água.

Resolução

- a) *O esgoto não tratado é lançado nas águas, onde sofre decomposição, levando à eutrofização. Os nutrientes minerais formados no processo são os adubos necessários para a proliferação das algas do fitoplâncton.*
- b) *As algas realizam intensa fotossíntese e liberam o O_2 na água.*

Extratos de muitas plantas são indicadores naturais ácido-base, isto é, apresentam colorações diferentes de acordo com o meio em que se encontram. Utilizando-se o extrato de repolho roxo como indicador, foram testadas soluções aquosas de HCl , NaOH , NaOCl , NaHCO_3 e NH_4Cl , de mesma concentração. Os resultados são apresentados na tabela

SOLUÇÃO	COLORAÇÃO
HCl	vermelha
NaOH	verde
X	vermelha
Y	verde
NaOCl	verde

- a) Identifique as soluções X e Y. Justifique.
 b) Calcule, a 25°C , o pH da solução de NaOCl $0,04 \text{ mol/L}$. Considere que, a 25°C , a constante de hidrólise do íon ClO^- é $2,5 \times 10^{-7}$.

Resolução

- a) X: NH_4Cl : caráter ácido (sal de ácido forte e base fraca)



- Y: NaHCO_3 : caráter básico (sal de ácido fraco e base forte)



- b)

	$\text{OCl}^- + \text{HOH} \rightleftharpoons \text{HClO} + \text{OH}^-$			
início	0,04	----	0	0
reage e forma	x	----	x	x
equilíbrio	$0,04 - x$	----	x	x

$$0,04 - x \cong 0,04$$

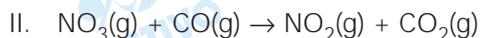
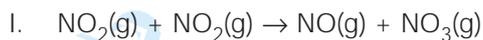
$$K_h = \frac{[\text{HClO}][\text{OH}^-]}{[\text{OCl}^-]}$$

$$2,5 \cdot 10^{-7} = \frac{x^2}{0,04}$$

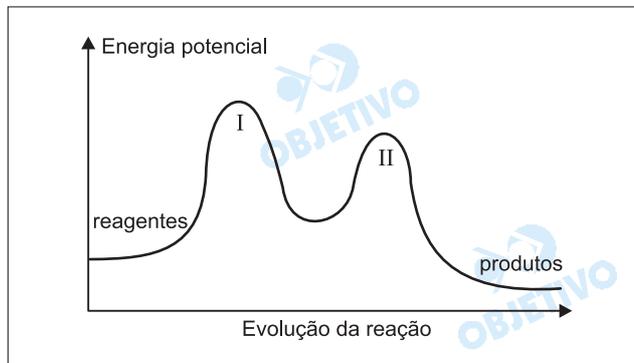
$$x^2 = 10^{-8} \therefore x = 10^{-4} \text{ mol/L}$$

$$p\text{OH} = 4 \text{ e } p\text{H} = 10$$

Estudos cinéticos da reação entre os gases NO_2 e CO na formação dos gases NO e CO_2 revelaram que o processo ocorre em duas etapas:

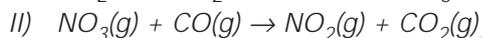


O diagrama de energia da reação está esquematizado a seguir.



- a) Apresente a equação global da reação e a equação da velocidade da reação que ocorre experimentalmente.
- b) Verifique e justifique se cada afirmação a seguir é verdadeira:
- I. a reação em estudo absorve calor;
 - II. a adição de um catalisador, quando o equilíbrio é atingido, aumenta a quantidade de gás carbônico.

Resolução



equação



A equação de velocidade é tirada da etapa lenta (I):

$$v = k [\text{NO}_2]^2$$

- b) I. errada: libera calor, reação exotérmica
 II. errada: catalisador não desloca equilíbrio, portanto, não altera a quantidade de CO_2 .

Existem diferentes formas pelas quais a água pode fazer parte da composição dos sólidos, resultando numa grande variedade de substâncias encontradas na natureza que contêm água ou elementos que a formam. A água de estrutura é denominada de água de hidratação, que difere muito da água de absorção ou adsorção. A água de constituição é uma forma de água em sólidos, que é formada quando estes se decompõem pela ação de calor.

- a) O NaHCO_3 e Ca(OH)_2 são sólidos que apresentam água de constituição. Escreva as equações, devidamente balanceadas, que evidenciam essa afirmação, sabendo-se que na decomposição do bicarbonato de sódio é produzido um óxido de caráter ácido.
- b) No tratamento pós-operatório, um medicamento usado para estimular a cicatrização é o sulfato de zinco hidratado, $\text{ZnSO}_4 \cdot x\text{H}_2\text{O}$. A análise desse sólido indicou 43,9% em massa de água. Determine neste composto o número de moléculas de água por fórmula unitária.

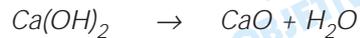
Dadas massas molares (g/mol):

$\text{ZnSO}_4 = 161,5$ e $\text{H}_2\text{O} = 18,0$.

Resolução



óxido
ácido



$$\begin{array}{r} \text{b) } \text{ZnSO}_4 \qquad \qquad \qquad x\text{H}_2\text{O} \\ 161,5 \text{ g} \text{ ----- } x \cdot 18\text{g} \\ 56,1\text{g} \text{ ----- } 43,9\text{g} \\ x = 7 \end{array}$$

Devido aos atentados terroristas ocorridos em Nova Iorque, Madri e Londres, os Estados Unidos e países da Europa têm aumentado o controle quanto à venda e produção de compostos explosivos que possam ser usados na confecção de bombas. Dentre os compostos químicos explosivos, a nitroglicerina é um dos mais conhecidos. É um líquido à temperatura ambiente, altamente sensível a qualquer vibração, decompondo-se de acordo com a equação:



Considerando-se uma amostra de 4,54g de nitroglicerina, massa molar 227g/mol, contida em um frasco fechado com volume total de 100,0mL:

a) calcule a entalpia envolvida na explosão.

Dados:	Substância	ΔH° formação (kJ/mol)
	$\text{C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3(\text{l})$	- 364
	$\text{CO}_2(\text{g})$	- 394
	$\text{H}_2\text{O}(\text{g})$	- 242

b) calcule a pressão máxima no interior do frasco antes de seu rompimento, considerando-se que a temperatura atinge 127°C.

Dado: $R = 0,082 \text{ atm} \cdot \text{L} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Resolução



$$\Delta H = \sum \Delta H_f \text{ produtos} - \sum \Delta H_f \text{ reagentes}$$

$$\Delta H = -2364\text{kJ} - 1210\text{kJ} + 728\text{kJ}$$

$$\Delta H = -2846\text{kJ}$$

$$\begin{array}{l} 2 \cdot 227\text{g} \text{ liberam } 2846\text{kJ} \\ 4,54\text{g} \text{ ----- } x \\ x = 28,46\text{kJ} \end{array}$$

$$\text{b) } 2 \cdot 227\text{g} \text{ ----- } 14,5 \text{ mol}$$

$$4,54\text{g} \text{ ----- } x$$

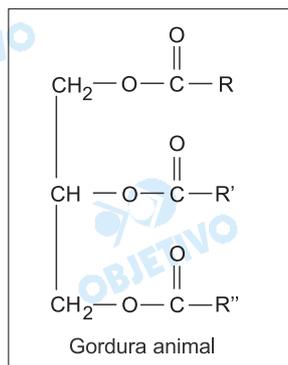
$$x = 0,145 \text{ mol}$$

$$PV = nRT$$

$$P \cdot 0,1\text{L} = 0,145 \text{ mol} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 400\text{K}$$

$$P = 47,6 \text{ atm}$$

Na preparação de churrasco, o aroma agradável que desperta o apetite dos apreciadores de carne deve-se a uma substância muito volátil que se forma no processo de aquecimento da gordura animal.



(R, R' e R'': cadeias de hidrocarbonetos com mais de 10 átomos de carbono.)

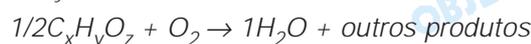
Esta substância é composta apenas por carbono, hidrogênio e oxigênio. Quando 0,5 mol desta substância sofre combustão completa, forma-se um mol de moléculas de água. Nesse composto, as razões de massas entre C e H e entre O e H são, respectivamente, 9 e 4.

- a) Calcule a massa molar desta substância.
 b) A gordura animal pode ser transformada em sabão por meio da reação com hidróxido de sódio. Apresente a equação dessa reação e o seu respectivo nome.

Dadas massas molares (g/mol): C = 12, H = 1 e O = 16.

Resolução

- a) A substância é formada apenas por CHO.



Para esta reação estar balanceada em relação ao H, o composto original terá 4 átomos de H ($y = 4$).

Como:

$$\frac{m_C}{m_H} = 9 \quad \frac{m_C}{4} = 9 \quad m_C = 36$$

Como cada átomo de C tem massa atômica igual a 12u, temos 3 átomos de C ($x = 3$) e

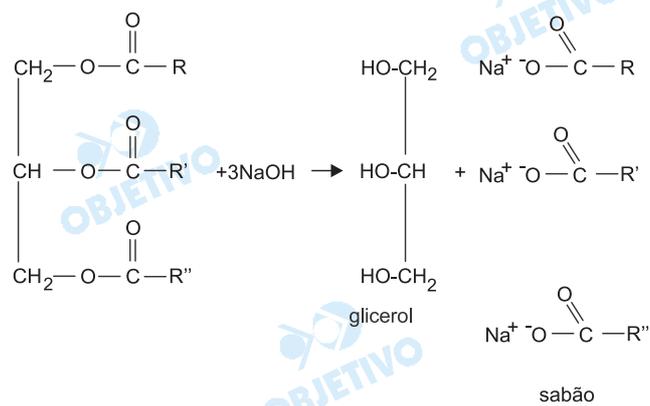
$$\frac{m_O}{m_H} = 4 \quad \frac{m_O}{4} = 4 \quad m_O = 16$$

Como cada átomo de O tem massa atômica igual a 16u, temos 1 átomo de O ($z = 1$),

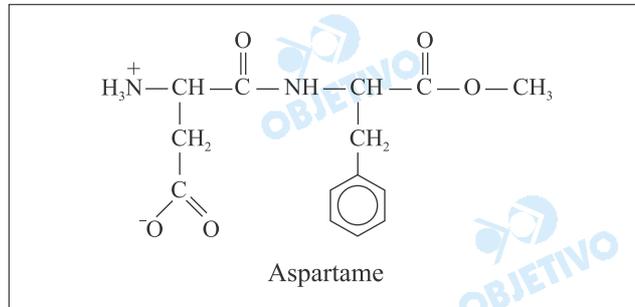
logo a fórmula é C_3H_4O

$$M = (3 \cdot 12 + 4 \cdot 1 + 1 \cdot 16) \text{g/mol} = 56 \text{g/mol}$$

b) A reação da gordura com NaOH é a reação de saponificação:



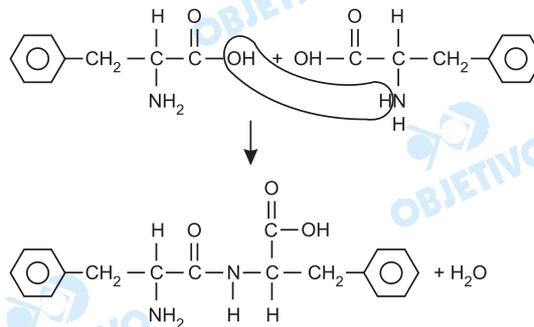
As mudanças de hábitos alimentares e o sedentarismo têm levado a um aumento da massa corporal média da população, o que pode ser observado em faixas etárias que se iniciam na infância. O consumo de produtos *light* e *diet* tem crescido muito nas últimas décadas e o adoçante artificial mais amplamente utilizado é o aspartame. O aspartame é o éster metílico de um dipeptídeo, formado a partir da fenilalanina e do ácido aspártico.



- a) Com base na estrutura do aspartame, forneça a estrutura do dipeptídeo fenilalanina-fenilalanina.
- b) Para se preparar uma solução de um alfa aminoácido, como a glicina ($\text{NH}_2\text{—CH}_2\text{—COOH}$), dispõe-se dos solventes H_2O e benzeno. Justifique qual desses solventes é o mais adequado para preparar a solução.

Resolução

a)



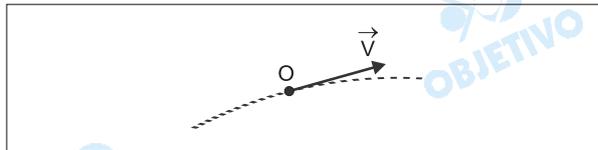
- b) O solvente mais adequado é a água (polar), pois a glicina é também polar.

Um projétil de massa $m = 0,10 \text{ kg}$ é lançado do solo com velocidade de 100 m/s , em um instante $t = 0$, em uma direção que forma 53° com a horizontal. Admita que a resistência do ar seja desprezível e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) Utilizando um referencial cartesiano com a origem localizada no ponto de lançamento, qual a abscissa x e a ordenada y da posição desse projétil no instante $t = 12 \text{ s}$?

Dados: $\sin 53^\circ = 0,80$; $\cos 53^\circ = 0,60$.

- b) Copie no caderno de respostas este pequeno trecho da trajetória do projétil:



Desenhe no ponto O, onde está representada a velocidade \vec{v} do projétil, a força resultante \vec{F} que nele atua. Qual o módulo dessa força?

Resolução

a) 1) $V_{0x} = V_0 \cos 53^\circ = 100 \cdot 0,60 (\text{m/s}) = 60 \text{ m/s}$

$V_{0y} = V_0 \sin 53^\circ = 100 \cdot 0,80 (\text{m/s}) = 80 \text{ m/s}$

2) $x = x_0 + V_x t$ (MU)

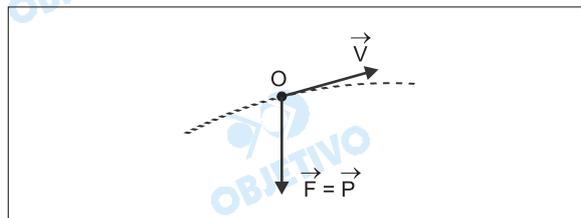
$$x_1 = 0 + 60 \cdot 12 \text{ (m)} \Rightarrow \boxed{x_1 = 720 \text{ m}}$$

3) $y = y_0 + V_{0y} t + \frac{a_y}{2} t^2$ (MUV)

$$y_1 = 0 + 80 \cdot 12 - \frac{10}{2} (12)^2 \text{ (m)}$$

$$y_1 = 960 - 720 \text{ (m)} \Rightarrow \boxed{y_1 = 240 \text{ m}}$$

b)



A força resultante é o peso do projétil.

$$|\vec{F}| = mg = 0,10 \cdot 10 \text{ (N)}$$

$$\boxed{|\vec{F}| = 1,0 \text{ N}}$$

Respostas: a) $x_1 = 720 \text{ m}$ e $y_1 = 240 \text{ m}$

b) $1,0 \text{ N}$

Um pescador está em um barco em repouso em um lago de águas tranquilas. A massa do pescador é de 70 kg; a massa do barco e demais equipamentos nele contidos é de 180 kg.

- a) Suponha que o pescador esteja em pé e dê um passo para a proa (dianteira do barco). O que acontece com o barco? Justifique.

(Desconsidere possíveis movimentos oscilatórios e o atrito viscoso entre o barco e a água.)

- b) Em um determinado instante, com o barco em repouso em relação à água, o pescador resolve deslocar seu barco para frente com uma única remada. Suponha que o módulo da força média exercida pelos remos sobre a água, para trás, seja de 250 N e o intervalo de tempo em que os remos interagem com a água seja de 2,0 segundos. Admitindo desprezível o atrito entre o barco e a água, qual a velocidade do barco em relação à água ao final desses 2,0 s?

Resolução

- a) Quando o pescador caminha para frente, o barco desloca-se para trás. Podemos justificar pela lei da ação e reação ou pela conservação da quantidade de movimento em um sistema isolado:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

$$\vec{Q}_H + \vec{Q}_B = \vec{0}$$

$$\vec{Q}_B = -\vec{Q}_H$$

Quando o pescador pára o barco também pára.

- b) Pela lei da ação e reação, a água aplica no remo uma força para frente com a mesma intensidade de 250N. Aplicando-se o teorema do impulso:

$$\vec{I} = \Delta\vec{Q}$$

$$F_m \cdot \Delta t = m V_f$$

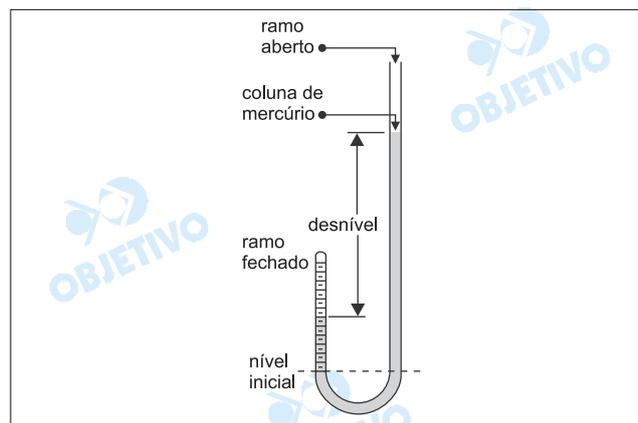
$$250 \cdot 2,0 = 250 V_f$$

$$V_f = 2,0 \text{ m/s}$$

- Respostas:** a) O barco vai para trás e quando o pescador pára o barco também pára
b) 2,0m/s

A figura reproduz o esquema da montagem feita por Robert Boyle para estabelecer a lei dos gases para transformações isotérmicas. Boyle colocou no tubo uma certa quantidade de mercúrio, até aprisionar um determinado volume de ar no ramo fechado, e igualou os níveis dos dois ramos. Em seguida, passou a acrescentar mais mercúrio no ramo aberto e a medir, no outro ramo, o volume do ar aprisionado (em unidades arbitrárias) e a correspondente pressão pelo desnível da coluna de mercúrio, em polegadas de mercúrio. Na tabela, estão alguns dos dados por ele obtidos, de acordo com a sua publicação *New Experiments Physico-Mechanicall, Touching the Spring of Air, and its Effects*, de 1662.

(<http://chemed.chem.purdue.edu/genchem/history/>)



volume (unidade arbitrária)	pressão (polegadas de mercúrio)	$p \times V$
48	$29 \frac{2}{16}$	1 398
40	$35 \frac{5}{16}$	1 413
32	$44 \frac{3}{16}$	1 414
24	$58 \frac{13}{16}$	1 412
16	$87 \frac{14}{16}$	1 406
12	$117 \frac{9}{16}$	1 411

- a) Todos os resultados obtidos por Boyle, com uma pequena aproximação, confirmaram a sua lei. Que resultados foram esses? Justifique.
- b) De acordo com os dados da tabela, qual a pressão, em pascal, do ar aprisionado no tubo para o volume de 24 unidades arbitrárias?

Utilize para este cálculo:

$$\text{pressão atmosférica } p_0 = 1,0 \times 10^5 \text{ pascal;}$$

$$\text{densidade do mercúrio } d_{\text{Hg}} = 14 \times 10^3 \text{ kg/m}^3;$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2;$$

$$58 \frac{13}{16} \text{ pol} = 1,5 \text{ m.}$$

Resolução

a) O produto da pressão do ar pelo correspondente volume permanece constante. Isso se verifica quando a temperatura permanece constante. Os dados experimentais revelam um produto pV praticamente constante com valor médio de 1409 unidades.

b) $p = d_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h + p_0$

Para $V = 24 \text{ un. arb.}$, tem-se $p = 58 \frac{13}{16}$ pol de Hg, o que corresponde a uma coluna de altura 1,5m.

$$p = 14 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1,5 + 1,0 \cdot 10^5 \text{ (Pa)}$$

$$p = 3,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Respostas: a) produto pV constante.

b) $3,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Um estudante observa que, com uma das duas lentes iguais de seus óculos, consegue projetar sobre o tampo da sua carteira a imagem de uma lâmpada fluorescente localizada acima da lente, no teto da sala. Sabe-se que a distância da lâmpada à lente é de 1,8 m e desta ao tampo da carteira é de 0,36 m.

- a) Qual a distância focal dessa lente?
b) Qual o provável defeito de visão desse estudante? Justifique.

Resolução

a) $p = 1,8\text{m}; p' = 0,36\text{m}$

$$\text{Equação de Gauss: } \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{1,8} + \frac{1}{0,36} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1,0 + 5,0}{1,8}$$

$$f = \frac{1,8}{6,0} \text{ (m)} \Rightarrow \boxed{f = 0,30\text{m} = 30\text{cm}}$$

- b) A lente utilizada pelo estudante é **convergente**, já que a um objeto real, conjuga uma imagem também real, projetada sobre o tampo da sua carteira. Por isso, o provável defeito visual do rapaz é **hipermetropia**.

- Respostas:** a) 30cm
b) hipermetropia

Quando colocamos uma concha junto ao ouvido, ouvimos um "ruído de mar", como muita gente diz, talvez imaginando que a concha pudesse ser um gravador natural. Na verdade, esse som é produzido por qualquer cavidade colocada junto ao ouvido – a nossa própria mão em forma de concha ou um canudo, por exemplo.

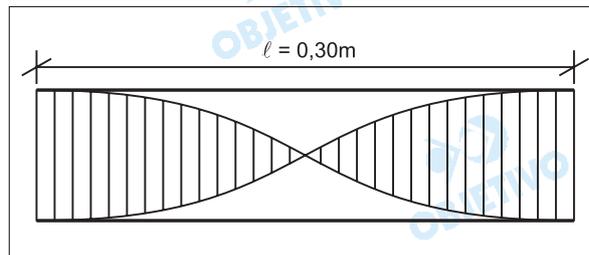
- a) Qual a verdadeira origem desse som? Justifique.
 b) Se a cavidade for um canudo de 0,30 m aberto nas duas extremidades, qual a frequência predominante desse som?

Dados: velocidade do som no ar: $v = 330 \text{ m/s}$;
 frequência de ondas estacionárias em um tubo de comprimento ℓ , aberto em ambas

$$\text{as extremidades: } f = \frac{nv}{2\ell}.$$

Resolução

- a) *O som mencionado é proveniente da reflexão dos sons do ambiente nas cavidades existentes dentro da concha, que se comporta como um tubo sonoro fechado. Dentro da concha pode ocorrer interferência entre o som refletido e o som incidente, o que, para certas frequências, pode determinar a formação de ondas estacionárias.*
- b) *A frequência predominante é a fundamental, cuja onda estacionária correspondente está esquematizada abaixo:*

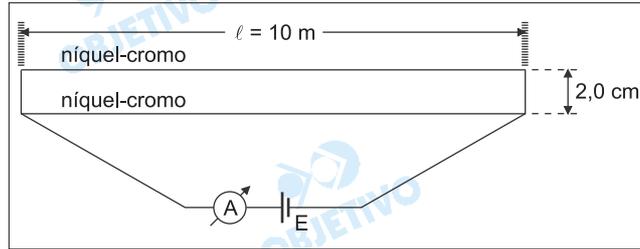


Sendo $f_1 = \frac{1v}{2\ell}$, vem:

$$f_1 = \frac{330}{2 \cdot 0,30} \text{ (Hz)} \Rightarrow \boxed{F_1 = 550\text{Hz}}$$

- Respostas:** a) reflexão do som ambiente
 b) 550Hz

Para demonstrar a interação entre condutores percorridos por correntes elétricas, um professor estende paralelamente dois fios de níquel-cromo de 2,0 mm de diâmetro e comprimento $\ell = 10$ m cada um, como indica o circuito seguinte.



- a) Sendo $\rho_{\text{Ni-Cr}} = 1,5 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ a resistividade do níquel-cromo, qual a resistência equivalente a esse par de fios paralelos? (Adote $\pi = 3$.)
- b) Sendo $i = 2,0$ A a leitura do amperímetro A, qual a força de interação entre esses fios, sabendo que estão separados pela distância $d = 2,0$ cm? (Considere desprezíveis as resistências dos demais elementos do circuito.)

Dada a constante de permeabilidade magnética:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}.$$

Resolução

- a) Cada fio tem resistência elétrica R , em que:

$$\begin{cases} R = \rho \cdot \frac{\ell}{A} = 1,5 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{10}{3 \cdot (1,0 \cdot 10^{-2})^2} \Omega \\ A = \pi \cdot r^2 \end{cases}$$

$$R = 5,0 \Omega$$

O par de fios em paralelo tem resistência:

$$R_{\text{eq}} = \frac{R}{2} \Rightarrow R_{\text{eq}} = 2,5 \Omega$$

- b) Em cada fio, passa uma corrente de intensidade: 1,0A.
Sendo:

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi d} \text{ e } F = B \cdot I \cdot \ell$$

$$F = \frac{\mu \cdot I^2 \cdot \ell}{2\pi d}$$

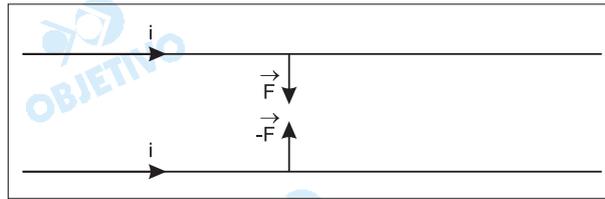
Sendo: $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$
 $I = 1,0 \text{ A}$
 $\ell = 10 \text{ m}$
 $d = 2,0 \text{ cm} = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

temos:

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (1,0)^2 \cdot 10}{2\pi \cdot 2,0 \cdot 10^{-2}} \text{ (N)}$$

$$F = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{N}$$

Os fios se atraem com uma força de intensidade F , perpendicular a ambos os fios, conforme a figura abaixo.



Respostas: a) $2,5\Omega$

b) $1,0 \cdot 10^{-4} \text{N}$

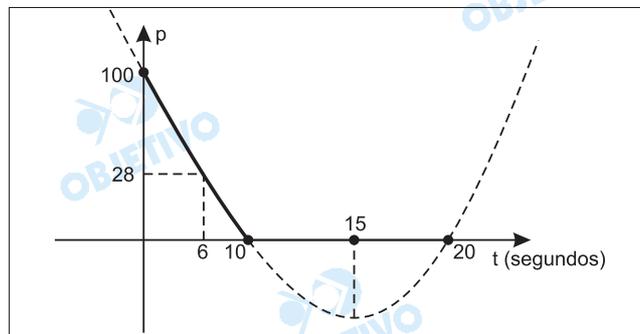
A porcentagem p de bactérias em uma certa cultura sempre decresce em função do número t de segundos em que ela fica exposta à radiação ultravioleta, segundo a relação

$$p(t) = 100 - 15t + 0,5t^2.$$

- Considerando que p deve ser uma função decrescente variando de 0 a 100, determine a variação correspondente do tempo t (domínio da função).
- A cultura não é segura para ser usada se tiver mais de 28% de bactérias. Obtenha o tempo mínimo de exposição que resulta em uma cultura segura.

Resolução

O gráfico da função definida por $p(t) = 100 - 15t + 0,5t^2$ é



- p deve ser uma função decrescente, de 100 a 0 e, portanto, t varia de 0 a 10.
- $0,5t^2 - 15t + 100 = 28 \Leftrightarrow t^2 - 30t + 144 = 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow t = \frac{30 \pm 18}{2} \Leftrightarrow t = 6$ (pois $t \leq 10$)

Respostas: a) $0 \leq t \leq 10$

b) $t = 6$

Na procura de uma função $y = f(t)$ para representar um fenômeno físico periódico, cuja variação total de y vai de 9,6 até 14,4, chegou-se a uma função da forma

$$f(t) = A + B \operatorname{sen} \left[\frac{\pi}{90} (t - 105) \right],$$

com o argumento medido em radianos.

- a) Encontre os valores de A e B para que a função f satisfaça as condições dadas.
 b) O número A é chamado valor médio da função. Encontre o menor t positivo no qual f assume o seu valor médio.

Resolução

- a) Como y varia de 9,6 a 14,4, temos:

$$|B| = \frac{14,4 - 9,6}{2} = 2,4 \text{ e}$$

$$-2,4 + A = 9,6 \Leftrightarrow A = 12$$

- b) Como $A = 12$ e $|B| = 2,4$, temos:

$$f(t) = 12 \pm 2,4 \cdot \operatorname{sen} \left[\frac{\pi}{90} (t - 105) \right]$$

A função f assume o seu valor médio quando

$$\operatorname{sen} \left[\frac{\pi}{90} (t - 105) \right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{90} (t - 105) = n \cdot \pi, n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = 105 + 90 \cdot n; n \in \mathbb{Z}$$

Para $n = -1$, temos: $t = 105 + 90 \cdot (-1) = 15$ que é o menor valor positivo para o qual f assume seu valor médio.

Respostas: a) $A = 12$ e $B = \pm 2,4$

b) $t = 15$

Uma droga na corrente sanguínea é eliminada lentamente pela ação dos rins. Admita que, partindo de uma quantidade inicial de Q_0 miligramas, após t horas a quantidade da droga no sangue fique reduzida a $Q(t) = Q_0(0,64)^t$ miligramas. Determine:

- a) a porcentagem da droga que é eliminada pelos rins em 1 hora.
 b) o tempo necessário para que a quantidade inicial da droga fique reduzida à metade.

Utilize $\log_{10} 2 = 0,30$.

Resolução

- a) A porcentagem de droga eliminada pelos rins em 1 hora é dada por:

$$\frac{Q(t) - Q(t+1)}{Q(t)} = \frac{Q_0(0,64)^t - Q_0(0,64)^{t+1}}{Q_0(0,64)^t} =$$

$$= 1 - 0,64 = 0,36 = 36\%$$

- b) A quantidade inicial da droga fica reduzida à metade quando

$$Q_0(0,64)^t = \frac{1}{2} \cdot Q_0 \Rightarrow (2^6 \cdot 10^{-2})^t = 2^{-1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{10}(2^6 \cdot 10^{-2})^t = \log_{10} 2^{-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t[6 \cdot \log_{10} 2 - 2 \cdot \log_{10} 10] = -1 \cdot \log_{10} 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t[6 \cdot 0,30 - 2 \cdot 1] = -0,30 \Rightarrow t = \frac{-0,30}{-0,20} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = 1,5 \text{ hora}$$

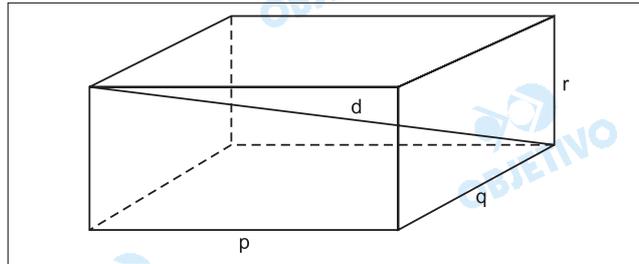
Respostas: a) 36%

b) 1,5 hora

Considere a equação $x^3 - Ax^2 + Bx - C = 0$, onde A , B e C são constantes reais. Admita essas constantes escolhidas de modo que as três raízes da equação são as três dimensões, em centímetros, de um paralelepípedo reto-retângulo. Dado que o volume desse paralelepípedo é 9 cm^3 , que a soma das áreas de todas as faces é 27 cm^2 e que a soma dos comprimentos de todas as arestas é 26 cm , pede-se:

- a) os valores de A , B e C .
 b) a medida de uma diagonal (interna) do paralelepípedo.

Resolução



Sejam p , q e r as três dimensões do paralelepípedo reto retângulo e raízes da equação $x^3 - Ax^2 + Bx - C = 0$.

- a) O volume do paralelepípedo é dado por

$$V = p \cdot q \cdot r = 9 \text{ cm}^3$$

A soma das áreas de todas as faces é dada por $S_{total} = 2(pq + pr + qr) = 27 \text{ cm}^2$

A soma dos comprimentos de todas as arestas é dada por $4p + 4q + 4r = 26 \text{ cm}$

Das relações de Girard, conclui-se:

$$p + q + r = A = \frac{26}{4} \text{ cm} = \frac{13}{2} \text{ cm}$$

$$pq + pr + qr = B = \frac{27}{2} \text{ cm}^2$$

$$pqr = C = 9 \text{ cm}^3$$

- b) A diagonal interna d , em centímetros, é tal que

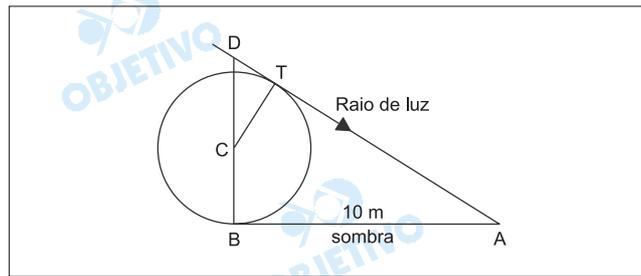
$$\begin{aligned} d^2 &= p^2 + q^2 + r^2 = (p + q + r)^2 - 2(pq + pr + qr) = \\ &= \left(\frac{13}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{27}{2}\right) = \frac{169}{4} - 27 = \frac{61}{4} \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow d = \frac{\sqrt{61}}{2}$$

Respostas: a) $A = \frac{13}{2} \text{ cm}$, $B = \frac{27}{2} \text{ cm}^2$ e $C = 9 \text{ cm}^3$

$$b) d = \frac{\sqrt{61}}{2} \text{ cm}$$

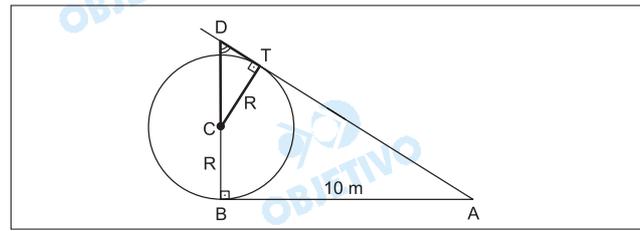
Em um dia de sol, uma esfera localizada sobre um plano horizontal projeta uma sombra de 10 metros, a partir do ponto B em que esta apoiada ao solo, como indica a figura.



Seja C o centro da esfera, T o ponto de tangência de um raio de luz, BD um segmento que passa por C, perpendicular à sombra BA, e admitindo A, B, C, D e T coplanares:

- justifique por que os triângulos ABD e CTD são semelhantes.
- calcule o raio da esfera, sabendo que a tangente do ângulo BÂD é $\frac{1}{2}$.

Resolução



- Os triângulos ABD e CTD são semelhantes pelo critério (AA~), pois $\hat{A}BD \cong \hat{C}TD$ (ângulos retos) e \hat{D} é ângulo comum

$$b) \operatorname{tg} \hat{B}AD = \frac{BD}{BA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BD}{10 \text{ m}} = \frac{1}{2} \Rightarrow BD = 5 \text{ m}$$

No triângulo ABD, temos:

$$(AD)^2 = (10 \text{ m})^2 + (5 \text{ m})^2 \Rightarrow AD = 5\sqrt{5} \text{ m}$$

Seja R a medida do raio da esfera, da semelhança dos triângulos ABD e CTD, temos:

$$\frac{CT}{AB} = \frac{CD}{AD} \Rightarrow \frac{R}{10 \text{ m}} = \frac{5 \text{ m} - R}{5\sqrt{5} \text{ m}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R = 10(\sqrt{5} - 2) \text{ m}$$

Respostas: a) Justificação

b) O raio da esfera mede $10(\sqrt{5} - 2) \text{ m}$

Sejam A e B eventos de um mesmo espaço amostral, sabe-se que a probabilidade de A ocorrer é $p(A) = \frac{3}{4}$,

e que a probabilidade de B ocorrer é $p(B) = \frac{2}{3}$. Seja

$p = p(A \cap B)$ a probabilidade de ocorrerem A e B.

a) Obtenha os valores mínimo e máximo possíveis para

b) Se $p = \frac{7}{12}$, e dado que A tenha ocorrido, qual é a

probabilidade de ter ocorrido B?

Resolução

$$1) p(A) = \frac{3}{4}, p(B) = \frac{2}{3}$$

$$2) p(B) < p(A) \Rightarrow p(A \cap B) \leq p(B) \Rightarrow p \leq \frac{2}{3}$$

$$3) p(A) + p(B) - p(A \cap B) \leq 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{2}{3} - p \leq 1 \Leftrightarrow p \geq \frac{5}{12}$$

$$4) p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{7}{12}}{\frac{3}{4}} = \frac{7}{9}$$

Respostas: a) o mínimo valor de p é $\frac{5}{12}$ e

o máximo é $\frac{2}{3}$

$$b) p(B/A) = \frac{7}{9}$$