

1

- a) Antônio investiu a quantia recebida de herança em três aplicações distintas: 35% do total recebido em um fundo de renda fixa; 40% do valor herdado em um fundo cambial e o restante da herança em ações. No final de um ano as aplicações renderam, de juro, um total de R\$ 28 500,00.

Determine a quantia herdada por Antônio, sabendo que os rendimentos anuais foram de 30%, 20% e 40%, respectivamente, no fundo de renda fixa, no fundo cambial e nas ações.

- b) Um investidor aplicou na mesma data, por 20 dias, em fundos diferentes que operam no sistema de juro simples, os capitais de R\$ 110 000,00 e R\$ 80 000,00. No final do período o maior valor, aplicado à taxa de 9% ao mês, rendeu, de juro, R\$ 3 400,00 a mais que a aplicação do menor valor.

Determine a taxa mensal de juros de aplicação do menor valor.

Resolução

- a) Sendo x a quantia recebida de herança por Antonio, temos:

$$\begin{aligned} 30\% \cdot 35\% \cdot x + 20\% \cdot 40\% \cdot x + 40\% \cdot 25\% \cdot x &= 28500 \Rightarrow \\ \Rightarrow 0,105x + 0,008x + 0,1x &= 28500 \Rightarrow \\ \Rightarrow 0,285x &= 28500 \Rightarrow x = 100\,000 \end{aligned}$$

- b) Sendo x e $i\%$ respectivamente o rendimento e a taxa mensal de juros da aplicação de menor valor (R\$ 80000,00), temos:

$$\begin{cases} \frac{110\,000 \cdot 9 \cdot \frac{2}{3}}{100} = 3400 + x \\ \frac{80\,000 \cdot i \cdot \frac{2}{3}}{100} = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3200 \\ i = 6 \end{cases}$$

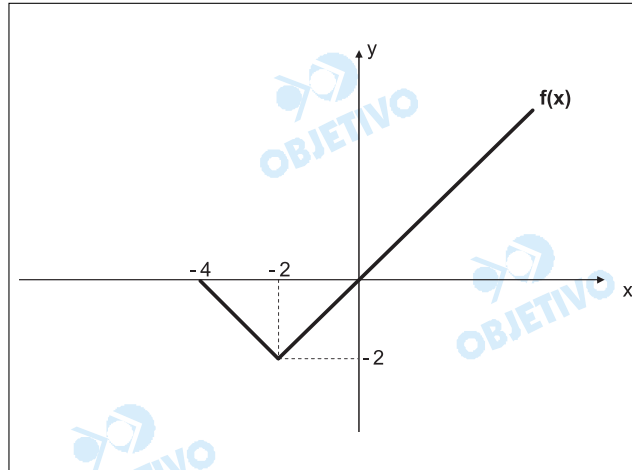
Respostas: a) Antonio herdou R\$ 100 000,00

b) A taxa mensal de juros da aplicação do menor valor é igual a 6%.

Seja $f(x)$ uma função definida no intervalo $[-4, +\infty[$, cujo gráfico está representado no plano cartesiano da figura abaixo.

Considere a função $g(x)$, tal que $g(x) = 1 - f(x + 2)$.

- Construa o gráfico de $g(x)$ no mesmo plano cartesiano onde está representada $f(x)$.
- Determine o Domínio e a Imagem da função $g(x)$.



Resolução

A função $f: [-4; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, representada no gráfico, é definida por:

- $f(x) = x$ se $x \geq -2$
- $f(x) = ax + b$ se $-4 \leq x < -2$, com $(-2, -2) \in f$ e $(-4; 0) \in f$

$$\begin{cases} (-2; -2) \in f \Rightarrow a(-2) + b = -2 \\ (-4; 0) \in f \Rightarrow a(-4) + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -4 \end{cases}$$

$$\text{Assim sendo, } f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \geq -2 \\ -x - 4 & \text{se } -4 \leq x < -2 \end{cases}$$

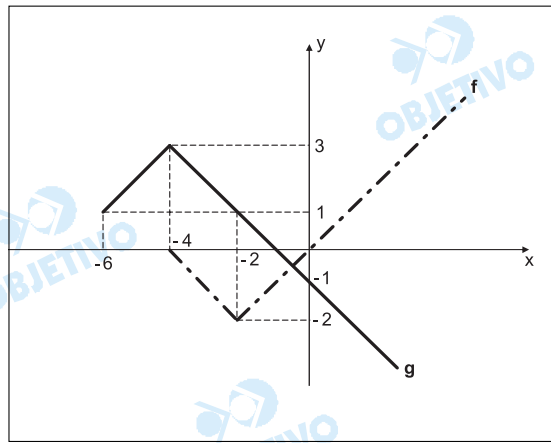
a) A função g é definida por

$$g(x) = 1 - f(x + 2) \text{ e, portanto}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1 - (x + 2) & \text{se } x + 2 \geq -2 \\ 1 - [- (x + 2) - 4] & \text{se } -4 \leq x + 2 < -2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow g(x) = \begin{cases} -x - 1 & \text{se } x \geq -4 \\ x + 7 & \text{se } -6 \leq x < -4 \end{cases}$$

O gráfico de g , construído no mesmo plano cartesiano onde está f , é



b)

De acordo com o item (a), temos

$$D(g) = [-6; +\infty[$$

$$Im(g) =]-\infty; 3]$$

Obs.: Poderíamos ter feito o gráfico de g , a partir do gráfico de f :

- a) deslocando duas unidades para a esquerda;
- b) invertendo o gráfico em relação ao eixo x ;
- c) subindo o gráfico de uma unidade.

- a) Uma urna contém 6 bolas brancas, 8 bolas pretas e 4 bolas verdes, todas iguais e indistinguíveis ao tato. Um jogador tira uma bola ao acaso. Se a bola for branca, ele ganha; se a bola for preta, ele perde. Se a bola for verde, ele retira outra bola ao acaso, sem repor a verde. Ele ganha se a segunda bola for branca; se não, ele perde.
Determine a probabilidade de o jogador ganhar.
- b) Sete pessoas, entre elas Bento e Paulo, estão reunidas para escolher, entre si, a Diretoria de um clube formada por um presidente, um vice-presidente, um secretário e um tesoureiro.
Determine o número de maneiras de compor a Diretoria, onde Paulo é vice-presidente e Bento não é presidente nem tesoureiro.

Resolução

- a) A probabilidade de esse jogador ganhar na primeira

$$\text{retirada é } p_1 = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}.$$

Se isso não acontecer, a probabilidade p_2 de ele ganhar é ter retirado uma bola verde, não repor essa bola e, em seguida, retirar uma bola branca, isto é

$$p_2 = \frac{4}{18} \cdot \frac{6}{17} = \frac{4}{51}.$$

Portanto, a probabilidade de o jogador ganhar é

$$p = p_1 + p_2 = \frac{1}{3} + \frac{4}{51} = \frac{21}{51} = \frac{7}{17}.$$

- b) Existem $5 \cdot 4$ maneiras de escolher o presidente e o tesoureiro. Para cada uma dessas 20 maneiras, o secretário pode ser uma das outras 4 pessoas. Logo, o número de maneiras de compor a diretoria é $4 \cdot 20 = 80$.

Respostas: a) $\frac{7}{17}$

b) 80

4

- a) Determine o menor número real cuja soma com o próprio quadrado é igual ao próprio cubo.
- b) Determine o valor de $W = \frac{1}{r^2} + \frac{1}{s^2}$, sendo r e s as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$; $c \neq 0$.

Resolução

a) Seja x esse tal número. Conforme o enunciado,

$$x + x^2 = x^3 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - x = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x \cdot (x^2 - x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

Como $\frac{1 - \sqrt{5}}{2} < 0 < \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, o menor número que satisfaz as condições propostas é $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$.

- b) Se r e s são as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$ e $c \neq 0$, então

$$r + s = -\frac{b}{a} \text{ e } r \cdot s = \frac{c}{a}$$

$$\text{Assim, } W = \frac{1}{r^2} + \frac{1}{s^2} = \frac{r^2 + s^2}{r^2 \cdot s^2} =$$

$$= \frac{(r + s)^2 - 2rs}{(rs)^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow W = \frac{\left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2 \cdot \frac{c}{a}}{\left(\frac{c}{a}\right)^2} = \frac{\frac{b^2 - 2ac}{a^2}}{\frac{c^2}{a^2}} =$$

$$= \frac{(b^2 - 2ac)}{c^2}$$

Respostas: a) $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$

b) $\frac{(b^2 - 2ac)}{c^2}$

Uma casa de bingo da cidade de São Paulo que funciona 24 horas por dia o ano inteiro, coloca à venda 1000 cartelas ao preço de R\$ 4,00 por unidade em cada uma das rodadas, realizadas em intervalos de 40 minutos e, a esse preço, consegue vender 75% das cartelas por rodada, oferecendo um prêmio de R\$ 3 200,00, em dinheiro, ao vencedor. As combinações numéricas das cartelas são determinadas de modo a garantir que, em cada rodada, haja uma única cartela vencedora.

O lucro médio do proprietário, por rodada, é dado pela diferença entre a receita obtida com a venda das cartelas e o valor do prêmio pago, considerando-se a probabilidade de, na rodada, haver uma cartela vencedora.

Não convém que várias rodadas terminem sem vencedor. Caso isso ocorra, a casa perderá credibilidade, afugentando potenciais clientes. Desse modo, em médio prazo, a rentabilidade decrescerá, embora possa parecer que o fato de não pagar o prêmio aumente o lucro médio por rodada.

- Nas condições atuais, qual o lucro médio por rodada do proprietário da casa de bingo?
- O proprietário pretende aumentar o preço da cartela, imaginando assim aumentar o lucro médio por rodada. Ocorre que um aumento no preço acarretará menor demanda por cartelas, na proporção de menos 30 cartelas a cada aumento de R\$ 0,10 no preço unitário.

Determine o preço de venda da cartela, de modo a obter lucro médio máximo por rodada. Se você fosse o proprietário da casa de bingo, aumentaria o preço da cartela ou manteria o preço atual?

Resolução

- Das 1000 cartelas colocadas à venda, apenas 75% . 1000 = 750 são vendidas.

A receita bruta pela venda dessas 750 cartelas é de 750 . R\$ 4,00 = R\$ 3 000,00.

Considerando que a probabilidade de haver uma cartela ganhadora é $\frac{750}{1000} = \frac{3}{4}$, significa que,

provavelmente, a cada quatro rodadas o proprietário paga três prêmios, em média. Desta forma, o lucro médio por rodada é

$$\frac{4 \cdot R\$ 3000,00 - 3 \cdot R\$ 3200,00}{4} = R\$ 600,00$$

- Sendo x . R\$ 0,10 o aumento a ser promovido pelo proprietário, tem-se:

1) receita bruta, em reais, de
 $(750 - 30 \cdot x) \cdot (4,00 + 0,10 \cdot x)$

2) a probabilidade de haver uma cartela vencedora é $\frac{750 - 30x}{1000} = \frac{75 - 3x}{100}$

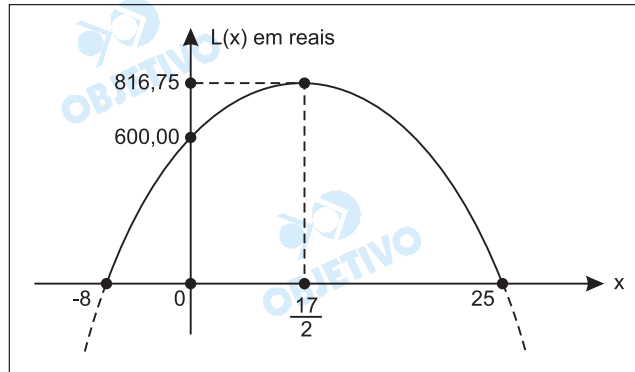
3) lucro médio por rodada, $L(x)$, em reais, tal que

$$L(x) = (750 - 30x) \cdot (4,00 + 0,10x) -$$

$$- \left(\frac{75 - 3x}{100} \right) \cdot 3200,00 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow L(x) = -3x^2 + 51x + 600$$

Como o gráfico de $L(x)$ é do tipo



o lucro médio será máximo, quando o preço da cartela for, em reais, de

$$4,00 + 0,10 \cdot \frac{17}{2} = 4,85$$

A esse preço, o lucro médio por rodada seria de R\$ 816,75, porém a probabilidade de ter uma cartela vencedora se reduz de 75% para

$$\frac{750 - 30 \cdot 8,5}{1000} \% = 49,5\%, \text{ tornando vulnerável}$$

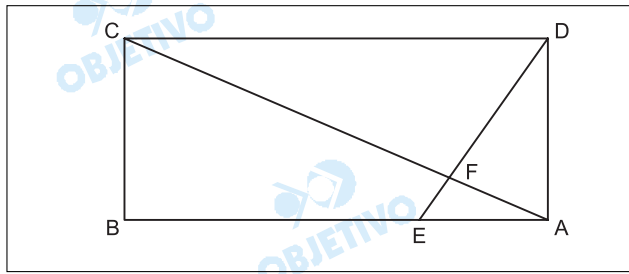
a credibilidade da casa.

Respostas: a) O lucro médio por rodada é de R\$ 600,00

b) O preço de venda da cartela, que gera o lucro máximo é de R\$ 4,85. Esse preço reduz a probabilidade de ter uma cartela ganhadora a 49,5%, colocando em xeque a credibilidade da casa. Desta forma, o aumento não compensa.

6

- a) Na figura abaixo, ABCD é um retângulo e CFD é um triângulo retângulo em F.
 Calcule a área (S) do retângulo ABCD, sabendo que $AB = 2AD = 4AE$ e $DF = 6m$.

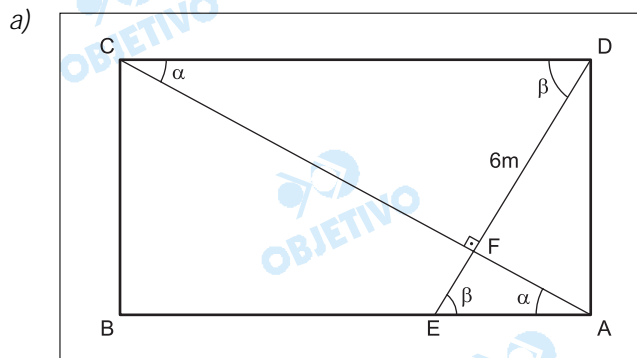


- b) Calcule o determinante da matriz

$$A = \begin{bmatrix} a & a & -c \\ 0 & b & c \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ sendo } a, b \text{ e } c, \text{ as raízes}$$

da equação $2x^3 - 5x^2 + 14x + 39 = 0$.

Resolução



$$I) CD = AB = 4AE \Rightarrow \frac{AE}{CD} = \frac{1}{4}$$

Os triângulos AEF e CDF são semelhantes pelo critério (AA~). Assim,

$$\frac{AE}{CD} = \frac{FE}{FD} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{FE}{6m} \Rightarrow FE = \frac{3}{2}m$$

II) No triângulo AED, temos

$$(AD)^2 + (AE)^2 = (ED)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2AE)^2 + (AE)^2 = \left(6 + \frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5(AE)^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 \Rightarrow AE = \frac{3\sqrt{5}}{2}m, \text{ pois}$$

$$AE > 0$$

III) Sendo $S = AB \cdot AD$ a área do retângulo ABCD e $AB = 4AE$ e $AD = 2AE$, temos

$$S = AB \cdot AD \Rightarrow S = 4AE \cdot 2AE = 8 \cdot \left(\frac{3\sqrt{5}}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = 90$$

- b) Sendo a , b e c as raízes da equação $2x^3 - 5x^2 + 14x + 39 = 0$, temos

$$ab + ac + bc = \frac{14}{2} = 7$$

Assim,

$$\det A = \begin{vmatrix} a & a & -c \\ 0 & b & c \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = ab + ac + bc = 7$$

Respostas: a) $90m^2$

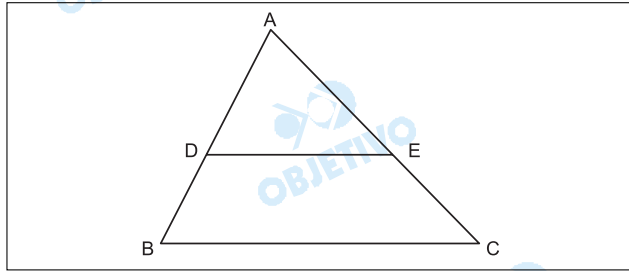
b) O determinante da matriz A é igual a 7

- a) Os lados do triângulo ABC da figura abaixo são:

$$AB = 28\text{cm}, AC = 21\text{cm} \text{ e } BC = 35\text{cm}.$$

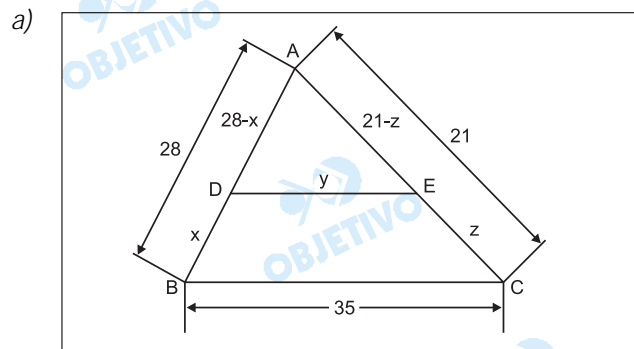
Uma paralela ao lado \overline{BC} intercepta os lados \overline{AB} e \overline{AC} nos pontos D e E, respectivamente.

Determine a medida dos lados BD, DE e EC do trapézio BDEC, sabendo que o seu perímetro é 74cm.



- b) Escreva a equação da reta que passa pelo ponto $A(2, 5)$ e que corta a reta r dada por suas equações paramétricas: $x = t + 1$ e $y = t - 2$, num ponto B, tal que $AB = 3\sqrt{2}$.

Resolução



Sejam $BD = x$ cm, $DE = y$ cm e $EC = z$ cm.

Como o perímetro do trapézio BDEC é 74 cm, temos:

$$x + y + z + 35 = 74 \Leftrightarrow x + y + z = 39$$

Os triângulos ADE e ABC são semelhantes e, portanto

$$\frac{28 - x}{28} = \frac{y}{35} = \frac{21 - z}{21} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{28 - x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{21 - z}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 4y = 140 \\ 3y + 5z = 105 \end{cases}$$

$$\text{Assim, do sistema} \begin{cases} x + y + z = 39 \\ 5x + 4y = 140 \\ 3y + 5z = 105 \end{cases}$$

temos $x = 8$, $y = 25$ e $z = 6$

- b) 1º) A reta r tem equações paramétricas $x = t + 1$ e $y = t - 2$ e, portanto,
 $x - 1 = t$ e $y + 2 = t \Leftrightarrow y = x - 3$.
- 2º) O ponto B, pertencente à reta r , tem coordenadas $B(x; x - 3)$.

3º) Se $A(2; 5)$, $B(x; x - 3)$ e $AB = 3\sqrt{2}$, então
 $(x - 2)^2 + (x - 8)^2 = 18 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 = 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x = 5$ e, portanto, $B(5; 2)$.

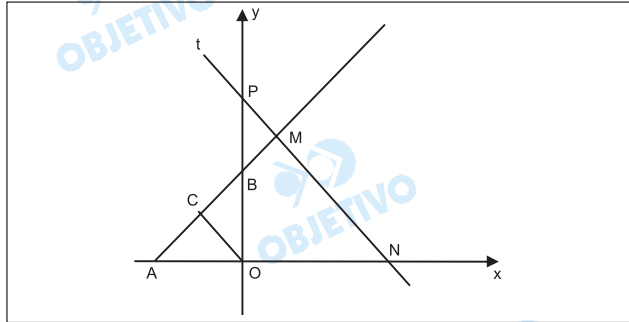
4º) A reta AB tem equação:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 3x + 3y - 21 = 0$$

Respostas: a) $BD = 8$ cm, $DE = 25$ cm e $EC = 6$ cm

b) $3x + 3y - 21 = 0$

- a) Na figura abaixo, os ângulos \widehat{OCA} e \widehat{AMN} são retos; o ângulo \widehat{COA} mede 45° , e as medidas dos segmentos \overline{OC} e \overline{MN} são, respectivamente, 2cm e 5cm. Escreva a equação da reta t , suporte do segmento \overline{MN} .



- b) Sendo $P(x) = 4x^6 + 2x^5 - 2x^4 + x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, e $G(x) = 2x^3 + x^2 - 2x + 1$, determine os valores de α , β e γ , que tornam $P(x)$ divisível por $G(x)$ e também o polinômio $Q(x)$, quociente da divisão de $P(x)$ por $G(x)$.

Resolução

- a) 1º) No triângulo retângulo e isósceles, ACO , com

$$AC = OC = 2, \text{ resulta } AO = 2\sqrt{2}$$

- 2º) No triângulo retângulo e isósceles AMN , com

$$AM = MN = 5, \text{ resulta } AN = 5\sqrt{2}$$

$$\text{Portanto } ON = AN - AO = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{e então } N(3\sqrt{2}; 0)$$

- 3º) Como a reta t tem inclinação $\theta = 135^\circ$, seu coeficiente angular será $m = \operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} 135^\circ = -1$, e a equação da reta t resulta

$$y - 3\sqrt{2} = -1 \cdot (x - 0) \Leftrightarrow x + y - 3\sqrt{2} = 0$$

- b) Da divisão de $P(x)$ por $G(x)$ pelo "método da chave" resulta:

$$\begin{array}{r|l} 4x^6 + 2x^5 - 2x^4 + x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma & 2x^3 + x^2 - 2x + 1 \\ -4x^6 - 2x^5 + 4x^4 - 2x^3 & \hline \hline 2x^4 - x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma & \\ -2x^4 - x^3 + 2x^2 - x & \hline \hline -2x^3 + (\alpha + 2)x^2 + (\beta - 1)x + \gamma & \\ 2x^3 + \quad \quad x^2 - 2x + 1 & \hline \hline (\alpha + 3)x^2 + (\beta - 3)x + (\gamma + 1) & \end{array}$$

Se $P(x)$ é divisível por $G(x)$, então

$$(\alpha + 3)x^2 + (\beta - 3)x + (\gamma + 1) = 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \alpha = -3, \beta = 3 \text{ e } \gamma = -1$$

O quociente da divisão resulta $Q(x) = 2x^3 + x - 1$

Respostas: a) $x + y - 3\sqrt{2} = 0$

b) $\alpha = -3, \beta = 3 \text{ e } \gamma = -1$

$$Q(x) = 2x^3 + x - 1$$

- a) Resolva a inequação $\sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{x^2} \leq x+2$, no conjunto dos números reais.
- b) Resolva a equação:

$$(3 + \sqrt{3})x = 1 + \frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{2-\sqrt{3}}{2} + \frac{3\sqrt{3}-5}{4} + \dots$$

Resolução

- a) Lembrando que $\sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{x^2} \leq x+2 \Leftrightarrow |x+1| + |x| \leq x+2$, devemos ter
- I) $-x-1-x \leq x+2$ para $x \leq -1 \Leftrightarrow x \geq -1$ e $x \leq -1 \Leftrightarrow x = -1 \Leftrightarrow V_1 = \{-1\}$
- II) $x+1-x \leq x+2$ para $-1 \leq x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$ e $-1 \leq x \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 0 \Leftrightarrow V_2 = [-1; 0]$
- III) $x+1+x \leq x+2$ para $x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$ e $x \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1 \Leftrightarrow V_3 = [0; 1]$

O conjunto-verdade, em \mathbb{R} , da inequação é

$$V = V_1 \cup V_2 \cup V_3 = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\} = [-1; 1]$$

- b) A seqüência $(a_n) = \left(1; \frac{\sqrt{3}-1}{2}; \frac{2-\sqrt{3}}{2}; \dots\right)$ é uma progressão geométrica com

primeiro termo

$$a_1 = 1 \text{ e razão } q = \frac{\sqrt{3}-1}{2}. \text{ Então}$$

$$(3 + \sqrt{3})x = \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{3}-1}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (3 + \sqrt{3})x = \frac{2}{3 - \sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{2}{6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow V = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

Respostas: a) $V = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}$

$$b) V = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

- a) Um instituto de pesquisa publicou os dados abaixo, referentes ao número de usuários da Internet (por 10 mil habitantes) no ano de 2004.

País	Internet (2004): Usuários por 10 mil habitantes
A	284,5
B	728,32

Especialistas avaliam que, a partir de 2004, o número de usuários por 10 mil habitantes crescerá à taxa de 10% ao ano no país B e de 20% ao ano no país A.

Baseado nessa estimativa, calcule o número mínimo de anos completos para que o número de usuários do país A supere o do país B.

Use as aproximações: $\log 2 = 0,3$; $\log 3 = 0,48$; $\log 11 = 1,04$, sendo $\log k$ o logaritmo de k na base 10.

- b) Uma casa que custa R\$ 200 000,00 pode ser adquirida a prazo com 50% de entrada e o restante no final de 1 ano, com juros compostos de 10% ao semestre.

Pedro, interessado no imóvel, tem R\$ 200 000,00 aplicados à taxa de 25% ao ano. Qual o menor percentual de desconto sobre o preço da casa que faria a compra à vista ser mais vantajosa para Pedro?

Resolução

- a) n anos após 2004, o número de usuários por 10 mil habitantes do país A é dado por

$$a_n = 284,5 \cdot (1,20)^n \text{ e do país B é dado por}$$

$$b_n = 728,32 \cdot (1,10)^n$$

O número mínimo de anos completos para que $a_n > b_n$ é o menor inteiro tal que

$$284,5 \cdot (1,20)^n \geq 728,32 \cdot (1,10)^n \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1,20}{1,10}\right)^n > \frac{728,32}{284,5} \Leftrightarrow \left(\frac{12}{11}\right)^n > 2,56 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \log \left(\frac{12}{11}\right) > \log 2,56 \Leftrightarrow n > \frac{\log 2,56}{\log 12 - \log 11}$$

Como

$$\log 2,56 = \log \frac{256}{100} = \log \frac{2^8}{100} =$$

$$= 8 \log 2 - \log 100 = 8 \cdot 0,30 - 2 = 0,4 \text{ e}$$

$$\log 12 = \log (2^2 \cdot 3) = 2 \cdot \log 2 + \log 3 =$$

$$= 2 \cdot 0,30 + 0,48 = 1,08$$

tem-se

$$n > \frac{0,4}{1,08 - 1,04} \Leftrightarrow n > 10$$

Assim, o número mínimo de anos completos é 11.

b) Seja $p\%$ o percentual de desconto sobre o preço à vista. Em reais, tem-se:

1) O preço à vista é $200\ 000 \cdot \left(\frac{100 - p}{100} \right)$

2) A prazo, pagam-se $100\ 000,00$ de entrada e financiam-se os outros $100\ 000,00$ que, ao final de 1 ano, gera um montante (segunda parcela de financiamento) de

$$100\ 000,00 \cdot (1,10)^2 = 121\ 000,00$$

3) Optando pelo financiamento, Pedro manterá aplicados $100\ 000,00$ que, ao final de um ano, geram um montante de $125\ 000,00$. Pagando a parcela do financiamento ainda lhe restam $4\ 000,00$.

4) A compra à vista só é mais vantajosa que a prazo, se da parcela que continuar aplicada resultar um montante superior a $4\ 000,00$.

Assim,

$$\left[200\ 000 - 200\ 000 \cdot \left(\frac{100 - p}{100} \right) \right] \cdot 1,25 > 4\ 000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 200\ 000 \cdot \frac{p}{100} \cdot 1,25 > 4\ 000 \Leftrightarrow p > 1,6$$

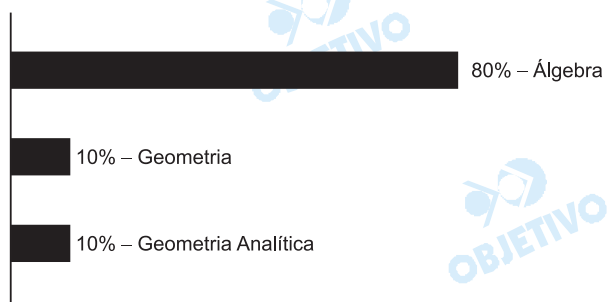
Respostas: a) No mínimo 11 anos.

b) O desconto no preço à vista deverá ser superior a $1,6\%$.

Comentário

A FGV aplicou uma prova de Matemática de excelente qualidade, com a proposição de questões voltadas para temas econômicos, sem ignorar outros itens do conteúdo programático.

Destaca-se a originalidade da questão 5, na qual o item B convida o vestibulando a tomar uma decisão empresarial com base nos cálculos de probabilidade.



1

“Ser senhor de engenho é título a que muitos aspiram, porque traz consigo o ser servido, obedecido e respeitado de muitos.”

ANTONIL, André João, *Cultura e opulência no Brasil*. Belo Horizonte: Ed. Itatiaia, 1982, p. 75.

O engenho de açúcar teve um papel decisivo no processo de colonização do Brasil. Com relação a isso:

- Quais eram as características econômicas do engenho de açúcar?
- Do ponto de vista social, qual o papel do engenho de açúcar nas estruturas de poder da sociedade colonial brasileira?

Resolução

- Latifúndio monocultor, exigindo altos investimentos iniciais, mão-de-obra escrava com alguns trabalhadores livres e produção voltada para o mercado externo.*
- O engenho de açúcar representava a base econômica da aristocracia rural nordestina; esta camada, de caráter conservador e patriarcal, controlava os mecanismos do poder local na sociedade colonial brasileira.*

2

Leia com atenção o trecho de um despacho de 1905 do Barão do Rio Branco e depois responda às questões propostas:

“Os Estados Unidos são o principal mercado para o nosso café e outros produtos. Ao seu governo devemos (...) provas da mais cordial amizade e devemos também serviços valiosos prestados em circunstâncias difíceis para nós. Tudo nos aconselha, portanto, a cultivar e estreitar cada vez mais essa amizade, para que assim possamos continuar a desfazer as intrigas e os pérfidos manejos de nossos invejosos e dos adversários ocasionais que as questões de fronteiras nos têm trazido.”

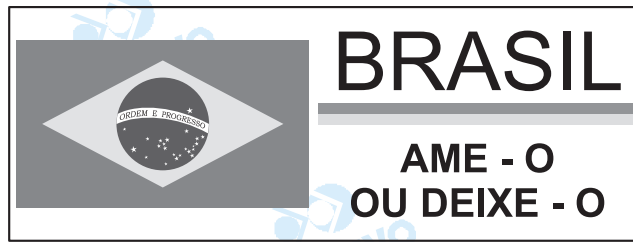
Apud Clodoaldo Bueno – Política Externa da Primeira República. São Paulo: Paz e Terra, 2003, p. 160.

- Como se caracterizou a política diplomática brasileira durante a gestão do Barão do Rio Branco?
- Tal política representou uma alteração nos rumos da diplomacia brasileira em comparação ao regime monárquico? Justifique sua resposta.

Resolução

- Aproximação com os Estados Unidos, resolução dos problemas de fronteiras por meio de negociações ou arbitramento e fortalecimento militar do Brasil no Hemisfério Sul.*
- Sim, pois no Período Imperial o Brasil privilegiava suas relações com os Estados europeus – notadamente, a Grã-Bretanha. Outrossim, o intervencionismo militar do Império Brasileiro no Prata foi substituído por uma política de entendimentos, dentro de um enfoque pan-americanista.*

Entre 1970 e 1974, a Ditadura Militar brasileira promoveu uma intensa propaganda ufanista. Observe a imagem abaixo e depois responda às questões propostas:



- Quais eram as características econômicas e políticas desse período?
- Aponte a mensagem política contida nessa imagem e relacione-a ao contexto do período.

Resolução

- Características econômicas: "Milagre Brasileiro", definido por altos índices de crescimento anual, projetos de impacto no plano energético e de transportes, forte endividamento externo, arrocho salarial, aumento da concentração de renda e manipulação de dados. Características políticas: auge da ditadura militar, com intensa repressão à oposição, censura à imprensa e controle sobre a opinião pública por meio da propaganda oficial.*
- A imagem em questão, veiculada na época pelo governo Médici, procurava associar a idéia de Pátria ao regime militar, dando a entender que a oposição ao mesmo seria antipatriótica e, conseqüentemente, não deveria permanecer dentro do País.*

De 1861 a 1865, os Estados Unidos da América do Norte vivenciaram uma sangrenta guerra civil, denominada Guerra de Secessão, na qual morreram mais de 600 mil combatentes. Leia o texto abaixo e depois responda às questões propostas.

"Sentimos que a nossa causa é justa e sagrada; solenemente proclamamos, para todo o gênero humano, que desejamos a paz ao preço de qualquer sacrifício, menos o da honra e da independência. Não procuramos conquista alguma, nem enaltecimento, nem concessão alguma de qualquer espécie dos Estados dos quais faz pouco tempo éramos confederados. Tudo o que pedimos é sermos deixados em paz; que aqueles que nunca mandaram em nós agora não tentem subjugar-nos pela força das armas."

Jefferson Davis, primeira fala ao Congresso dos Estados Confederados da América, 1861. Apud EISENBERG, P.L., *A Guerra civil americana*, São Paulo, Brasiliense, 1982, p. 7.

- a) Quais foram as causas da Guerra da Secessão?
- b) A Constituição norte-americana, ratificada em 1790, estabelecia uma república federalista. A ação dos Confederados rompia esses princípios constitucionais? Justifique sua resposta.

Resolução

- a) *Profundas diferenças históricas entre o Norte industrial e o Sul agro-exportador, culminando com as questões aduaneira e da escravidão (o Norte, protecionista e abolicionista; o Sul, livre-cambista e escravista).*
- b) *Sim, pois a Constituição dos Estados Unidos estabeleceu uma federação, na qual a autonomia dos estados-membros se subordina à autoridade do governo da União e elimina a possibilidade de separação. É por isso que os onze estados sulistas, ao se rebelarem contra essa estrutura, proclamaram sua independência sob a denominação de "Estados Confederados da América" – pois a idéia de confederação pressupõe a possibilidade de livre associação ou separação entre os estados participantes.*

Leia o texto abaixo e depois responda às questões propostas.

“No decurso do século XVI emergiu no Ocidente o Estado absolutista. As monarquias centralizadas da França, Inglaterra e Espanha representavam a ruptura decisiva com a soberania piramidal e parcelarizada das formações sociais medievais, com os seus sistemas de propriedade e vassalagem.”

ANDERSON, P., *Linhagens do Estado Absolutista*, trad., Lisboa: Afrontamento, 1984, p.13.

- a) Apresente uma definição e as principais características do Estado absolutista.
- b) Do ponto de vista militar, quais eram as diferenças entre os Estados absolutistas da França, Inglaterra e Espanha? Como essas diferenças influenciaram as disputas pela hegemonia internacional nos séculos XVI e XVII?

Resolução

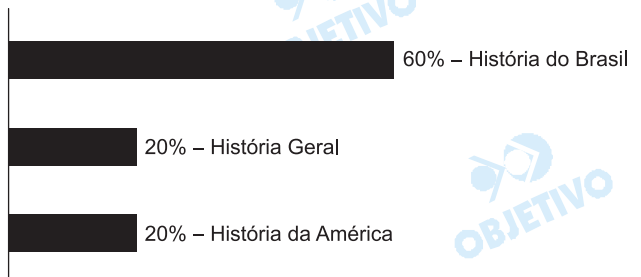
a) *O Estado absolutista caracterizou-se pela concentração de poderes nas mãos do rei. Em linhas gerais, o rei equilibrava-se entre a nobreza e a burguesia, concedendo aos nobres privilégios sociais e aos burgueses vantagens econômicas; não existia separação de poderes e a autoridade do monarca justificava-se principalmente pelo Direito Divino.*

Obs.: *Perry Anderson comete um equívoco ao equiparar o Estado absolutista espanhol e francês (absolutismo de direito – paradigma do Antigo Regime europeu) com o Estado inglês na época dos Tudors (absolutismo de fato, de caráter conjuntural, tendo em vista a existência do Parlamento).*

b) *Enquanto Espanha e França priorizaram o poder militar terrestre, a Inglaterra dedicou especial cuidado ao desenvolvimento de uma poderosa marinha de guerra. A diferença entre essas duas visões estratégicas produziu, de um lado, a hegemonia continental da França no reinado de Luís XIV; mas, por outro lado, resultou na supremacia marítima da Inglaterra – condição indispensável para a consolidação do capitalismo naquele país.*

Comentário

A prova de História do exame vestibular da FGV (2ª fase – 2005) apresentou o predomínio de questões sobre História do Brasil, privilegiando o período Republicano. Uma questão tratou sobre a Guerra da Secessão (1861 a 1865) nos Estados Unidos e outra sobre os Estados absolutistas europeus na Idade Moderna. De um modo geral, as questões não apresentaram maiores dificuldades aos candidatos e foram bem objetivas.



PORTUGUÊS

Leia este fragmento de *Pilades e Orestes*, de Machado de Assis. Depois, responda às perguntas a ele pertinentes. Observe que o sinal (...) significa que foram omitidos alguns trechos do texto original.

1 Quintanilha engendrou Gonçalves. Tal era a impres-
2 são que davam os dois juntos, não que se parecес-
3 sem. Ao contrário, Quintanilha tinha o rosto redondo,
4 Gonçalves comprido, o primeiro era baixo e moreno,
5 o segundo alto e claro, e a expressão total divergia
6 inteiramente. Acresce que eram quase da mesma
7 idade. A idéia da paternidade nascia das maneiras
8 com que o primeiro tratava o segundo; um pai não se
9 desfaria mais em carinhos, cautelas e pensamentos.

10 Tinham estudado juntos, morado juntos, e eram
11 bacharéis do mesmo ano. Quintanilha não seguiu
12 advocacia nem magistratura, meteu-se na política;
13 mas, eleito deputado provincial em 187..., cumpriu o
14 prazo da legislatura e abandonou a carreira. Herdara
15 os bens de um tio, que lhe davam de renda cerca de
16 trinta contos de réis. Veio para o seu Gonçalves, que
17 18 advogava no Rio de Janeiro.

19 Posto que abastado, moço, amigo do seu único
20 amigo, não se pode dizer que Quintanilha fosse
21 inteiramente feliz, como vais ver. Ponho de lado o
22 desgosto que lhe trouxe a herança com o ódio dos
23 parentes; tal ódio foi que ele esteve prestes a
24 abrir mão dela, e não o fez porque o amigo
25 Gonçalves, que lhe dava idéias e conselhos, o
26 convenceu de que semelhante ato seria rematada
27 loucura.

28 (...)

29 Quintanilha acabou concordando. Dos parentes
30 alguns buscaram reconciliar-se com ele, mas o
31 amigo mostrou-lhe a intenção recôndita dos tais,
32 e Quintanilha não lhes abriu a porta. Um desses,
33 ao vê-lo ligado com o antigo companheiro de estu-
34 dos, bradava por toda a parte:

35 — Aí está, deixa os parentes para se meter com
36 estranhos; há de ver o fim que leva.

37 (...)

38 Quintanilha tinha uma prima-segunda, Camila,
39 moça de vinte e dois anos, modesta, educada e
40 bonita. Não era rica; o pai, João Bastos, era guar-
41 da-livros de uma casa de café. Haviãr brigado por
42 ocasião da herança; mas, Quintanilha foi ao enter-
43 ro da mulher de João Bastos, e este ato de pieda-
44 de novamente os ligou. João Bastos esqueceu
45 facilmente alguns nomes crus que dissera ao
46 primo, chamou-lhe outros nomes doces, e pediu-
47 lhe que fosse jantar com ele. Quintanilha foi e tor-
48 nou a ir. Ouviu do primo o elogio da finada mulher;
49 numa ocasião em que Camila os deixou sós, João
50 Bastos louvou as raras prendas da filha, que afir-
mava haver recebido integralmente a herança
moral da mãe.

In MORICONI, Italo. *Os Cem Melhores Contos Brasileiros do Século*. Rio de Janeiro: Objetiva, 2000, p. 63-67.

1

Segundo indica o texto, o que significa Quintanilha engendrou Gonçalves (L. 1)?

Resolução

Significa "Quintanilha gerou Gonçalves", ou seja, "Quintanilha é pai de Gonçalves". Por engendrar entende-se "dar existência a, gerar, produzir". No texto de Machado de Assis, a frase corresponde a discurso indireto livre ("pensava-se que...") e exprime a impressão que davam os dois amigos: "A idéia da paternidade nascia das maneiras com que o primeiro tratava o segundo; um pai não se desfaria mais em carinhos, cautelas e pensamentos."

2

Transcreva a frase abaixo, mas substitua tal e que, preservando o sentido original. Se necessário, altere a ordem das palavras.

Tal era a impressão que davam os dois juntos, não que se parecessem (L. 1-2-3).

Resolução

Essa era a impressão que davam os dois juntos, não porque se parecessem. Como o examinador não indicou precisamente qual dos dois, quês deve ser substituído (embora seja o segundo que o correlato de tal), nem fica claro se a conjunção porque é aceitável (uma vez que contém que), pode-se também propor a seguinte transformação da frase: Essa impressão davam os dois juntos, não em razão de se parecerem.

3

Ao contrário, Quintanilha tinha o rosto redondo Gonçalves comprido. (L. 3-4)

A frase acima foi modificada em relação ao texto. Verifique onde nela é possível acrescentar, respeitando a norma culta:

- a) um ponto-e-vírgula;
- b) uma vírgula.

Transcreva a frase e coloque os sinais de pontuação indicados.

Resolução

- a) O ponto-e-vírgula deverá separar as duas orações.
- b) A vírgula indicará a elipse (zeugma) do verbo na segunda oração.

Ao contrário, Quintanilha tinha o rosto redondo; Gonçalves, comprido.

4

Na linha 11, utiliza-se a frase Tinham estudado juntos, em que juntos está no plural. Redija uma frase, com sujeito plural, em que junto venha obrigatoriamente no singular.

Resolução

Mais uma vez, a questão parece mal formulada. O examinador, ao que tudo indica, teve a intenção de pedir que os candidatos redigissem uma frase em que junto fosse advérbio (As crianças saíram junto com os pais ou Os dois ficaram junto do irmão). Tratando-se de advérbio, porém, é totalmente inadequado falar em número, pois advérbios são invariáveis, isto é, não têm singular nem plural.

5

De acordo com o texto, que sentido assume o pronome seu na frase abaixo (L. 17-18)?

Veio para o seu Gonçalves...

Resolução

O pronome em questão indica simpatia, predileção, afeto: Veio para o querido (prezado, estimado) Gonçalves...

6

Dê um substituto conveniente para a locução posto que empregada na linha 19.

Resolução

Posto que é uma locução conjuntiva de sentido concessivo, equivalente a embora, não obstante, ainda que.

7

Nas linhas 20, 21 e 22, ocorre um fato que é pouco comum na maioria dos narradores e mais freqüente em Machado de Assis. Que fato é esse?

Resolução

O fato a que se refere o examinador – empregando uma palavra muito vaga e imprecisa – é o recurso metalingüístico de se dirigir ao leitor (“como vais ver”). Tal recurso, em Machado, é um traço de estilo, um hábito característico de suas narrativas da fase madura. É metalingüístico por chamar a atenção para o próprio livro e para o processo de comunicação que ocorre no momento da leitura do texto. Em outras palavras, quebra-se a ilusão mimética que suporta a ficção e o leitor é lembrado de que está lendo um livro, cujo autor fictício (o narrador) também se desvenda enquanto tal.

8

Nas linhas 23 e 24, o que significa o fragmento tal ódio foi que ele esteve prestes a abrir mão dela? Que relação se estabelece entre a primeira e a segunda dessas orações?

Resolução

O sentido da frase é: "o ódio foi tão grande que ele esteve prestes a abrir mão dela". A primeira oração indica causa e a segunda, consequência. A relação consecutiva é claramente estabelecida pela correlação tal...que..., na qual a primeira palavra tem sentido intensivo. O que pode causar estranheza a leitores pouco afeitos às inversões comuns no Português do passado é a posição das palavras em "tal ódio foi que...", equivalente a "o ódio foi tal que...".

9

Qual a diferença semântica entre Quintanilha concordou e Quintanilha acabou concordando (L. 28)?

Resolução

Em Quintanilha concordou, apenas se indica, através do pretérito perfeito do indicativo, que se trata de ação completa ocorrida no passado. Em Quintanilha acabou concordando, o verbo auxiliar indica que a ação correspondeu à conclusão de um processo, ou seja, que Quintanilha não concordou logo, que a decisão de concordar custou algum esforço, tomou algum tempo.

10

Na linha 30, qual seria a intenção recôndita dos tais? Explique.

Resolução

A "intenção recôndita (oculta, escondida) dos tais" (os parentes) era de beneficiarem-se da herança que Quintanilha recebera. Ou seja, fingiam desejar a reconciliação, mas seu verdadeiro desejo era aproveitarem-se da riqueza do parente.

11

Qual o plural de prima-segunda (L. 37)? Por quê?

Resolução

O plural é primas-segundas, porque ambos os elementos da composição são palavras que se flexionam em gênero e número: o primeiro é substantivo; o segundo, numeral em função adjetiva.

12

Nas linhas 40 e 41, ocorre a seguinte frase: Haviam brigado por ocasião da herança.

Examine o período abaixo, de estrutura semelhante. Complete o espaço vazio com o verbo ter, seguido do verbo haver, mantendo o auxiliar no mesmo tempo e modo da frase original.

_____ brigas por ocasião da herança.

Resolução

A locução que completa adequadamente a frase, nos termos propostos, é Tinha havido. O tempo do auxiliar (imperfeito do indicativo) é o mesmo de haviam, o auxiliar da locução da frase original. Não se flexiona o verbo no plural porque o verbo principal, haver, neste caso significando "existir, ocorrer", é impessoal. Na locução verbal, a impessoalidade do verbo principal determina, logicamente, a impessoalidade do auxiliar.

13

Na linha 44, escreve-se dissera, e não disse. Que diferença de sentido existe entre essas duas formas verbais?

Resolução

Dissera corresponde ao pretérito mais-que-perfeito do indicativo, indicando ação passada anterior à indicada pelos outros verbos que aparecem no trecho – esqueceu, chamou-lhe e pediu-lhe –, que estão no pretérito perfeito do indicativo.

14

Na linha 47 do texto, a frase Ouviu do primo o elogio da finada mulher é ambígua? Explique.

Resolução

Sim, a frase é ambígua, porque não se sabe se o elogio foi feito pela finada mulher ou pelo primo. Em outras palavras, não se sabe se "da finada mulher" tem função objetiva (o primo elogiou a finada mulher) ou subjetiva (a mulher elogiou). É evidente que o contexto sugere a primeira interpretação, em que "da finada mulher" é complemento nominal de "elogio", não adjunto adnominal, como seria o caso se o sentido fosse o da segunda interpretação.

15

Como se pode justificar o plural sós da frase da linha 48?

Resolução

Sós é adjetivo, equivale a sozinhos e se refere a Quintanilha e João Bastos; daí a concordância no plural.

16

O que significa prendas em João Bastos louvou as raras prendas da filha (L. 48-49)?

Resolução

Prendas, no trecho, significa "qualidades, dotes, predi-cados".

17

Machado de Assis escreveu obras brilhantes, algumas das melhores da literatura brasileira. Não obstante, algumas vezes sua pontuação pode parecer estranha nos dias de hoje. Tendo em conta a atual norma culta, identifique esse fato no último parágrafo do texto.

Resolução

Há duas ocorrências desse fenômeno de pontuação desusada (indiscriminada e indigentemente chamada "fato" pelo examinador), dois casos em que a pontuação empregada por Machado não se conforma às regras da norma culta atual. A primeira é a vírgula desnecessária após a conjunção *mas* (linha 41), pois separa o conectivo do corpo da oração adversativa que ele introduz. A segunda ocorrência é a da vírgula que antecede a conjunção e (linha 45), porque o sujeito da oração separada por vírgula e o das orações anteriores é o mesmo: "João Bastos esqueceu facilmente alguns nomes crus que dissera ao primo, chamou-lhe outros nomes doces, e pediu-lhe que fosse jantar com ele."

18

O texto sugere, em certo trecho, que o NARRADOR estava em certa cidade ao redigi-lo. Identifique a cidade e justifique sua resposta.

Resolução

O narrador estava no Rio de Janeiro, como se pode deduzir do emprego de *veio* (linha 17), verbo indicativo de que a personagem se dirigiu para o local onde estava o narrador. Caso ele não estivesse lá, o verbo adequado seria *foi* e não *veio*.

REDAÇÃO

INSTRUÇÕES

Com base no texto abaixo:

- Redija uma dissertação a partir das idéias nele apresentadas.
- Fundamente seus pontos de vista com argumentos lógicos.
- Dê um título sugestivo à sua redação.

Na avaliação da sua redação, serão ponderados:

- A correta expressão em língua portuguesa.
- A clareza, a concisão e a coerência na exposição do pensamento.
- Sua capacidade de argumentar em defesa de seus pontos de vista.
- Seu nível de atualização e informação.
- A originalidade na abordagem do tema.

A Banca aceitará qualquer posicionamento ideológico do candidato.

- Utilize, no máximo, o número de linhas disponível.
- Evite "fazer rascunho" e "passar a limpo" para não perder tempo.
- A redação pode ser escrita a lápis.
- Atenção para escrever com letra bem legível.

TEMA

Poucas coisas neste mundo são mais tristes do que um bolo industrializado. Ali no supermercado, diante da embalagem plástica historicamente colorida, suspiro e penso: estamos perdidos. Bolo industrializado é como amor de prostituta, feliz natal de caixa automático, bom dia de (atendente de loja)*. É um anti-bolo.

Não discuto aqui o gosto, a textura, a qualidade ou abundância do recheio de baunilha, chocolate ou qualquer outro sabor. (O capitalismo, quando se mete a fazer alguma coisa, faz muito bem feito). O problema não é o paladar, meu caro, é uma questão de princípios. Acredito que o mercado de fato melhore muitas coisas. Podem privatizar a telefonia, as estradas, as siderúrgicas. Mas não toquem no bolo! Ele não precisa de eficiência. Ele é o exemplo, talvez anacrônico, de um tempo que não é dinheiro. Um tempo íntimo, vagaroso, inútil, em que um momento pode ser vivido no presente, pelo que ele tem ali, e não como meio para, com o objetivo de,

* No original, indicava-se o nome de uma loja de aluguel de filmes.

Antonio Prata. *Guia O Estado de S.Paulo*. São Paulo: OESP, 22 de abril de 2005, p. 98.

Redação – Comentário

Propôs-se a elaboração de um texto dissertativo a partir de um fragmento de Antonio Prata sobre o fato de o processo de industrialização capitalista abranger até itens de nossa vida que quereríamos ver preservados da uniformização e indiferenciação impostas pela indústria. O autor lamenta a expansão desse processo, que não poupou sequer o memorável bolo caseiro, artesanal, hoje descaracterizado pela produção em grande escala.

Partindo dessas idéias, o candidato deveria tecer suas próprias reflexões acerca das transformações provocadas pela industrialização, que, em nome da eficiência, do pragmatismo, vem alterando até mesmo as relações humanas, artificializando cumprimentos, mecanizando atendimentos telefônicos e reduzindo princípios humanistas e evocações nostálgicas a meros entraves à modernidade. Acautelando-se contra um posicionamento maniqueísta, o candidato deveria desenvolver um texto equilibrado, que contemplasse tanto os aspectos positivos do fenômeno (tudo à mão, no menor tempo possível, a gosto do consumidor, etc., etc.), quanto os negativos (a escravidão ao tempo que é dinheiro, a desumanização refletida na perda da sensibilidade, entre muitos outros).