

MATEMÁTICA

1

Dois amigos, Alfredo e Bruno, combinam disputar a posse de um objeto num jogo de "cara ou coroa". Alfredo lança 3 moedas e Bruno 2 moedas, simultaneamente.

Vence o jogo e, conseqüentemente, fica com o objeto, aquele que conseguir o maior número de caras. Ocorrendo empate, a experiência será repetida, tantas vezes quantas forem necessárias, até que haja um vencedor.

Calcule:

- a) a probabilidade de que Alfredo vença a disputa na primeira experiência.
- b) a probabilidade de que Alfredo vença a disputa.

Resolução

a) Alfredo vencerá a disputa na primeira experiência se, no lançamento das moedas, ocorrer:

I) 3 caras no seu lançamento ou

II) 2 caras no seu lançamento e Bruno não obtiver 2 caras ou

III) 1 cara no seu lançamento e Bruno não obtiver alguma cara.

A probabilidade de Alfredo ganhar, então, nessas condições é

$$P_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{8} + \frac{9}{32} + \frac{3}{32} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$$

b) Ocorrerá empate em cada experiência se, nos seus lançamentos, ambos obtiverem 0, 1 ou 2 caras.

A probabilidade de empate, em cada experiência, é

$$P_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{32} + \frac{6}{32} + \frac{3}{32} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

Alfredo ganhará a disputa se vencer logo na primeira experiência ou, empatar na primeira e vencer na segunda ou, empatar a primeira e segunda e vencer a terceira e, assim, sucessivamente.

A probabilidade de ele vencer é, portanto,

$$P = \frac{1}{2} + \frac{5}{16} \cdot \frac{1}{2} + \frac{5}{16} \cdot \frac{5}{16} \cdot \frac{1}{2} + \frac{5}{16} \cdot \frac{5}{16} \cdot \frac{5}{16} \cdot \frac{1}{2} + \dots = \frac{1}{2} \cdot \left[1 + \frac{5}{16} + \left(\frac{5}{16}\right)^2 + \left(\frac{5}{16}\right)^3 + \dots\right] =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{5}{16}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{11}{16}} = \frac{16}{22} = \frac{8}{11}$$

Respostas: a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{8}{11}$

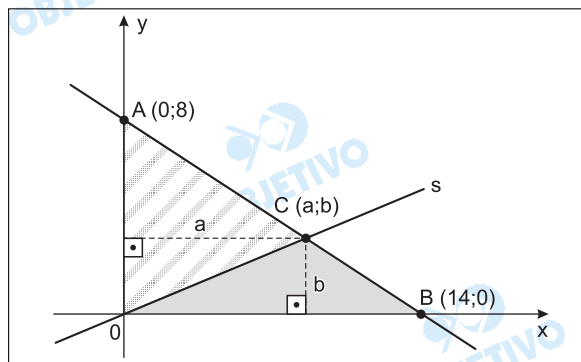
2

Seja r a reta $4x + 7y - 56 = 0$ que intercepta o eixo das ordenadas no ponto A e o eixo das abscissas no ponto B . Considere uma reta s , que passa pela origem $O(0,0)$ e intercepta a reta r no ponto C , de modo que a área do triângulo OCB seja igual à metade da área do triângulo OAC .

- a) Encontre a equação da reta s .
b) Determine as coordenadas do ponto C .

Resolução

1º) A partir da reta r , de equação $4x + 7y - 56 = 0$, temos $A(0; 8)$ e $B(14; 0)$.



2º) Seja $C(a; b)$, com $a > 0$ e $b > 0$, o ponto em que a reta s , que passa pela origem intercepta a reta r de modo que a área do triângulo OCB seja igual à metade da área do triângulo OAC , então:

$$2 \cdot \left(\frac{14 \cdot b}{2} \right) = \frac{8 \cdot a}{2} \Leftrightarrow 7 \cdot b = 2a \Leftrightarrow b = \frac{2 \cdot a}{7}$$

3º) Como o ponto $C\left(a; \frac{2a}{7}\right)$ pertence à reta r , suas coordenadas satisfazem à equação de r :

$$4 \cdot a + 7 \cdot \left(\frac{2a}{7} \right) - 56 = 0 \Leftrightarrow 6 \cdot a = 56 \Leftrightarrow a = \frac{28}{3}$$

4º) Para $a = \frac{28}{3}$, o ponto C tem coordenadas

$$C\left(\frac{28}{3}; \frac{8}{3}\right)$$

5º) A reta s , que passa pela origem e pelo ponto $C(a; b)$ tem equação:

$$y = \frac{b}{a} \cdot x \Leftrightarrow y = \frac{8/3}{28/3} \cdot x \Leftrightarrow y = \frac{2}{7} \cdot x$$

Respostas: a) $y = \frac{2}{7} \cdot x$ b) $\left(\frac{28}{3}; \frac{8}{3}\right)$

3

Considere o sistema linear nas incógnitas **x**, **y** e **z**:

$$\begin{cases} x - 2y - z = 8 \\ 2x + y + 3z = -2 \\ ax + y + 2z = 8 \end{cases}$$

- a) Encontre o valor de **a** que torna o sistema impossível ou indeterminado.
 b) Utilize o valor de **a** encontrado no item anterior para verificar se o sistema dado é impossível ou indeterminado.

Resolução

a) O sistema $\begin{cases} x - 2y - z = 8 \\ 2x + y + 3z = -2 \\ ax + y + 2z = 8 \end{cases}$ será impossível

ou indeterminado se, e somente se,

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ a & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -5a + 5 = 0 \Leftrightarrow a = 1$$

b) Para $a = 1$, a matriz incompleta

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ tem característica } 2 \text{ e a matriz}$$

$$\text{completa } \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & -2 & -1 & -1 & 8 \\ 2 & 1 & 3 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 2 & 8 & \end{array} \right) \text{ tem característica}$$

$$3 \text{ pois } \begin{vmatrix} 1 & -2 & 8 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 8 \end{vmatrix} \neq 0.$$

Assim sendo, para $a = 1$ o sistema é impossível.

Respostas: a) $a = 1$

b) sistema impossível

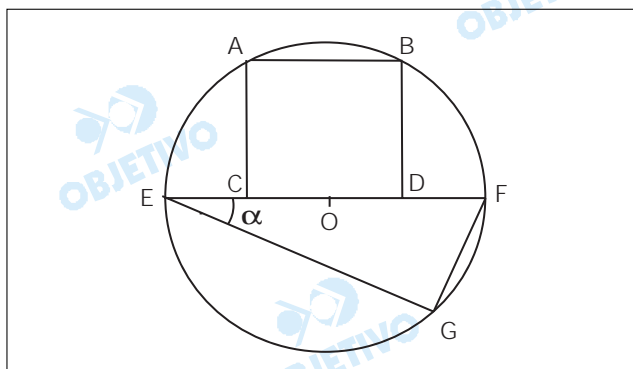
4

Na figura abaixo, **ABCD** é quadrado de área **80 cm²**;

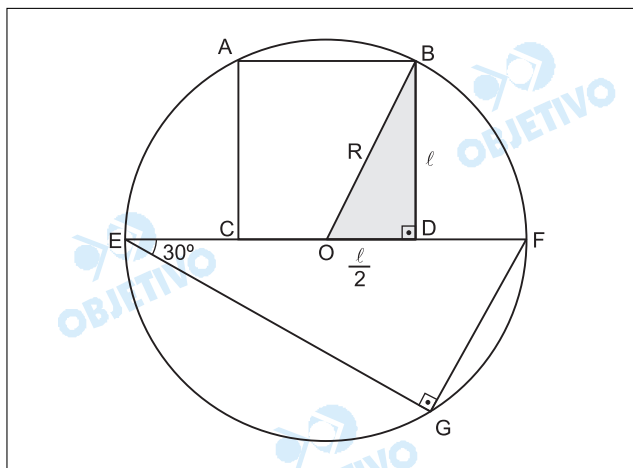
EF é diâmetro da circunferência de centro **O** e a medida do ângulo α (**FÊG**) é **30°**.

$$(\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OE} = \overline{OF} = \overline{OG})$$

Determine a área do triângulo **EFG**.



Resolução



Seja ℓ a medida do lado do quadrado $ABCD$, de área 80 cm^2 temos que $\ell = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$, em centímetros. No triângulo retângulo OBD , $BD = \ell = 4\sqrt{5}$, $OD = \frac{1}{2}\ell = 2\sqrt{5}$ e $OB = R$ (raio da circunferência).

Então, $R^2 = (2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{5})^2 \Rightarrow R = 10$
 Assim, $EF = 2R = 20$ e $EG = 20 \cdot \cos 30^\circ = \frac{20\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$.

A área do triângulo EFG é igual a

$$S = \frac{EF \cdot EG \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{20 \cdot 10\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ}{2} = 10 \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 50\sqrt{3}$$

Resposta: $50\sqrt{3} \text{ cm}^2$

5

a) A equação $2x^3 - 8x^2 + mx + 16 = 0$, sendo m um número real, tem raízes a , b e c , tais que: $a = b + c$.

Determine o valor de S , tal que $S = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{ac}$.

b) O polinômio $P(x) = 3x^4 - 22x^3 + 64x^2 - 58x + 13$ é

divisível por $\left(x - \frac{1}{3}\right)$.

Encontre as raízes da equação $P(x) = 0$ no conjunto dos números complexos.

Resolução

a) Se $\{a, b, c\}$ for o conjunto-verdade da equação $2x^3 - 8x^2 + mx + 16 = 0$ e $a = b + c$ então:

$$\begin{cases} a + b + c = 4 \\ ab + ac + bc = m \\ abc = -8 \\ a = b + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b + c = 2 \\ bc = -4 \end{cases}$$

Se $S = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{ac}$ então

$$\begin{aligned} S &= \frac{bc + ac + b^2}{abc} = \frac{b(b+c) + ac}{abc} = \frac{ab + ac}{abc} = \\ &= \frac{a(b+c)}{abc} = \frac{b+c}{bc} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

b) Se $P(x) = 3x^4 - 22x^3 + 64x^2 - 58x + 13$ for divisível por $\left(x - \frac{1}{3}\right)$ então

$$\begin{array}{r|l} 3 & -22 & 64 & -58 & 13 & \\ \hline 3 & -21 & 57 & -39 & 0 & \end{array} \quad \left| \frac{1}{3} \right.$$

e portanto

$$P(x) = \left(x - \frac{1}{3}\right) (3x^3 - 21x^2 + 57x - 39) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(x) = (3x - 1)(x^3 - 7x^2 + 19x - 13)$$

As possíveis raízes inteiras de $x^3 - 7x^2 + 19x - 13 = 0$ são 1, -1, 13 e -13. Por substituição verifica-se que 1 é raiz. Assim sendo

$$\begin{array}{r|l} 1 & -7 & 19 & -13 & \\ \hline 1 & -6 & 13 & 0 & \end{array} \quad \left| 1 \right. \quad e$$

portanto $x^3 - 7x^2 + 19x - 13 = (x - 1)(x^2 - 6x + 13)$

$$P(x) = (3x - 1)(x - 1)(x^2 - 6x + 13) \text{ e}$$

portanto $P(x) = 0 \Rightarrow 3x - 1 = 0$ ou $x - 1 = 0$ ou

$$x^2 - 6x + 13 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \text{ ou } x = 1 \text{ ou}$$

$$x = \frac{6 \pm 4i}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \text{ ou } x = 1 \text{ ou } x = 3 \pm 2i$$

Respostas: a) $S = -\frac{1}{2}$

$$b) \left\{ -\frac{1}{3}; 1; 3 + 2i; 3 - 2i \right\}$$

6

O gerente de produção de uma indústria construiu a tabela abaixo, relacionando a produção dos operários com sua experiência.

Experiência (meses)	0	6
Produção (unidades por hora)	200	350

Acredita o gerente que a produção Q se relaciona à experiência t , através da função

$Q(t) = 500 - A \cdot e^{-k \cdot t}$, sendo $e = 2,72$ e k um número real, positivo.

a) Considerando que as projeções do gerente de produção dessa indústria estejam corretas, quantos meses de experiência serão necessários para que os operários possam produzir 425 unidades por hora?

b) Desse modo, qual será a máxima produção possível dos operários dessa empresa?

Resolução

Sendo $Q(t) = 500 - A \cdot e^{-k \cdot t}$, a partir dos dados, temos:

$$1^a) Q(0) = 200 \Rightarrow 200 = 500 - A \cdot e^{-k \cdot 0} \Leftrightarrow A = 300.$$

$$2^a) Q(6) = 350 \Rightarrow 350 = 500 - 300 \cdot e^{-k \cdot 6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 150 = 300 \cdot e^{-k \cdot 6} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{e^{k \cdot 6}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow e^{k \cdot 6} = 2 \Leftrightarrow k \cdot 6 = \log_e 2 \Leftrightarrow k = \frac{\log_e 2}{6}$$

Dessa forma a função dada é

$$Q(t) = 500 - 300 \cdot e^{-\frac{\log_e 2}{6} \cdot t} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow Q(t) = 500 - 300 \cdot \left(e^{\log_e 2} \right)^{-\frac{t}{6}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow Q(t) = 500 - 300 \cdot 2^{-\frac{t}{6}} \Leftrightarrow$$

a) Para produzir 425 unidades por hora, temos:

$$425 = 500 - 300 \cdot 2^{-\frac{t}{6}} \Leftrightarrow 75 = 300 \cdot 2^{-\frac{t}{6}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{2^{t/6}} \Leftrightarrow 2^{\frac{t}{6}} = 2^2 \Leftrightarrow t = 12.$$

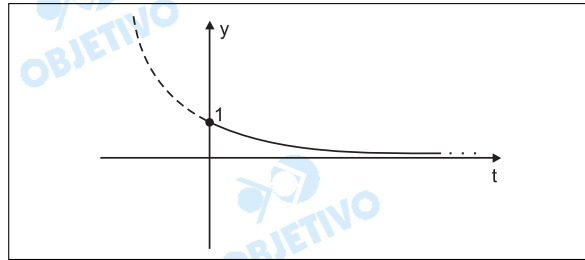
Portanto, após 12 meses de experiência.

$$b) \text{ Seja } Q(t) = 500 - 300 \cdot 2^{-\frac{t}{6}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow Q(t) = 500 - 300 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[6]{2}} \right)^t.$$

O gráfico da função $f: R_+ \rightarrow R_+$, definida por

$$f(t) = \left(\frac{1}{\sqrt[6]{2}} \right)^t \text{ é do tipo}$$



Assim sendo, quanto t aumenta indefinidamente,

$\frac{1}{\sqrt[6]{2}}$ tende para zero e $Q(t)$ tende para 500.

Respostas: a) 12 meses

b) o maior número inteiro de peças é 499, que acontecerá, aproximadamente, após 50 meses.

7

a) Determine, no plano de Argand-Gauss, o lugar geométrico dos números complexos z representados pela equação: $z \cdot \bar{z} - w \cdot \bar{z} + 25 = 0$, sendo $w = -2 + 5i$.

b) De todos os números complexos z de módulo 3, determine aqueles que satisfazem a igualdade $|z - 2i| = \sqrt{3} \cdot |i - 2|$

Resolução

Sendo: $z = x + yi$ e $\bar{z} = x - yi$

$w = -2 + 5i$ e $\bar{w} = -2 - 5i$

a) Então: $z \cdot \bar{z} - w \cdot \bar{z} + 25 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (x + yi)(x - yi) - (-2 + 5i)(x - yi) -$$

$$-(-2 - 5i)(x + yi) + 25 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 10y + 25 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 4$$

que é uma circunferência de $C(-2; 5)$ e $r = 2$.

b) 1) Sendo $z = x + yi$ então $|z| = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 3 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 9$$

$$2) z - 2i = x + yi - 2i = x + (y - 2)i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |z - 2i| = \sqrt{x^2 + (y - 2)^2}$$

$$3) i - 2 \Rightarrow |i - 2| = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \cdot |i - 2| = \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{15}$$

$$4) |z - 2i| = \sqrt{3} \cdot |i - 2| \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 2)^2} = \sqrt{15} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2 - 4y + 4} = \sqrt{15} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{13 - 4y} = \sqrt{15} \Leftrightarrow 13 - 4y = 15 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}$$

$$5) y = -\frac{1}{2} \text{ e } x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{35}}{2}$$

$$6) z = \pm \frac{\sqrt{35}}{2} - \frac{1}{2} i$$

Respostas:

a) O lugar geométrico pedido é uma circunferência de centro $(-2; 5)$ e raio 2.

b) Os números são $-\frac{\sqrt{35}}{2} - \frac{1}{2} i$ e $-\frac{\sqrt{35}}{2} - \frac{1}{2} i$

8

- a) Um televisor, cujo preço à vista é R\$1.000,00, está sendo vendido, a prazo, em 3 parcelas mensais, sucessivas e iguais a R\$ 350,00, sem entrada. João Augusto tem R\$ 1 000,00 aplicados à taxa de 2% ao mês, pelo critério de juros compostos, mas preferiu comprar o televisor a prazo. "Levo o televisor sem gastar nada agora e, ainda, mantenho o dinheiro aplicado. Pagarei as parcelas com retiradas mensais da aplicação", pensou ele. João Augusto raciocinou corretamente? Haverá dinheiro suficiente na aplicação para saldar a última parcela do financiamento?
- b) Certa loja tem como política de vendas a crédito exigir, como entrada, 20% do valor à vista da mercadoria e o restante a ser liquidado no final de 3 meses. Neste caso, o saldo devedor é acrescido de 10% do valor à vista da mercadoria, a título de "despesas administrativas". Qual é a taxa anual de juros simples cobrada por esta loja?

Resolução

a) Acompanhemos a aplicação de João Augusto.

1) **Aplicação inicial:** R\$ 1000,00.

2) **Ao final do 1º mês** tem aplicado

$$R\$ 1000,00 \times 1,02 = R\$ 1020,00.$$

Retira R\$ 350,00 para pagar a 1ª parcela.

$$\text{Continuam aplicados } R\$ (1020,00 - 350,00) = \\ = R\$ 670,00.$$

3) **Ao final do 2º mês** tem aplicado

$$R\$ 670,00 \times 1,02 = R\$ 683,40.$$

Retira R\$ 350,00 para pagar a 2ª parcela.

$$\text{Continuam aplicados } R\$ (683,40 - 350,00) = \\ = R\$ 333,40.$$

4) **Ao final do 3º mês** tem aplicado

$$R\$ 333,40 \times 1,02 \cong R\$ 340,07, \text{ insuficientes} \\ \text{para pagar a 3ª parcela.}$$

João não raciocinou corretamente.

b) Sendo v o valor à vista da mercadoria, $i\%$ a taxa anual de juros simples cobrada por esta loja e J o juro simples cobrado, tem-se

$$J = \frac{80\% v \cdot i \frac{3}{12}}{100} = 10\% v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{0,80 \cdot i}{400} \cdot 0,10 \Rightarrow i = 50$$

- Respostas:** a) João **não** raciocinou corretamente. Faltarão dinheiro para pagar a 3ª parcela.
b) A taxa anual de juros simples é 50%.

9

Denomina-se "desconto na fonte" o Imposto de Renda (IR) pago pelos empregados brasileiros com registro em carteira de trabalho, mediante desconto diretamente da sua remuneração mensal.

Para valores de salário-referência maiores que R\$2.115,00, o cálculo do desconto de IR na fonte é feito através da seguinte equação:

$$\text{IR} = (\text{salário} - \text{referência}) \cdot (0,275) - 423,08$$

Obtém-se o salário-referência (SR), deduzindo-se do salário bruto os valores referentes ao gasto com dependentes (R\$106,00 para cada um) e à contribuição ao INSS (11% sobre o valor teto de R\$1.869,39), conforme a expressão seguinte:

$$\text{SR} = (\text{salário bruto}) - (1.869,39) \cdot (0,11) - (\text{nº de dependentes}) \cdot (106,00)$$

- a) Considere que João da Silva, analista de marketing de uma grande empresa do setor alimentício, foi contratado e registrado com um salário bruto de R\$3.523,63 e tem três dependentes. Quanto é descontado do seu salário, mensalmente, a título de Imposto de Renda na fonte?
- b) Entende-se por salário líquido (SL) o valor efetivamente recebido pelo assalariado, isto é, deduzindo-se do salário bruto a contribuição ao INSS (11% sobre R\$1.869,39) e o desconto do IR na fonte.

Considerando que em um ano de trabalho são efetuados 12 descontos de IR na fonte, calcule o número aproximado de meses de salário líquido do João da Silva que são devorados pelo "leão" da receita federal brasileira?

Resolução

- a) *Salário-referência de João da Silva*

$$\text{SR} = \text{R\$ } 3523,63 - \text{R\$ } 1.869,39 \times 0,11 - 3 \cdot \text{R\$ } 106,00 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{SR} \approx \text{R\$ } 3000,00$$

Imposto de renda descontado do salário de João

$$\text{IR} = \text{R\$ } 3000,00 \times 0,275 - \text{R\$ } 423,08 = \text{R\$ } 401,92$$

- b) *O salário líquido de João é*

$$\text{SL} = \text{R\$ } 3.523,63 - 0,11 \cdot \text{R\$ } 1.869,39 - \text{IR} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{SL} = \text{R\$ } (3523,63 - 205,63 - 401,92) =$$

$$= \text{R\$ } 2916,08$$

Anualmente são descontados do salário de João e a título de imposto de renda 12 x R\$ 401,92, equivalentes a $\frac{12 \times \text{R\$ } 401,92}{\text{R\$ } 2916,08} \approx 1,65$ salários líquidos.

Respostas: a) R\$ 401,92

b) 1,65 salários-líquido

10

É dada a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ -1 & 4 & -3 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$

a) Se $B = A^t - \frac{3}{2}A$, onde A^t a matriz transposta de A e

$$B = \begin{bmatrix} \frac{y}{x} & -10 & 5x + 7y \\ \frac{15}{2} & \frac{x}{y} & \frac{7}{2} \\ 2 & \frac{3y}{x} & 3x + 7y \end{bmatrix},$$

determine o número real w , tal que $w = |x \cdot y|$

b) Considere a matriz C , tal que $C = -\frac{3}{2}A^t$.

Encontre o valor do número real p , sendo p o determinante da matriz $C \cdot A^{-1}$, isto é, $p = \det(C \cdot A^{-1})$ e A^{-1} matriz inversa da matriz A .

Resolução

$$a) B = A^t - \frac{3}{2}A =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 6 & 4 & -1 \\ 2 & -3 & -2 \end{bmatrix} - \frac{3}{2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ -1 & 4 & -3 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -10 & -3 \\ \frac{15}{2} & -2 & \frac{7}{2} \\ 2 & -\frac{3}{2} & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{y}{x} & -10 & 5x + 7y \\ \frac{15}{2} & \frac{x}{y} & \frac{7}{2} \\ 2 & \frac{3y}{x} & 3x + 7y \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = -2 \\ 5x + 7y = -3 \\ 3x + 7y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2 \text{ e } y = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w = |x \cdot y| = |-2 \cdot 1| = 2$$

$$b) p = \det(C \cdot A^{-1}) = \det\left(-\frac{3}{2} A^t \cdot A^{-1}\right) =$$

$$= \left(-\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \det A^t \cdot \det A^{-1} =$$

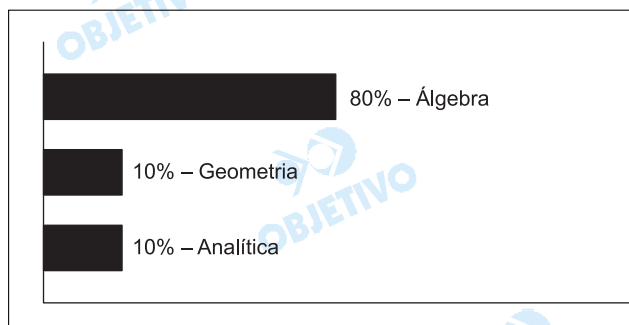
$$= -\frac{27}{8} \cdot \det A \cdot \frac{1}{\det A} \Rightarrow p = -\frac{27}{8}$$

Respostas: a) 2

$$b) p = -\frac{27}{8}$$

Comentário

A prova de raciocínio matemático do vestibular da FGV-EAESP apresentou questões bem elaboradas, com enunciados precisos e forte predominância de álgebra (8 questões). Com grau de dificuldade acima da média, a prova permitirá selecionar candidatos melhor preparados.



PORTUGUÊS

Leia o texto abaixo; depois, responda às perguntas.

TEXTO A

1 É justa a alegria dos lexicólogos e dos editores
2 quando, ao som dos tambores e das trombetas
3 da publicidade, aparecem a anunciar-nos a en-
4 trada de uns quantos milhares de palavras novas
5 nos seus dicionários. Com o andar do tempo, a
6 língua foi perdendo e ganhando, tornou-se, em
7 cada dia que passou, simultaneamente mais rica
8 e mais pobre: as palavras velhas, cansadas, fora
9 de uso, resistiram mal à agitação frenética das
10 palavras recém-chegadas, e acabaram por cair
11 numa espécie de limbo onde ficam à espera da
12 morte definitiva ou, na melhor hipótese, do toque
13 da varinha mágica de um erudito obsessivo ou de
14 um curioso ocasional, que lhe darão (sic) ainda
15 um lampejo breve de vida, um suplemento de
16 precária existência, uma derradeira esperança. O
17 dicionário, imagem ordenada do mundo, constrói-
18 se e desenvolve-se sobre palavras que viveram
19 uma vida plena, que depois envelheceram e defi-
20 nharam, primeiro geradas, depois geradoras,
21 como o foram os homens e as mulheres que as
22 fizeram e de que iriam ser, por sua vez, e ao
23 mesmo tempo, senhores e servos.

SARAMAGO, José. *Cadernos de Lanzarote II*. São Paulo: Companhia das Letras, 1999, p. 303/304.

1

- a) Qual o sentido, no texto, de "ao som dos tambores e das trombetas da publicidade" (L. 2 e 3)?
- b) Que recurso estilístico o autor usou nessa frase?

Resolução

- a) *"Ao som dos tambores e das trombetas da publicidade" é uma expressão figurada que significa, no texto, "com grande alarde; de forma intensamente ostensiva".*
- b) *A frase contém uma metáfora, ou seja, uma comparação implícita, uma substituição devida à semelhança entre os recursos utilizados pela publicidade para propagandear algo (termo real) e o alarde produzido por tambores e trombetas (termo ideal).*

2

Qual o sujeito e qual o objeto direto de "...aparecem a anunciar..." (L. 3)?

Resolução

O sujeito de "...aparecem a anunciar..." está oculto ou elíptico (eles), referindo-se a lexicólogos e editores. Já o objeto direto dessa locução verbal é "a entrada de uns quantos milhares de palavras novas".

3

Na frase abaixo, substitua a expressão sublinhada por outra de mesmo sentido.

...com o andar do tempo, a língua foi perdendo e ganhando... (L. 5 e 6)

Resolução

A expressão "com o andar do tempo" pode ser substituída, sem alteração de sentido, por "com o passar do tempo", "ao longo do tempo". A expressão refere-se ao desenvolvimento histórico da língua.

4

O que a língua foi perdendo e o que ela foi ganhando, segundo o texto (L. 5 e 6)?

Resolução

Segundo o texto, a língua, ao mesmo tempo em que ganha palavras novas, perde palavras antigas que vão deixando de ser usadas.

5

Transcreva o fragmento de texto "...por sua vez, e ao mesmo tempo, senhores e servos." (L. 22 e 23), substituindo a expressão sublinhada por um advérbio de mesmo sentido.

Resolução

No fragmento de texto "... por sua vez, e ao mesmo tempo, senhores e servos", a expressão sublinhada pode ser substituída pelo advérbio concomitantemente, simultaneamente.

6

Explique a diferença de sentido entre as construções abaixo.

- a) A língua foi perdendo e ganhando.
- b) A língua perdeu e ganhou.

Resolução

- a) Em "a língua foi perdendo e ganhando", a locução verbal indica a ação pretérita em processo, em continuidade. Trata-se, pois, de uma expressão dinâmica, própria dos tempos do infectum.
- b) Em "a língua perdeu e ganhou" a ação, pretérita, é apresentada como concluída. Trata-se de um tempo do perfectum, em que o processo verbal é dado como encerrado.

7

Observe: "O dicionário, imagem ordenada do mundo, constrói-se e desenvolve-se sobre palavras..." (L. 17 e 18). Transcreva esse fragmento do texto, passando para o plural a palavra dicionário e fazendo as adaptações necessárias.

Resolução

Passando para o plural a palavra dicionário, tem-se a seguinte frase: "Os dicionários, imagens ordenadas do mundo, constroem-se e desenvolvem-se sobre palavras".

8

Observe o período e as palavras sublinhadas:

O dicionário, imagem ordenada do mundo, constrói-se e desenvolve-se sobre palavras que viveram uma vida plena, que depois envelheceram e definharam, primeiro geradas, depois geradoras, como o foram os homens e as mulheres que as fizeram e de que iriam ser, por sua vez, e ao mesmo tempo, senhores e servos (L. 16 a 23).

A respeito das palavras sublinhadas, pergunta-se:

- Qual o antecedente que?
- Qual palavra é substituída por as?
- Que outra forma seria possível usar em lugar de de que?

Resolução

- O antecedente do pronome relativo que é "os homens e as mulheres".*
- O pronome pessoal oblíquo as substitui o substantivo "palavras".*
- Em lugar de de que poder-se-ia usar das quais.*

9

Transcreva uma das várias antíteses presentes no texto.

Resolução

Algumas das várias antíteses presentes no texto são: "perdendo e ganhando" (L. 6); "rica" e "pobre" (L. 7 e 8); "senhores e servos" (L. 23).

Leia agora o texto abaixo e responda às questões.

TEXTO B

- Há palavras que ninguém emprega. Apenas se
- encontram nos dicionários como velhas
- caducas num asilo. Às vezes uma que outra se
- escapa e vem luzir-se desdentadamente, em
- público, nalguma oração de paraninfo. Pobres
- velhinhas... Pobre velhinho!

QUINTANA, Mário. *Triste História*, em Porta Giratória. São Paulo: Globo, 1988, p. 20.

10

Explique dois pontos de contato entre o texto A e o texto B.

Resolução

Os dois textos (1) se referem a palavras caídas em desuso e (2) usam linguagem figurada, com comparações e metáforas, como recursos para realçar a expressão. No texto A, usa-se, por exemplo, a metáfora "limbo" para indicar o lugar "onde (as palavras) ficam à espera da morte definitiva [metáfora] ou, na melhor hipótese, do toque da varinha mágica [metáfora] de um erudito obsessivo ou de um curioso ocasional". No texto B, além da comparação das palavras desuetas com "velhas caducas", o autor emprega o advér-

bio metafórico "desdentadamente" para sugerir o aspecto macróbio das velharias lexicais que, por assim dizer, tentam insinuar-se novamente na língua corrente.

11

Quem, em cada um dos textos, faz reaparecerem as palavras antigas?

Resolução

No texto A, quem faz reaparecerem as palavras antigas é "um erudito obsessivo" ou "um curioso ocasional". No texto B, as "palavras que ninguém emprega" aparecem, por obra de algum orador fora de moda, "nalguma oração de paraninfo".

12

- a) Quem são, no texto, as "pobres velhinhas"? E o "pobre velhinho"? (L. 5 e 6).
b) Qual a diferença entre pobre velhinho e velhinho pobre?

Resolução

a) "Pobres velhinhas" são as palavras que ninguém mais emprega e que se encontram nos dicionários e, algumas vezes, nalguma oração de paraninfo. "Pobre velhinho" refere-se ao orador que, iludidamente, corteja as "pobres velhinhas", ou seja, procura "fazer bonito" com palavras dessuetas.

b) A diferença entre pobre velhinho e velhinho pobre está na posição do adjetivo "pobre" em relação ao substantivo "velhinho": anteposto significa "infeliz", "coitado" e posposto é sinônimo de "com más condições financeiras, falta de recursos".

13

Observe o fragmento seguinte: "Há palavras que ninguém emprega" (L. 1).

Na frase abaixo, transcreva as formas verbais sublinhadas, mas adapte-as à nova situação.

Seria preciso que não _____ palavras que ninguém _____.

Resolução

Seria preciso que não houvesse palavras que ninguém empregasse.

14

"Às vezes, uma que outra se escapa e vem luzir-se desdentadamente, em público, nalguma oração de paraninfo". Transcreva essa frase, substituindo as palavras sublinhadas, sem alterar-lhes o sentido. Faça as adaptações necessárias.

Resolução

"Às vezes, uma ou outra (alguma) se escapa e vem brilhar (ou tentar resplandecer, fazer efeito) desdentadamente, em público, nalgum discurso de paraninfo."

REDAÇÃO

INSTRUÇÕES

Esta prova é constituída de apenas um texto.

Com base nele:

- Dê um título sugestivo à sua redação.
- Redija um texto a partir das idéias apresentadas. Defenda os seus pontos de vista utilizando-se de argumentação lógica.

Na avaliação da sua redação, serão ponderados,

- A correta expressão em língua portuguesa.
- A clareza, a concisão e a coerência na exposição do pensamento.
- Sua capacidade de argumentar logicamente em defesa de seus pontos de vista.
- Seu nível de atualização e informação.
- A originalidade na abordagem do tema.

A Banca aceitará qualquer posicionamento ideológico do examinando.

Evite "fazer rascunho" e "passar a limpo" para não perder tempo.

A redação pode ser escrita a lápis.

Atenção para escrever com letra bem legível.

TEMA

"As democracias exigem não só governos legítimos mas também oposições legítimas. Em alguns países (.....) o resultado é o aparecimento de uma população cada vez mais alienada e cheia de raiva, especialmente constituída por jovens. Essa hostilidade está gerando uma retaliação tanto contra os regimes vigentes como contra as forças impessoais da globalização. Nos casos mais extremos, os grupos radicais ou fundamentalistas estão adotando soluções violentas para os seus sofrimentos, o que ficou tragicamente ilustrado pelos ataques terroristas do 11 de Setembro de 2001 e pelas suas repercussões mundiais.

Quando combinadas com as crescentes ameaças transnacionais, desde a AIDS até às mudanças climáticas, e exacerbadas por um sistema econômico global que, na maior parte dos casos, permanece firmemente instalado a favor dos países industriais, o resultado é uma crescente crise de governança em muitas partes do mundo. Das ruas de Seattle, Washington e Génova, na Itália, até às fábricas e aos campos de vastas zonas da Ásia, da África e da América Latina, por todo o lado há cidadãos que perderam a confiança na capacidade e no empenho dos seus líderes políticos para lidar com estes desafios prementes.

Que resposta devemos dar?"

Relatório do Desenvolvimento Humano –PNUD – 2002 – pnud.org.br

COMENTÁRIO – REDAÇÃO

Um fragmento do Relatório do Desenvolvimento Humano foi oferecido como base para a discussão de um fenômeno que tem preocupado governos e cidadãos do mundo todo: o surgimento de grupos, constituídos em sua maioria por jovens, que, movidos por sentimentos como revolta e indignação, têm desafiado líderes políticos, desqualificando-os para o exercício de governar em prol dos interesses globais. Para ilustrar suas considerações sobre o tema, o candidato poderia mencionar os movimentos contra o processo de globalização, que privilegia os países industrializados em detrimento dos demais, ou ainda a postura egoísta de potências como os EUA, que se recusam a assinar protocolos comprometendo-se a reduzir a emissão de gases poluentes ou apoiar outras medidas de interesse geral, como a criação de um Tribunal Internacional de Justiça.

Além de considerar a pertinência de algumas reivindicações e protestos de tais grupos, o candidato poderia questionar os métodos, em geral violentos, empregados em suas manifestações – tendo sido emblemático o ataque terrorista de 11 de setembro, que, ao mesmo tempo em que chocou o mundo, representou, por parte das minorias radicais, um alerta quanto à sua disposição beligerante.

No que diz respeito à pergunta que constava do final do fragmento (“Que resposta devemos dar?”), o candidato poderia sugerir que os governos adotassem políticas mais sensíveis às necessidades globais, e não apenas aos interesses nacionais, a fim de, senão neutralizar, ao menos reduzir as oposições ilegítimas.