

MATEMÁTICA

1

- a) Dê o domínio da função $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x^2-7x+12}}$.
- b) Resolva a inequação: $\frac{2+3x}{1-x} \geq 4$.

Resolução

a) O domínio da função f definida por

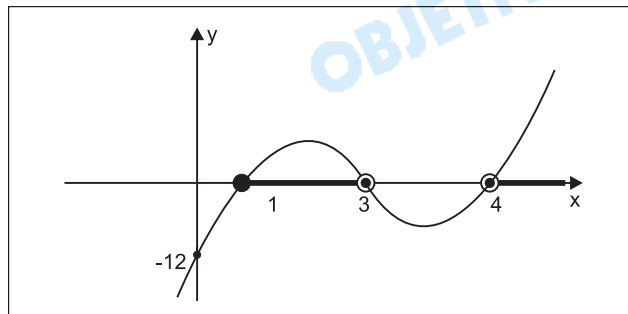
$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x^2-7x+12}} \text{ é o conjunto de todos os}$$

$$\text{números reais tais que } \frac{x-1}{x^2-7x+12} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2-7x+12) \geq 0 \text{ e } x^2-7x+12 \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 3 \text{ ou } x > 4\}, \text{ pois o gráfico de}$$

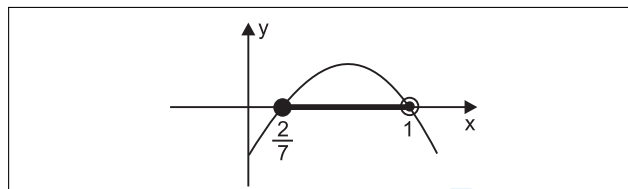
função $g(x) = (x-1)(x^2-7x+12)$ é do tipo



b) $\frac{2+3x}{1-x} \geq 4 \Leftrightarrow \frac{2+3x}{1-x} - \frac{4}{1} \geq 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{2+3x-4+4x}{1-x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{7x-2}{1-x} \geq 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (1-x)(7x-2) \geq 0 \text{ e } x \neq 1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{2}{7} \leq x < 1\right\},$$

pois o gráfico de $h(x) = (1-x)(7x-2)$ é do tipo



Respostas: a) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 3 \text{ ou } x > 4\}$

$$b) \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{2}{7} \leq x < 1\right\}$$

2

O Sr. Oliveira aplicou R\$ 20.000,00 numa caderneta de poupança e R\$ 30.000,00 num fundo de ações por 1 ano. Neste período, a caderneta de poupança rendeu 8% e o fundo de ações apenas 2%.

- Qual a taxa de rendimento global do Sr. Oliveira, no período?
- Quanto ele deveria ter aplicado no fundo de ações (mantida a aplicação de R\$20.000,00 na caderneta de poupança) para que sua taxa global fosse de 6% ao ano?

Resolução

a) A caderneta de poupança rendeu 8% de R\$ 20.000,00 = R\$ 1.600,00 de juros e o fundo de ações rendeu 2% de R\$ 30.000,00 = R\$ 600,00 de juros. A taxa de rendimento global foi, portanto,

$$i = \frac{R\$ 1.600,00 + R\$ 600,00}{R\$ 20.000,00 + R\$ 30.000,00} = \frac{2.200}{50.000} = 0,044 = 4,4\%$$

b) Sua taxa global de rendimento teria sido 6%, se a quantia x aplicada no fundo de ações tivesse sido tal que

$$\frac{8\% \cdot R\$ 20.000,00 + 2\% R\$ x}{R\$ (20.000,00 + x)} = 6\% \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1.600 + 0,02x}{20.000 + x} = 0,06 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1.600 + 0,02x = 1.200 + 0,06x \Rightarrow x = 10.000,00$$

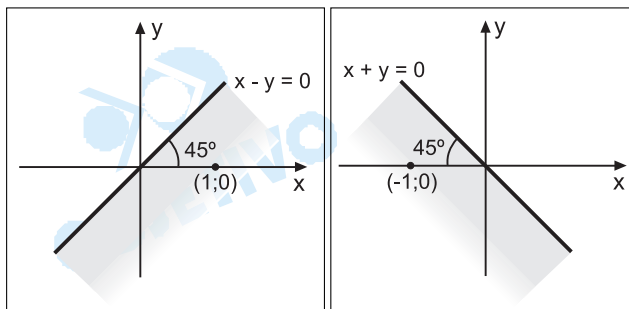
- Respostas:** a) 4,4%
b) R\$ 10.000,00

3

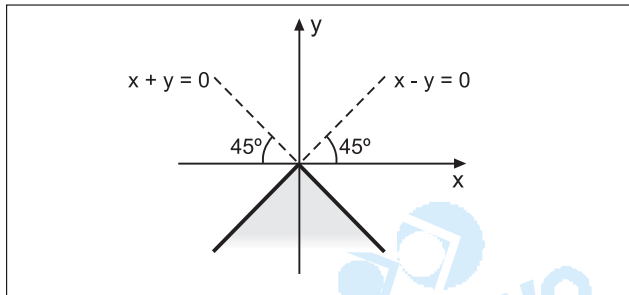
- Represente os pontos do plano cartesiano que satisfazem simultaneamente as relações $x - y \geq 0$ e $x + y \leq 0$.
- Uma empresa fabrica uma peça de precisão em dois modelos A e B. O custo de produção de uma unidade de A é R\$ 200,00 e o de B é R\$ 150,00. Por restrições de orçamento, a empresa pode gastar por mês no máximo R\$ 45.000,00. A mão-de-obra disponível permite fabricar por mês no máximo 250 peças. Seja x a quantidade produzida por mês de A e y a de B. Represente graficamente os possíveis valores de x e y . Admita, para simplificar, que x e y assumam valores reais não negativos.

Resolução

a) $x - y \geq 0$ $x + y \leq 0$



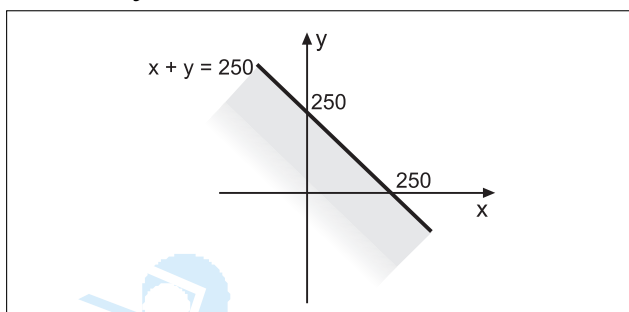
A região do plano cartesiano que satisfaz simultaneamente as relações $x - y \geq 0$ e $x + y \leq 0$ é dada por:



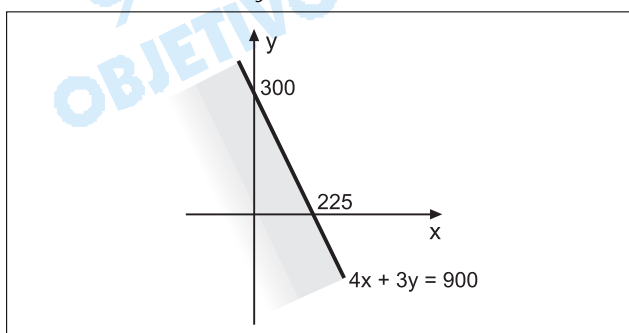
b) A partir do enunciado, com $x \geq 0$ e $y \geq 0$, temos:

$$\begin{cases} x + y \leq 250 \\ 200 \cdot x + 150 \cdot y \leq 4500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y \leq 250 \\ 4 \cdot x + 3 \cdot y \leq 900 \end{cases}$$

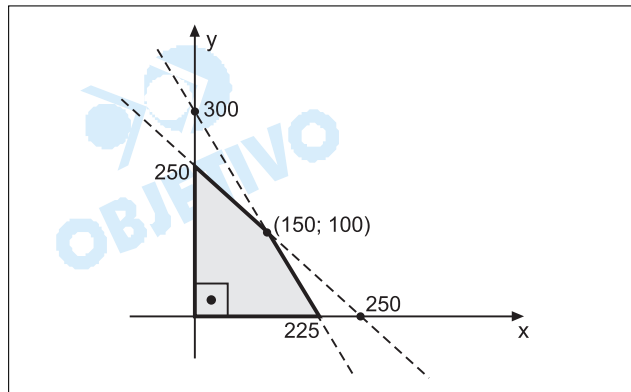
Então: $x + y \leq 250$



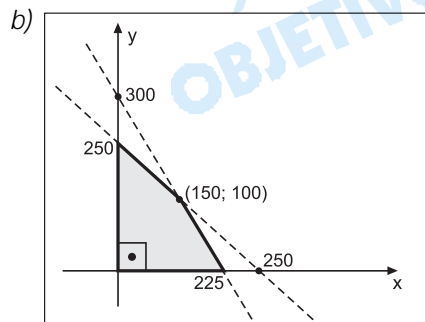
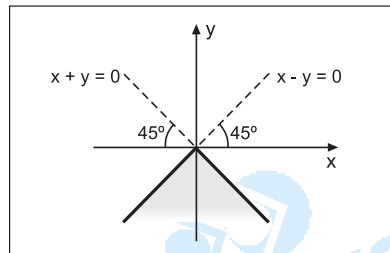
$$4x + 3y \leq 900$$



A região do plano cartesiano que satisfaz simultaneamente as relações $x + y \leq 250$, $4x + 3y \leq 900$, $x \geq 0$ e $y \geq 0$ é dada por:



Respostas: a)



4

Uma locadora A de automóveis cobra R\$ 90,00 por dia de aluguel de um certo carro. Uma outra locadora B cobra pelo mesmo modelo de carro, um valor fixo de R\$ 210,00 mais R\$ 80,00 por dia de aluguel. Seja n o número de dias que um cliente pretende alugar este carro.

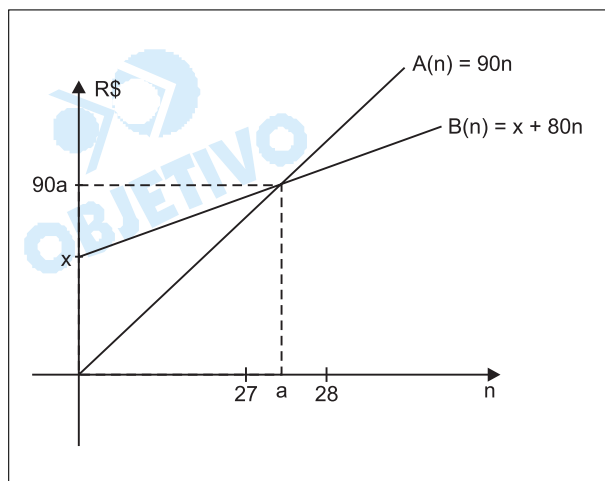
- Para que valores de n é preferível a empresa A?
- Qual deveria ser o valor fixo cobrado pela locadora B, para que B fosse preferível para $n > 27$ dias?

Resolução

a) Em reais, os aluguéis por n dias nas locadoras A e B são, respectivamente, $90n$ e $210 + 80n$. É preferível a locadora A se, e somente se, $90n < 210 + 80n \Leftrightarrow n < 21$.

Assim sendo, $n \in \{1; 2; 3; \dots; 20\}$, pois $n \in \mathbb{N}^*$.

b) Sendo x o valor fixo cobrado pela locadora B, e entendendo a frase "para que B fosse preferível para $n > 27$ dias" como "para que B fosse preferível **somente** para $n > 27$ dias", os gráficos que representam os aluguéis em A e B são tais que



Como $A(a) = B(a)$, temos $90 \cdot a = x + 80 \cdot a$. $a \Leftrightarrow a = \frac{x}{10}$

Sendo $27 \leq a < 28$, tem-se: $27 \leq \frac{x}{10} < 28 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 270 \leq x < 280$$

Se o valor fixo de x reais, cobrado por B , for tal que $0 \leq x < 270$, é óbvio que B continua sendo vantajoso para $n > 27$, **mas não apenas para $n > 27$.**

Respostas: a) $n \in \{1; 2; 3; \dots; 20\}$

b) O valor fixo cobrado por B deve estar entre R\$ 270,00 (inclusive) e R\$ 280,00 (exclusive)

5

Resolva, no campo real, as equações:

a) $5 \cdot (1 + x)^5 = 20$

b) $\sqrt{3x + 4} - x = -8$

Resolução

De acordo com o enunciado, $x \in \mathbb{R}$.

a) $5 \cdot (1 + x)^5 = 20 \Leftrightarrow (1 + x)^5 = 4 \Leftrightarrow x = \sqrt[5]{4} - 1$

b) $\sqrt{3x + 4} - x = -8 \Leftrightarrow \sqrt{3x + 4} = x - 8$

Elevando ao quadrado os dois membros da equação, tem-se $x^2 - 19x + 60 = 0 \Leftrightarrow x = 15$, pois $x = 4$ não serve.

Respostas: a) $V\{\sqrt[5]{4} - 1\}$

b) $V = \{15\}$

6

Considere o sistema linear nas incógnitas x , y e z :

$$\begin{cases} x + y + m \cdot z = 3 \\ 2x + 3y - 5z = -7 \\ 3x - y + z = 4 \end{cases}$$

a) Para que valores de m o sistema é determinado?

b) Resolva o sistema para $m = 0$.

Resolução

a) O sistema $\begin{cases} x + y + m \cdot z = 3 \\ 2x + 3y - 5z = -7 \\ 3x - y + z = 4 \end{cases}$ é determinado

se, e somente se, $\begin{vmatrix} 1 & 1 & m \\ 2 & 3 & -5 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow m \neq -\frac{19}{11}$$

b) Para $m = 0$, temos:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 3y - 5z = -7 \\ 3x - y + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ y - 5z = -13 \\ -4y + z = -5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ y - 5z = -13 \\ -19z = -57 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

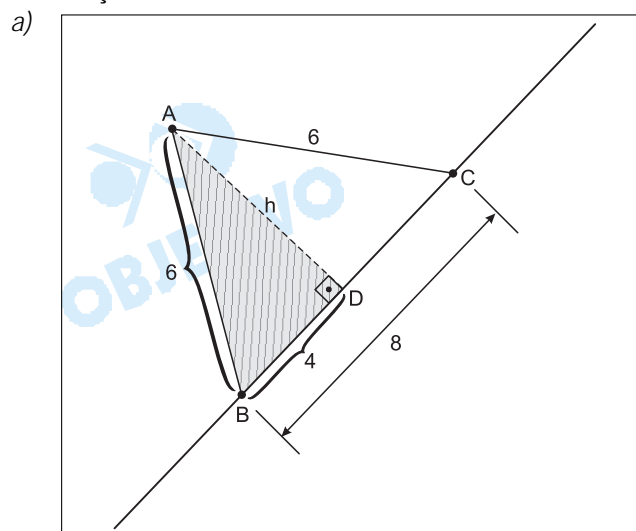
Respostas: a) $m \neq -\frac{19}{11}$

b) $S = \{(1; 2; 3)\}$

7

- a) Os pontos A, B e C são não colineares. A distância de A até B é 6, a de B até C é 8 e a de A até C é 6. Qual a distância de A até a reta que passa por B e C?
- b) Qual o período e o conjunto imagem da função $f(x) = 4 \cdot \text{sen } 2x$?

Resolução



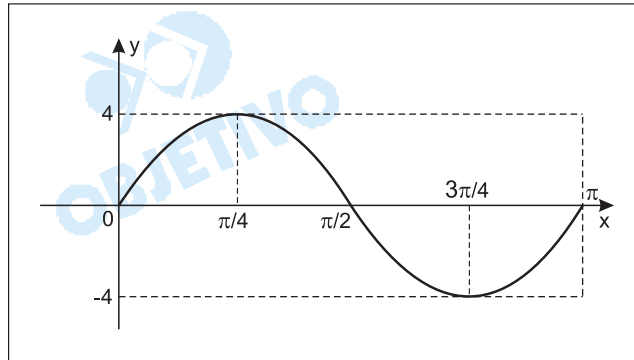
Como o triângulo ABC é isósceles, \overline{AD} é altura e mediana, portanto, $BD = 4$.

$$\text{Assim, } h^2 + 4^2 = 6^2 \Rightarrow h^2 = 20 \Rightarrow h = 2\sqrt{5}$$

- b) Para $f(x) = 4 \cdot \text{sen } 2x$, temos $-1 \leq \text{sen } 2x \leq 1$ e, portanto, $-4 \leq 4 \text{ sen } 2x \leq 4$. Assim, $\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid -4 \leq y \leq 4\}$.

$$\text{O período de } f \text{ é } p = \frac{2\pi}{2} = \pi.$$

Graficamente, tem-se:



Respostas: a) $2\sqrt{5}$
b) π e $[-4; 4]$

8

Uma Escola comprou computadores de 3 fabricantes: A, B e C. Trinta por cento foram comprados de A, trinta por cento de B, e o restante de C. A probabilidade de um computador fabricado por A apresentar algum tipo de problema, nos próximos 30 meses, é 0,1. As mesmas probabilidades dos fabricantes B e C são respectivamente 0,15 e 0,2.

- Qual a probabilidade de que um computador escolhido ao acaso, seja fabricado por A e apresente algum problema nos próximos 30 meses?
- Se um computador apresentar algum problema nos próximos 30 meses, qual a probabilidade de que tenha sido fabricado por A?

Resolução

- A probabilidade de que um computador **seja fabricado por A e apresente algum problema** é dada por

$$p = 0,3 \cdot 0,1 = 0,03$$

- Se um computador **apresentar algum problema, então a probabilidade de que ele tenha sido fabricado por A** é

$$p = \frac{0,3 \cdot 0,1}{0,3 \cdot 0,1 + 0,3 \cdot 0,15 + 0,4 \cdot 0,2} = \frac{0,03}{0,03 + 0,045 + 0,08} = \frac{30}{155} = \frac{6}{31}$$

Respostas: a) 0,03

b) $\frac{6}{31}$

9

- Calcule $\sum_{j=1}^{60} (2j - 1)$.

- Obtenha o 20° termo da progressão geométrica

$$\left(1, -\frac{x}{2}, \frac{x^2}{4}, \dots \right)$$

Resolução

OBJETIVO

GV (2ª Fase) - Dezembro/2002

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \sum_{j=1}^{60} (2j-1) &= (2 \cdot 1 - 1) + (2 \cdot 2 - 1) + (2 \cdot 3 - 1) + \dots + \\
 &+ (2 \cdot 60 - 1) = 1 + 3 + 5 + \dots + 119 = \\
 &= \frac{(1 + 119) \cdot 60}{2} = 3600
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \left(1; -\frac{x}{2}; \frac{x^2}{4}; \dots \right) \text{ é uma progressão geométrica}$$

onde $a_1 = 1$ e $q = -\frac{x}{2}$

Assim,

$$a_{20} = a_1 \cdot q^{19} = 1 \cdot \left(-\frac{x}{2}\right)^{19} = \left(-\frac{x}{2}\right)^{19}$$

Respostas: a) 3600

$$\text{b) } \left(-\frac{x}{2}\right)^{19}$$

10

- a) Um polinômio P , de coeficientes reais, apresenta $2 + 3i$ e $-2 - 3i$, como suas raízes (i é a unidade imaginária). Qual o menor grau possível para P ? Justifique.
- b) A equação polinomial $x^3 - x^2 - 7x + 15 = 0$, apresenta uma raiz igual a $2 + i$. Obtenha as outras raízes.

Resolução

- a) O polinômio P apresenta $2 + 3i$, $2 - 3i$, $-2 - 3i$ e $-2 + 3i$ como raízes e, portanto, o seu grau é no mínimo 4.
- b) O conjunto-verdade da equação $x^3 - x^2 - 7x + 15 = 0$ é $\{2 + i; 2 - i; r\}$ e, portanto, $(2 + i) + (2 - i) + r = 1 \Leftrightarrow r = -3$

Respostas: a) 4
b) $2 - i$ e -3

PORTUGUÊS

1

Dentre os tempos verbais, existe um que se chama futuro do presente composto do indicativo; um exemplo é **terei partido**. Explique em que circunstância esse tempo verbal é utilizado. Redija uma frase em que ele seja corretamente empregado, mas use verbo diferente de **partir**.

Resolução

Quando eles chegarem, a sessão já terá terminado.

O futuro composto do indicativo indica um evento anterior ao expresso, na oração subordinada, pelo futuro do subjuntivo.

2

O pronome **se** tem o mesmo significado e a mesma função nas frases abaixo? Explique.

- **Os recém-casados se amavam intensamente: os olhares que trocaram após a cerimônia anunciaram vivamente a dedicação de cada um ao seu consorte.**

- **A matrona feriu-se ao tropeçar no tapete estendido na varanda.**

- **Romualdo arrependeu-se de ter tocado no tema, especialmente diante de Marisa.**

Resolução

Na frase "Os recém-casados se amavam intensamente", o pronome se é reflexivo-recíproco, exercendo a função sintática de objeto direto. Na segunda frase, "A matrona feriu-se ao tropeçar...", o se é apenas reflexivo e exerce a função sintática de objeto direto. Na última frase, "Romualdo arrependeu-se de ter tocado no tema...", o pronome se é parte integrante do verbo e não exerce nenhuma função sintática. Portanto, o sentido do pronome varia nas três frases, mas sua função sintática é a mesma nas duas primeiras.

3

Observe os períodos abaixo destacados. A respeito deles, pergunta-se e pede-se:

a) Há diferença de sentido entre eles? Explique.

b) No segundo dos períodos abaixo, falta uma palavra, que está subentendida. Transcreva esse período, mas inclua a palavra que falta.

- **Quem ama o feio, bonito lhe parece.**

- **Quem ama, o feio bonito lhe parece.**

Resolução

a) *Há diferença de sentido entre as duas frases. Na primeira, aquele que ama "o feio" passa a achá-lo bonito em razão do amor. Na segunda, para aquele que ama, o feio parece bonito. Portanto, na primeira frase, fala-se em amar o feio; na segunda, em amar em geral.*

b) No segundo período, a palavra subentendida é a preposição para: "Para quem ama, o feio bonito lhe parece". Observe-se, porém, que a inclusão do para torna o lhe redundante; observe-se, também, que a mesma construção anacolútica ocorre igualmente na primeira frase.

4

Qual é o significado de prescindir de no período abaixo?

Os novos diretores não podem prescindir de gente capaz.

Resolução

Prescindir de *significa* deixar de lado, pôr de parte, renunciar a, dispensar. *No contexto, os novos diretores não podem deixar de lado, dispensar gente capaz.*

5

Observe a palavra sublinhada no seguinte período:

A implicação é que esses países talvez se saíssem melhores economicamente se fossem mais parecidos entre si.

Essa palavra está sendo usada de acordo com a norma culta? Explique.

Resolução

Não, pois a flexão do advérbio é totalmente irregular, já que se trata de palavra invariável. Para adequar a frase à norma culta, em vez de melhores deve-se ter melhor, referindo-se este advérbio ao verbo saíssem.

Leia o fragmento abaixo, do conto A cartomante de Machado de Assis. Depois, responda às perguntas.

"Separaram-se contentes, ele ainda mais que ela. Rita estava certa de ser amada; Camilo, não só o estava, mas via-a estremecer e arriscar-se por ele, correr às cartomantes, e, por mais que a repreendesse, não podia deixar de sentir-se lisonjeado. A casa do encontro era na antiga Rua dos Barbonos, onde morava uma comprovinciana de Rita. Esta desceu pela Rua das Mangueiras na direção de Botafogo, onde residia; Camilo desceu pela da Guarda Velha, olhando de passagem para a casa da cartomante."

6

O texto oferece condições para indicar, com precisão, o significado do pronome o na seguinte oração: "...não só o estava...". Diga qual é esse significado. Explique qual defeito de estilo Machado de Assis evitou ao utilizar o pronome o.

Resolução

O pronome o retoma a idéia de convicção do sentimento amoroso, expressa na frase anterior, "Rita estava certa de ser amada". A utilização dele faz com que se evite o defeito da redundância, da repetição de termos.

7

Qual é o sujeito de ser amada, no texto. Explique.

Resolução

O sujeito é elíptico, ela, referindo-se ao sujeito da oração principal, Rita. Sem a elipse, o período seria: "Rita estava certa de ela ser amada" ou, em forma desenvolvida, "Rita estava certa de que ela era amada". Comprova-se a elipse com a constatação de que o sujeito poderia ser outro: "Rita estava certa de Marta ser amada".

8

Qual é o significado de comprovinciana no texto? Explique, da perspectiva etimológica, como se pode chegar à conclusão de que o sentido é esse.

Resolução

"Comprovinciana" significa "aquela que é da mesma região que outra pessoa". É uma palavra composta pelo prefixo "com", que indica companhia, associado a "provinciana", que significa "relativo a uma província, região".

9

Em "Esta desceu pela Rua das Mangueiras...", explique por que, no texto, se usou o pronome esta e não o pronome ela.

Resolução

O pronome esta foi utilizado para retomar o substantivo feminino mais próximo, Rita, evitando, assim, uma possível confusão com comprovinciana, que seria gerada caso se usasse o pronome ela.

10

No final do texto, pode-se ler o seguinte período:

Camilo desceu pela (Rua) da Guarda Velha, olhando de passagem para a casa da cartomante.

Compare esse período com o seguinte, que não está no texto:

Camilo desceu pela (Rua) da Guarda Velha, olhando de passagem para casa.

Explique a diferença de sentido entre essas duas orações. Explique por que essa diferença acontece.

Resolução

No período extraído do conto de Machado de Assis, Camilo olhava de passagem para a casa da cartomante, já que a locução adjetiva ("da cartomante") especifica a casa.

No segundo período, Camilo olhava de passagem para a própria residência, já que a palavra casa, sem especificação, ganha o sentido de "lar".

11

Justifique o uso da vírgula depois da conjunção e, no seguinte trecho do texto:

"...e, por mais que a repreendesse, não podia deixar de sentir-se lisonjeado..."

Resolução

O uso da vírgula depois da conjunção e ocorre porque a oração "por mais que a repreendesse" aparece intercalada, separando a conjunção e do restante do período a que imprime idéia de adição: "e (...) não podia deixar de sentir-se lisonjeado".

12

Diga qual é a razão imediata por que lisonjeado (que está no texto) é escrito com **j** e margeado (que não está no texto) é escrito com **g**.

Resolução

A razão pela qual lisonjeado é escrito com j é que esse vocábulo é derivado de lisonja, também grafado com j. Margeado se escreve com g porque é uma palavra derivada de margem, também grafada com g.

13

Observe o seguinte trecho, extraído do texto:

Separaram-se contentes, ele ainda mais que ela. Rita estava certa de ser amada; Camilo, não só o estava, mas via-a estremecer e arriscar-se por ele, correr às cartomantes...

Justifique o uso de mas, nesse caso.

Resolução

A conjunção mas compõe a locução conjuntiva "não só... mas (também)", que promove o paralelismo sintático no trecho: "Camilo, não só o estava, mas (também) via-a estremecer...". A correlação "não só... mas (também)" exprime adição enfática.